

УДК 519.6:539.3

## Процес заміщення газів в пористих середовищах з врахуванням конвективної складової

П'янило Я. Д., д.т.н., проф.

Вавричук П. Г.

Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України  
(вул. Дж. Дудаєва, 15, м. Львів, 79005, Україна)

Дослідженню руху багатокомпонентного газу в пористих середовищах присвячена незначна кількість робіт. Це визначається специфікою і складністю задач. Моделювання таких процесів приводить, як правило, до необхідності розв'язування нелінійних диференціальних рівнянь в частинних похідних, або їх систем, із змінними, зокрема розривними, коефіцієнтами за умов значної невизначеності. Рух двокомпонентного газу, який зміщується в пористому середовищі є типовим процесом конвекції-дифузії. Конвективна складова в процесі руху газу в пористому процесі є на порядок більша ніж дифузна. При малій конвективній швидкості та врахуванні процесу змішування газів, необхідно враховувати одночасно процес конвекції-дифузії.

Дифузія двох газів без врахування конвективної складової описується диференціальним рівнянням

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D \frac{\partial c}{\partial z} \right), \quad (1)$$

де параметр  $D$  означає коефіцієнт взаємної дифузії газів А та В. Для його визначення побудовано багато формул, зокрема [1]

$$D_{AB} = \frac{T^{1.5}}{p(\sigma_A + \sigma_B)^2} \left( \frac{1}{m_A} + \frac{1}{m_B} \right)^{0.5},$$

де  $p, T$  - тиск та температура в системі,  $m_A$  та  $m_B$  - маси газів,  $\sigma_A$  та  $\sigma_B$  - параметри потенціалу Ленард-Джонса.

Саксена М. та Саксена С. для обчислення коефіцієнта взаємної дифузії газів  $D_{AB}$  ( $\text{см}^2 / \text{сек}$ ) запропонували наступну видозмінену формулу Сезерленда [1]

$$D_{AB} = \frac{AT^{1.5} \left( \frac{1}{m_A} + \frac{1}{m_B} \right)^{0.5}}{p \left( V_A^{1/3} + V_B^{1/3} \right) \left[ 1 + (BT_{AB} / T) \right]},$$

де  $V_{A,B}, T_{A,B}$  - критичні об'єми ( $\text{см}^3 / \text{моль}$ ) і температура ( $^{\circ}\text{K}$ ) газів,  $p$  - тиск в атмосфера,  $T_{A,B} = (T_A T_B)^{0.5}$ . Для неполярних газів  $A=0.022023$  і  $B=1.1756$ , тоді як для систем, що складаються з комбінації полярних і неполярних газів,  $A=0.022023$  і  $B=0.90116$ .

$$\text{Якщо відомі коефіцієнти самодифузії газів } D_{AA} \text{ і } D_{BB}, \text{ то } D_{AB} = \sqrt{\frac{m_A + m_B}{2\sqrt{m_A m_B}}} \sqrt{D_{AA} D_{BB}}.$$

Розглянемо джерело нагнітання газу. Опис розподілу тиску у вибраній під області доцільно вивчати у циліндричній системі координат (рис.1). Тут область пласту ПСГ моделюється циліндром, розбитим циліндричними поверхнями, де їх перпендикулярний зріз утворюють концентричні кола з центром в свердловині (рис. 1): І зона заповнена газом, що

відбирається; II зона виникає внаслідок руху нагнітання газу, в результаті якого, заземлюється деяка частина пор; III зона заповнена газом, який нагнітається. Тоді рівняння для визначення розподілу тиску матиме вигляд [2,3]

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\beta_0}{p_0} \frac{\partial p}{\partial \tau}, \tag{2}$$

де  $r$  – радіус-вектор, проведений з центру свердловини, за Лейбензоном

$$\tau = \frac{p_2}{p_0} t + \left(1 - \frac{p_2}{p_0}\right) \frac{1 - e^{-\beta t}}{\beta}, \quad \beta_0 = \frac{m\mu}{k}, \quad \beta = \frac{p_0 k \lambda_m^2}{2m\mu}.$$

Тут  $p_0, p_2$  – початкове значення тиску та значення тиску на границі області. Розв’язок рівняння (2) за постійних крайових умов поданий в роботах [2-5].

Якщо відомий розподіл тиску, то швидкість руху газу визначається за формулою

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \tag{3}$$

Тут  $\mu$  – абсолютна в’язкість газу,  $k$  – проникність пласту, зайнятого газом. Рівняння (1) має місце в другій зоні в тому випадку, коли її границі не зміщуються. В іншому випадку необхідно враховувати швидкість руху границь. За такої постановки задачі необхідно розглядати процес дифузії з врахування колективної складової, тобто з врахування швидкості руху першої зони. Тоді рівняння дифузії буде

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = D \left( \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial r} \right) + v \frac{\partial c}{\partial r}$$

за відповідних крайових умов. Тут  $v$  – швидкість руху газу в першій зоні, яка визначається формулою (3). Для спрощення аналізу впливу конвективної складової на процес дифузії розглянуто простішу модель, а саме дифузію газу в шарі товщини  $l$ , яка описується рівнянням

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + v \frac{\partial c}{\partial r} = D \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} \tag{4}$$

за відповідних крайових умов, які запишемо у виді  $c_1(r) = c(r, 0)$ ,  $c_2(r) = c(r, l)$ ,  $c_3(t) = c(0, t)$ . Для узгодженості умов необхідно виконання рівності  $c_1(0) = c_2(0) = c_3(0)$ .

Розв’язок рівняння (4) знайдено з використанням перетворення Лапласа.

1. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – М.:Наука. – 1972.- 720 с.
2. П’янило Я.Д., Лопух Н.Б., Галій П.П. Числова модель пласту підземного сховища газу на базі методу скінченних елементів // Нафтова і газова промисловість. – 2011. – Вип.1. – С. 38-41.
3. П’янило Я.Д. Моделювання процесу заміщення газів у пористих середовищах. – Прикл. проблеми мех.. і мат. – 2011.-Вип. 9.- С. 181-189.
4. П’янило Я.Д., Лопух Н.Б., Галій П.П. Числова модель розрахунку поля швидкостей руху газу в пластах підземних сховища на основі методу скінченних елементів // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2011. – Вип.14. – С. 24-29.
5. П’янило Я.Д. Проекційно-ітераційні методи розв’язування прямих та обернених задач переносу. – Львів: Сплайн, 2011.-248 с.

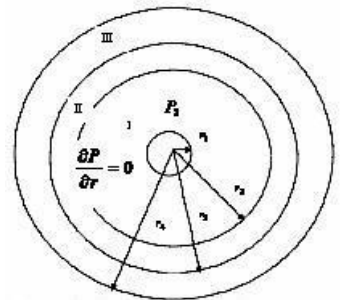


Рис.1:Схема розподілу зон