УДК 517.382

Інтеграл типу Коші і δ^2-перетворення послідовностей

Новіков Л. О., к.ф.-м.н., доц. каф. ОМП

Національний університет «Львівська політехніка»
(вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна)

Тут розвивається концепція викладена у [1].

Перехід від числової послідовності $\{s_n\}$ до послідовності $\{\sigma_n\}$ за правилом

$$\sigma_n = \frac{s_{n+1} \cdot s_{n-1} - s_n^2}{s_{n+1} - 2s_n + s_{n-1}}. \tag{1}$$

називається δ^2-перетворенням послідовності $\{s_n\}$. Якщо $\lim_{n\to\infty} s_n = s$, то $\lim_{n\to\infty} \sigma_n = s$. Якщо $\lim_{n\to\infty} s_n$ не існує, але існує $\lim_{n\to\infty} \sigma_n = s$, то число s нами називається узагальненою в сенсі δ^2-перетворення границею послідовності $\{s_n\}$.

Розглянемо послідовність інтегралів

$$I = \frac{1}{2\pi i}\left[\lim_{n\to\infty}\left(\int_a^{t_0-\varepsilon_n} \frac{f(t)dt}{t-t_0} + \int_{t_0+\varepsilon_n}^{b} \frac{f(t)dt}{t-t_0}\right)\right], \tag{2}$$

де $t_0 \in (a,b)$, $f(t)$ – задана на проміжку (a,b) функція класу Гельдера, $\varepsilon_n = q^{-(q^n)}$,$1 < q$ – довільне фіксоване число, так що $\varepsilon_n \to 0$ при $n \to \infty$.

Для скорочення перший з інтегралів у круглих дужках позначимо через $I_1(n)$, другий – через $I_2(n)$. Перепишемо $I_2(n)$ у вигляді

$$\begin{aligned} I_2(n) &= \int_{t_0+\varepsilon_n}^{b} \frac{f(t)-f(t_0)}{t-t_0}dt + f(t_0)\int_{t_0+\varepsilon_n}^{b} \frac{dt}{t-t_0} = \\ &= f(t_0)\ln(b-t_0) + \int_{t_0}^{b} \frac{f(t)-f(t_0)}{t-t_0}dt + (\ln q)q^n + \alpha_n, \end{aligned} \tag{3}$$

де $\alpha_n \to 0$ при $n \to \infty$ і для скорочення скінченну частину у (3) позначимо через s_2.

Застосування δ^2-перетворення до $I_2(n)$ призводить до s_2.

Так само δ^2-перетворення $I_1(n)$ призводить до

$$s_1 = -f(t_0)\ln(a-t_0) + \int_a^{t_0} \frac{f(t)-f(t_0)}{t-t_0}dt.$$

Вираз $\frac{1}{2\pi i}(s_1 + s_2)$ є інтегралом типу Коші визначеним у [2, §67].

1. Л. О. Новіков. Інтеграл Адамара: концепція і способи обчислення. // Восьма відкрита наукова конференція ІМФН Національного університету «Львівська політехніка», 2009 р.
2. Н. И. Мусхелишвили. Некоторые основные задачи математической теории упругости. — М.: Физматгиз. – 707 с.