УДК 517.956

Локальна розв'язність задачі Коші для одного класу вироджених параболічних рівнянь

Мединський І. П., к.ф.-м.н., доц. каф. ПМ

Національний університет «Львівська політехніка»
(вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна)

Нехай n_1, n_2, n_3, b – задані натуральні числа, причому, $n_1 \geq n_2 \geq n_3$, $n = n_1 + n_2 + n_3$. T – задане додатне число, $\Pi_H = \{(t,x) | t \in H, x \in R^n\}$, $H \subset [0,\infty)$, $D_{x_1}^{2b-1}u = \{\partial_{x_1}^{k_1}u \,|\, \|k_1\| \leq 2b-1\}$, K – кількість елементів множини $D_{x_1}^{2b-1}u$, $G = \{y = (y_1, \dots, y_K) \,|\, |y_i| \leq M, 1 \leq i \leq K\}$, α, β – неперервні на відрізку $[0,T]$ функції, для яких $\alpha(t) > 0$, $\beta(t) > 0$ при $t \in (0,T]$, $\alpha(0)\beta(0) = 0$ і β – монотонно неспадна функція, для $t \in (0,T]$ та $B(T,0) \equiv \int_0^T (\beta(\theta)/\alpha(\theta))d\theta < \infty$, $A(T,0) \equiv \int_0^T (1/\alpha(\theta))d\theta < \infty$.

В шарі $\Pi_{[0,T]}$ розглядається квазілінійне рівняння

$$\left(\alpha(t)\partial_t - \beta(t)\left(\sum_{s=2}^{3}\sum_{j=1}^{n_s} x_{(s-1)j}\partial_{x_{sj}} + \sum_{0\leq\|k_1\|\leq 2b} a_{k_1}(t)\partial_x^{k_1}\right) - a_0(t)\right)u(t,x) = \\ = f\left(t, x, D_{x_1}^{2b-1}u\right), \quad (t,x) \in \Pi_{[0,T]} \tag{1}$$

з початковою умовою

$$u(t,x)|_{t=0} = \varphi(x), \quad x \in R^n. \tag{2}$$

Задача (1), (2) досліджується за таких припущень: коефіцієнти $a_{k_1}(t)$, $t \in [0,T]$, $\|k_1\| \leq 2b$ є неперервними функціями для яких існує така стала $\delta > 0$, що для всіх $t \in [0,T]$ і $\sigma_1 \in R^{n_1}$ справджується нерівність

$$\mathrm{Re} \sum_{\|k_1\|=2b} a_{k_1}(t)(i\sigma_1)^{k_1} \leq -\delta|\sigma_1|^{2b}.$$

Встановлено умови на праву частину рівняння (1) та початкову функцію з умови (2) за яких, у випадку слабкого виродження, існує єдиний розв'язок задачі (1), (2), який визначений в шарі $\Pi_{(0,T_0]}$, де T_0 – деяке число, $0 < T_0 < T$. При цьому використовуються властивості фундаментального розв'язку рівняння (1) з монографії [1] та методика з праці [2].

1. Eidelman S.D., Ivasyshen S.D., Kochubei A.N. Analytic methods in the theory of differential and pseudo-differential equations of parabolic type // Operator Theory : Adv. and Appl.—2004. **152**.—390 p.
2. Мединський І.П. Дослідження С.Д. Ейдельмана нелінійних задач та їх розвиток // Наук. вісник Чернівецького ун-ту: зб. наук. пр. —2011.—**1**, № 1-2.— С. 114-128.