

УДК 519.65

## Наближення оператора Урсона операторними поліномами типу Stancu

Демків І. І., к.ф.-м.н., доц. каф. ОМП

Національний університет «Львівська політехніка»  
(вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна)

У доповіді будемо розглядати оператор Урсона  $F(t, x(\cdot)) = \int_0^1 f(t, z, x(z)) dz$  з невідомим ядром  $f(t, z, x(z))$ , про властивості якого можна судити тільки аналізуючи результат його дії на будь-які функції  $x(z)$  з деякого класу. У техніці така ситуація іноді називається «сірою скринькою».

Задача полягає в побудові досить простого поліноміального наближення до оператора  $F$ , яке би з ростом свого степеня, як завгодно точно наближало  $F$ .

Нехай задані континуальні інтерполяційні умови  $F(t, x_i(\cdot, \xi)) = \int_0^1 f(t, z, x_i(z, \xi)) dz$ ,  $i = \overline{0, n}$ , де  $x_i(z, \xi) = \frac{i}{n} H(z - \xi)$ ,  $\xi \in [0, 1]$ ,  $i = \overline{0, n}$ .

Треба за відомими функціями  $F(t, x_i(\cdot, \xi))$  побудувати наближення до оператора Урсона з невідомою функцією  $f(t, z, x(z))$ .

У статті [1] запропонований підхід до поліноміального наближення, заснований на інтерполяційному поліномі Лагранжа.

Тут ми пропонуємо інший підхід. За основу такого наближення візьмемо лінійний додатний поліноміальний оператор досліджений у [2], що наближає функцію однієї змінної.

Доведено, що одержані поліноми рівномірно збігаються до відповідних операторів Урсона. Використовуючи модулі неперервності, встановлена швидкість збіжності досліджуваних поліномів. Одержана асимптотична оцінка похибки апроксимації. Дано уточнення асимптотичних формул D. Stancu для залишкових членів. Для ілюстрації теорії наведено ряд чисельних прикладів.

Проведені теоретичні та обчислювальні дослідження показали, що при високій гладкості ядра оператора Урсона найкращу точність дає запропонований у роботі операторний поліном D. D. Stancu з параметром  $\alpha = -\frac{1}{m}$  у порівнянні з тими, у яких  $\alpha \geq 0$ .

Тут  $m$  степінь операторного полінома. Значимо, що цей поліном має чудову властивість: він інтерполює оператор Урсона на континуальній множині вузлів.

1. В. Л. Макаров. Интерполяционный метод решения задачи идентификации для функциональной системы, описываемой оператором Урсона / Макаров В. Л., Хлобыстов В. В. // Докл. АН СССР. — 1988. — Т. 300. № 6. — С. 1332 – 1336.
2. D. D. Stancu. On a New Positive Linear Polynomial Operator / Stancu D. D. // Proc. Japan Acad., 1968. — No. 44. — P. 221 – 224.