

УДК 519.681.5

Оптимальний алгоритм цифрової фільтрації на підставі адаптивного згладжування

Яджак М. С., д.ф.-м.н., с.н.с., пров.н.с.

Тютюнник М. І., інженер I-ої кат.

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України
(вул. Наукова, 3^б, м. Львів, 79060, Україна)

Задачі цифрової фільтрації (ЗЦФ) зазвичай виникають під час попереднього оброблення сигналів, зображень, експериментальних даних [1] тощо. У переважній більшості випадків їх потрібно розв'язувати у режимі реального часу за умови обмеження обсягу обчислювальних засобів. У зв'язку з цим необхідно розробляти високопаралельні алгоритми, орієнтовані для реалізації на спеціалізованих обчислювальних системах.

У роботі [2] для числового розв'язання одновимірної ЗЦФ було запропоновано оптимальний за швидкодією та використанням пам'яті паралельноконвеєрний алгоритм (ПКА), орієнтований на реалізацію на квазісистолічній обчислювальній структурі. У цьому випадку цифрова фільтрація полягала у виконанні деякої кількості переобчислень згладжування масиву значень змінних через рухоме вікно заданого розміру. Потім був розроблений квазісистолічний метод [3] побудови оптимальних за швидкодією алгоритмів розв'язання задач фільтрації будь-якої вимірності. Зауважимо, що оптимальність у даному разі доводилась у класі алгоритмів, еквівалентних за інформаційним графом з точністю до виконання співвідношень асоціативності та комутативності для операції додавання. При цьому виявилось, що одержані результати є правильними і у випадку, коли замість операцій додавання (+) і множення (*) розглянути будь-які інші дві операції, наприклад, логічні \vee і \wedge , теоретико-множинні \cup і \cap , відшукування максимального (max) і мінімального (min) значення. Слід підкреслити, що в даному разі квазісистолічна обробка відрізняється від чисто систолічної тим, що під час неї дозволяється передача даних із однієї інстанції одразу в декілька точок прийому. Технічно це досить просто та ефективно реалізується на підставі використання в системах комутації і зв'язку оптоелектронних елементів.

У даній праці нами розглядається задача фільтрації, згідно з якою переобчислення значення кожної змінної здійснюється через вікно, розмір якого заданий виключно для цієї змінної, тобто використовується процедура адаптивного згладжування. Для багатократного застосування згаданої процедури до масиву значень деякого вхідного сигналу запропоновано оптимальний за швидкодією ПКА. Зупинемося на цьому більш детально.

Розглядувана ЗЦФ полягає у виконанні S переобчислень згладжування масиву значень змінних x_i ($i = \overline{1, n}$) через рухоме вікно розміром M_i . При цьому переобчислення значень здійснюється за формулою

$$x_i = \sum_{s=-m_i}^{m_i} x_{i+s} \cdot f_s^i, \quad i = \overline{1, n},$$

де $M_i = 2m_i + 1$, а вагові коефіцієнти f_s^i ($s = \overline{-m_i, m_i}$; $i = \overline{1, n}$) і значення $x_{m_0}, x_{m_0+1}, \dots, x_0$; $x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{m^0}$ – відомі константи, до того ж $m_0 = \min_{1 \leq i \leq n} \{i - m_i\}$, $m^0 = \max_{1 \leq i \leq n} \{i + m_i\}$.

Послідовний алгоритм розв'язання сформульованої задачі фільтрації має вигляд:

```

FOR t = 1, C DO
FOR i = 1, n DO
p = 0
FOR s = -mi, mi DO
p = p + xi+s * fsi;
xi = p.

```

(1)

У наведеній конструкції крапка з комою вказує на кінець тіла циклу за змінною s . Згідно з алгоритмом (1) для переобчислення x_i на t -му кроці використовуються значення $x_{i-m_i}, x_{i-m_i+1}, \dots, x_{i-1}$, які є вже переобчисленими на цьому ж кроці.

Запропонований у [3] квазісистоличний метод організації обчислень дозволяє підвищувати ступінь паралелізму завдяки конвеєризації, забезпечуючи при цьому функціональну еквівалентність з вихідним (последовним) алгоритмом. На підставі цього методу нами побудовано паралельноконвеєрну версію алгоритму (1), яка має вигляд:

```

FOR i = 1, n DO SYNCH
DELAY (2(mi,0 - mi + i - i0))
FOR j = 1, C DO
BEGIN
FOR s = 1, Mi DO
BEGIN
xi = IF (s = 1) THEN f0i * xi ELSE xi + zi,
zi = fh(s,mi)i * xi+h(s,mi)
END;
DELAY (2(mmax - mi + 1))
END.

```

(2)

У наведеній конструкції (2) *SYNCH* – це тип паралельності, що означає синхронізацію зсунутих (у часі) між собою n паралельних гілок після виконання в них кожної операції; *DELAY* (p) – оператор затримки на p тактів; i^0 – це номер змінної, для якої виконується рівність $2m_{i,0} - 2i^0 = \max_{1 \leq i \leq n} \{2m_i - 2i\}$; $h(s, m_i)$ – це такий умовний оператор: *IF* $((s/2) = [s/2])$ *THEN* $s/2 - m_i - 1$ *ELSE* $(s+1)/2$; $[a]$ означає цілу частину a ; $m_{\max} = \max_{1 \leq i \leq n} \{m_i\}$. Передбачається, що оператори $x_i = \dots$ та $z_i = \dots$, розділені комою, виконуються синхронно.

Стосовно ПКА (2) сформульовано та доведено теорему про оптимальність його за швидкістю в класі алгоритмів, еквівалентних за інформаційним графом з точністю до виконання співвідношень асоціативності та комутативності.

1. Мозговой Д.К. Фильтрация радиометрических помех с пространственно-периодичной структурой / Д.К. Мозговой, В.И. Волошин, Е.И. Бушуев // Проблемы управления и информатики. – 2004. – № 3. – С. 97–106.
2. Val'kovskii V.A. An optimal algorithm for solving the problem of digital filtering / V.A. Val'kovskii // Pattern recognition and image analysis. – 1994. – 4, № 3. – P. 241–247.
3. Анисимов А.В. Построение оптимальных алгоритмов массовых вычислений в задачах цифровой фильтрации / А.В. Анисимов, М.С. Яджак // Кибернетика и системный анализ. – 2008. – № 4. – С. 3–14.