УДК 519.6:533.1

Математичне моделювання газодинамічних та фільтраційних процесів на підземних сховищах газу (програмний комплекс)

Притула Н. М.[1,2], к.т.н.
Притула М. Г.[1,2], к.ф.-м.н.
Гринів О. Д.[2]

[1] Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України (вул. Дж. Дудаєва, 15, м. Львів, 79005, Україна)
[2] ТзОВ «Математичний центр» (вул. Володимира Великого, 48/20, м. Львів, 79053, Україна)

В основі системи розрахунку режимів газосховища є її технологічна схема та розроблена математична модель підземного сховища газу (ПСГ), яка є максимально простою, адекватною існуючим процесам (газодинамічним, фільтраційним, дифузійним, термічним тощо) і яка дозволяє за прийнятний час отримати необхідний результат. Базовими математичними моделями ПСГ є: фільтраційна модель пласту, модель вибійної зони свердловин, газодинамічні моделі робочих колон свердловин та шлейфово-колекторної системи збору газу, дискретно-неперервна модель компресорної станції (КС). Розроблене математичне забезпечення (моделі, методи і алгоритми) дозволяють в процес розрахунку режимів роботи ПСГ включати моделі всіх існуючих технологічних об'єктів, які є присутніми на детальних технологічних схемах і які впливають на параметри потокорозподілу газу в технологічному ланцюжку пласт (пласти) – магістральний газопровід. Всі об'єкти, які входять в технологічний ланцюжок пласти – колектори – магістральний газопровід умовно можна представити у вигляді груп системних об'єктів. Серед них виділяють пласти – колектори. Інша група — об'єкти, які входять в технологічний ланцюжок вибій свердловин – робоча колона – шлейфово-колекторна система – вузол відключаючих пристроїв. Група об'єктів, яка включає системи підготовки, компримування, охолодження та вимірювання параметрів газу відносять до достискувальної компресорної станції (ДКС).

Схема технологічного ланцюжка пласт – магістраль, як і ДКС, подається графом $G_s(E,V)$, в якого кожне ребро $(i,j)\in V$ має свій тип. Тип ребра відповідає технологічному об'єкту чи гідравлічному еквіваленту.

Математична модель пласту-колектора. Більшість пластів – колекторів ПСГ мають незначну висоту та порівняно невеликі ухили, а тому їх можна вважати плоскими і горизонтальними. Як показують числові експерименти, таке припущення в багатьох випадках є виправданим. Пласт ПСГ будемо розглядати як двовимірну плоску область $\Omega\subset R^2$. На Ω задана множина точок (свердловин) з координатами $\{x_i, y_i\}$, $i=1,...,n$ та значення тисків p_i в цих точках.

Границю Σ області Ω розіб'ємо на дві $\Sigma=\Sigma_1\cup\Sigma_2$, де Σ_2 — зовнішня границя області Ω; Σ_1 — об'єднання границь областей $\Omega_i\in\Omega$, які охоплюють координати точок із відомими значеннями тисків p_i. На Ω знайти розв'язок $p(x,y,t)$ рівняння

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{kh}{\mu z}\frac{\partial p^2}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{kh}{\mu z}\frac{\partial p^2}{\partial y}\right]=2\alpha mh\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{p}{z}\right]+2q(t)hp_0, \quad (1)$$

яке описує фільтрацію газу в пористому неоднорідному середовищі за наступних крайових умов:

на $\Sigma_1 = \bigcup_{i=1}^{n} \Gamma_i$ задовольняється умова Діріхле: $p(x_i, y_i) = p_i$, $(x_i, y_i) \in \Gamma_i$ $i = 1,...,n$, (2)

а на Σ_2 — умова Неймана: $\Phi p(x, y) = 0$, $(x, y) \in \Sigma_2$, (3)

де $\Phi p \overset{def}{=} \frac{k \cdot h}{\mu \cdot z} \frac{\partial p}{\partial x} \nu_x + \frac{k \cdot h}{\mu \cdot z} \frac{\partial p}{\partial y} \nu_y$; $\nu_x = \cos(\nu, x)$, $\nu_y = \cos(\nu, y)$; ν — зовнішня нормаль до області $\Omega \subset R^2$; $k(x, y, p), m(x, y), h(x, y), \alpha(x, y)$ — коефіцієнти проникності, пористості, газонасичена товщина пласта та коефіцієнт газонасиченості відповідно; z — коефіцієнт стисливості; μ — коефіцієнт динамічної в'язкості; $q(t)$ — густина відбору газу; p_0 — тиск повітря за нормальних (стандартних) умов.

Відбори (закачування) газу з підземних сховищ здійснюються через n свердловин, які розміщені в точках (x_i, y_i), протягом деякого проміжку часу $t \in [t_{1j}, t_{2j}]$, $(j = \overline{1, J})$. Густина відбору визначається формулою:

$$q(t) = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^{n} q_i \delta\left(x - x_i^0\right)\left(y - y_i^0\right)\left[\eta\left(t - t_{1i}\right) - \left(t - t_{2i}\right)\right]. \tag{4}$$

В останній формулі q_i — відбір газу з i –ої свердловини; $\delta(x)$ — дельта-функція Дірака; $\eta\left(t - t_{ji}\right)$ — одинична функція Хевісайда; V — сумарний об'єм газу.

Розв'язок задачі (1) – (3) будується методом скінченних елементів (МСЕ).

Математична модель вибою свердловини. На вибійну зону свердловини припадає значна частина від загальних втрат тиску в пласті. Притік газу залежить від степені і характеру розкриття пласту – колектора. Часто в моделях підтоку необхідно враховувати і анізотропію пласту.

За сферичного закону притоку газу розподіл тиску в вибійній зоні свердловини задовольняє рівнянню [1]:

$$-d\left(\frac{p}{p_0}\right)^2 = \frac{\mu}{\pi h k p_0} \frac{q_0}{F} dF + \beta \frac{\rho_0}{\pi p_0 d h} \frac{q_0^2}{F^2} dF, \quad \beta = \frac{12 \cdot 10^{-5} d^3}{m k^{3/2}}, \tag{5}$$

де p_0, q_0, ρ_0 — значення тиску, дебіту свердловини та густини газу в нормальних умовах; d — діаметр зерен породи; m — пористість пласту; k — проникність в області дифузії; F — площа поверхні фільтрації; h — потужність пласту.

Розв'язані задачі. Розроблені методи розв'язування достатньо повного набору прямих та обернених задач. Для однієї із заданих величин — середній пластовий тиск в області відбору, пластовий тиск для кожної свердловини, сумарний дебіт свердловин, дебіт кожної свердловини, а також однієї із величин на ГЗП — тиск, або витрата, моделюючий комплекс знаходить дебіт кожної свердловини, витрату чи тиск газу на ГЗП.

1. Н.Притула, М.Притула, Р.Боровий, О.Химко. Математична модель Більче – Волицького сховища газу// "Львівська політехніка: Комп'ютерні науки та інформаційні технології. — Львів, – 2010. – № 686. — 192 – 198.