

УДК 519.6

## Дослідження моделей руху газу в трубопроводах

Браташ О. Б., інженер

Лопух Н. Б., к.т.н., м.н.с.

П'янило Я. Д., д.т.н., с.н.с.

Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України  
(вул. Дж. Дудаєва, 15, м. Львів, 79005, Україна)

Побудова моделі кожного з фізичних процесів пов'язана з певними припущеннями як у фізичних процесах, так і при побудові математичного апарату їх дослідження. Більшість часто вживаних математичних моделей руху газу в трубопроводах отримуються з врахуванням того, що зміною густини газу з часом можна знехтувати. Очевидно, що якщо такі моделі використовувати для управління процесами, то це може привести до втрати адекватності на деяких просторово-часових інтервалах. Тому є сенс дослідити процес руху газу без накладання вказаного вище припущення.

**Метою роботи** є дослідження моделей руху газу в трубопроводах та модифікація їх таким чином, щоб в обчислювальному процесі брали участь числа однакових порядків.

**Основні результати.** Рух газу в трубопроводі в нестационарному ізотермічному режимі описує взаємопов'язана система диференціальних рівнянь у частинних похідних [1].

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda \rho v^2}{2D} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} = 0. \quad (1)$$

Для замикання системи рівнянь використовують рівняння стану газу [1, 2].

$$p = \rho zRT. \quad (2)$$

Коефіцієнт стисливості  $z$ , який описує відмінність реального газу від ідеального, можна обчислювати за емпіричною формулою [3]  $z = 1/(1 + fp)$ , де  $p$  – вимірюють в атмосферах, а  $f = (24 - 0.21t^\circ\text{C}) \cdot 10^{-4}$ ,  $t^\circ\text{C}$  – температура газу за Цельсієм;  $R$  – газова стала. Перше рівняння системи (1) отримано з врахуванням того, що зміною густини газу з часом можна знехтувати. В протилежному випадку система має вигляд

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda \rho v^2}{2D} + \rho \frac{\partial v}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} = 0. \quad (3)$$

де  $c$  – швидкість звуку в газі. На практиці значення тисків є порядку  $10^6$ , а значення швидкостей – порядку десяти. При дослідженні системи рівнянь (3) числовими методами варто записати її на такі ключові функції, що будуть приймати значення однакових порядків. Такі заміни суттєво покращать стійкість числових методів, які використовуються в алгоритмі розв'язування. З цією метою використаємо співвідношення  $f = \ln(p)$  та  $\gamma = zRT$ . Тоді систему (3) запишемо наступним чином

$$\gamma \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\lambda v^2}{2D} + \frac{\partial v}{\partial t} = 0, \quad v \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\gamma}{c^2} \frac{\partial f}{\partial t} = 0. \quad (4)$$

Розглянемо один зі способів лінеаризації системи рівнянь (4), який дає змогу будувати ітераційний процес її розв'язування. У першому рівнянні системи (4) другий доданок запишемо так  $\lambda v^2(x)/(2D) = \lambda \tilde{v}v(x)/(2D)$ , а в другому рівнянні  $v \partial f / \partial x = \tilde{v} \partial f / \partial x$ . Тут  $\tilde{v}$  – наближене значення швидкості руху газу на попередньому кроці ітерації. Якщо ввести позначення

$$c_1 = zRT, \quad c_2 = \frac{\lambda \tilde{v}}{2D}, \quad c_3 = \tilde{v}, \quad c_4 = \frac{zRT}{c^2},$$

то вихідну систему можна записати у вигляді

$$c_1 \frac{\partial f}{\partial x} + c_2 v + \frac{\partial v}{\partial t} = 0, \quad c_3 \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} + c_4 \frac{\partial f}{\partial t} = 0. \quad (5)$$

За початковий стан розглядуваного нестационарного процесу приймаємо стаціонарний стан газу, який описується наступними формулами

$$v_{st}(x) = v_0 e^{\frac{c_2 c_3 x}{c_1}}, \quad f_{st}(x) = \left( c_3 f_0 + v_0 - v_0 e^{\frac{c_2 c_3 x}{c_1}} \right) / c_3. \quad (6)$$

Задача математичної фізики в полягає в наступному. Знайти розв'язок системи (5) за початкового стаціонарного розподілу параметрів системи (6) та граничних умовах на тиск, або швидкість газу, зокрема

$$p_0(t) = p_{0n} + (p_0 - p_{0n})e^{-\gamma_0 t}; \quad p_e(t) = p_{en} + (p_e - p_{en})e^{-\gamma_e t}.$$

Тут  $p_0, p_{0n}$  – тиски газу у вихідному та новому стаціонарному стані течії газу і параметр  $\gamma_0$ , який характеризує швидкість переходу з одного стану в інший на початку трубопроводу;  $p_e, p_{en}, \gamma_e$  – аналогічні параметри в кінці трубопроводу.

Результати числового моделювання подані на рисунку 1.

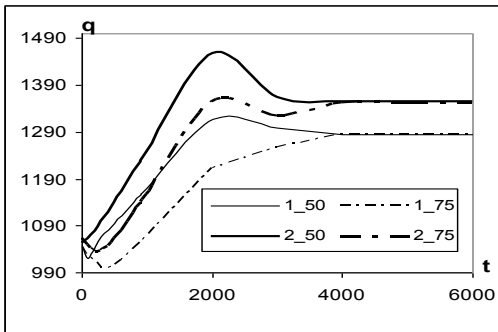


Рис. 1. Розподіл об'ємних витрат газу в часі для різних вхідних систем рівнянь

### Висновки.

- Проведені числові експерименти показують, що для стабільного розрахунку газодинамічних параметрів (запасу газу, розподілу тиску, тощо) задання крайових умов необхідно узгоджувати з початковими умовами задачі.
- Відхилення значень отриманих результатів при використанні різних вхідних систем рівнянь є меншими при виході процесу на новий стаціонарний режим, ніж всередині процесу, що свідчить про стійкість використовуваних методів.

1. Лопух Н. Алгоритми розрахунку гідродинамічних параметрів течії газу в трубопроводах (1) / Н.Лопух, М.Притула, Я.П'янило, Я.Савула // Вісник Львівського університету. Серія прикладна математика та інформатика. – 2007. – Вип.12. – С. 108-117.
2. Лопух Н. Алгоритми розрахунку гідродинамічних параметрів течії газу в трубопроводах (2) / Н.Лопух, М.Притула, Я.П'янило, Я.Савула // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – 2008. – № 616. – С. 159-165.
3. Дацюк А.В. Програмний комплекс для моделювання і оптимізації роботи газотранспортних систем / А.В.Дацюк, В.А.Фролов, С.В.Гладун, О.М.Химко, Я.Д.П'янило, М.Г.Притула, Н.М.Притула, Б.В.Землянський, Н.Б.Лопух // 3-я Міжнар. наук.-техн. конференція „Комп'ютерні науки та інформаційні технології” (CSIT 2008). – Львів, 2008. – С. 330-333.