

УДК 519.6

## Врахування початково–крайового ефекту у вагових оцінках різницевих схем для параболічних рівнянь у прямокутнику

Кравець І. Т., к.ф.-м.н., доц. каф. ОМП

Демків Л. І., к.ф.-м.н., ст. викл. каф. ПМ

Національний університет «Львівська політехніка»  
(вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна)

При розв'язуванні задач математичної фізики методом сіток у канонічних областях, тобто таких, що утворені координатними поверхнями (лініями), давно було зауважено такий факт: чим ближче вузол сітки знаходиться до границі сіткової області, тим точність розв'язку відповідної сіткової схеми стає вищою. Вперше кількісні оцінки цього явища були одержані у роботі [1] для лінійних еліптичних рівнянь з умовами Діріхле у  $R^1, R^2$ . Подальший розвиток ці ідеї одержали, зокрема, у роботах [2-5].

У доповіді авторами розглянуто початково-крайову задачу для рівняння параболічного типу

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t), \quad (x,t) \in Q_T,$$

$$u(0,t) = u(1,t) = g(x), \quad t \in (0,T),$$

$$u(x,0) = \varphi(x),$$

де  $Q_T = (A,B) \times (0,T)$ ;  $A, B \in R$ ;  $A > -|A'|$ ,  $B < |B'|$ ;  $A', B' \in R$ .

Для традиційної різницевої схеми, що апроксимує описану задачу знайдено вагові апіорні оцінки похибки. З цих оцінок випливає (крайовий ефект), що точність різницевої схеми поблизу границі сіткової області є  $O(h(\tau + h^2))$ , у той час, як, наближаючись до середини області вона стає  $O(\tau + h^2)$ . Крім того показано (початковий ефект), що поблизу  $t = 0$  точність є  $O(\sqrt{2 + \ln^2 \tau} \sqrt{\tau}(\tau + h^2))$ , а при віддаленні від початку часу вона стає  $O(\tau + h^2)$ . Тут  $\tau$  та  $h$ , відповідно часовий та просторовий кроки сіткової області. Також авторами знайдено достатні умови гладкості вхідної інформації (правих частин рівнянь початкових та крайових умов), що забезпечують справедливність вищезазначених апіорних оцінок.

1. Makarov V. On apriori estimates of difference schemes giving an account of the boundary effect / V. Makarov // C.R. Acad. Bulgare Sci.-1989.-Vol.42, №.5.-P.41-44.
2. Макаров В.Л. Оцінки точності різницевих схем для параболічних рівнянь, що враховують початково–крайовий ефект / В.Л. Макаров, Л.І. Демків // Доповіді НАН України.-2003.-№2.-С.26-32.
3. Makarov V.L. Accuracy estimates of difference schemes for quasi-linear elliptic equations with variable coefficients taking into account boundary effect / V.L. Makarov, L.I. Demkiv // Lect notes Comput. Sc.--2005.--Vol.3401.--P.80--90.
4. Makarov V. Taking into account the third kind conditions in weight estimates for difference schemes / V. Makarov, L. Demkiv // Lect notes Comput. Sc.--2006.--Vol.3743.--P.687 -- 694.
5. Самарский А.А. Разностные схемы для дифференциальных уравнений с обобщенными решениями./ А.А. Самарский, Р.Д. Лазаров, В.Л. Макаров - М.:Высшая шк., 1987.-296с.