УДК 517.526

Стійкість до збурень функціональних гіллястих ланцюгових дробів зі змінною кількістю гілок розгалуження

Гладун В. Р., к.ф.-м.н., доц. каф. ПМ
Матулка К. В., стажист-дослідник каф. ПМ

Національний університет «Львівська політехніка»
(вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна)

Нехай $a_{i(k)}(\boldsymbol{z})$, $b_{i(k)}(\boldsymbol{z})$, $i(k) \in I_k = \{i(k) = i_1 i_2 \dots i_k : 1 \le i_p \le N_{i(p-1)}, p = \overline{1,k}\}$, $k = 0,1,2,\dots$, – деяка сукупність функцій визначених в області $D \subset \mathbb{C}^n$, $\boldsymbol{z} = (z_1, \dots, z_n)$. Розглянемо функціональний гіллястий ланцюговий дріб

$$a_0(\boldsymbol{z})\left(1 + \underset{k=1}{\overset{\infty}{\mathbf{D}}} \sum_{i_k=1}^{N_{i(k-1)}} \frac{a_{i(k)}(\boldsymbol{z})}{1}\right)^{-1}. \tag{1}$$

ГЛД (1) називають стійким до збурень в точці $\boldsymbol{z} \in D$, якщо для довільного $\varepsilon > 0$ існує таке $\delta > 0$, що будь-який ГЛД

$$\hat{a}_0(\boldsymbol{z})\left(1 + \underset{k=1}{\overset{\infty}{\mathbf{D}}} \sum_{i_k=1}^{N_{i(p-1)}} \frac{\hat{a}_{i(k)}(\boldsymbol{z})}{1}\right)^{-1}, \tag{2}$$

елементи якого задовольняють нерівності

$$|\hat{a}_0(\boldsymbol{z}) - a_0(\boldsymbol{z})| < \delta, \quad i(k) \in I_k, \quad k = 0,1,2,\dots,$$

збігається і для кожного s, $s = 0,1,2,\dots$, виконуються нерівності

$$\left|\hat{f}^{(s)}(\boldsymbol{z}) - f^{(s)}(\boldsymbol{z})\right| < \varepsilon,$$

де $f^{(s)}$, $\hat{f}^{(s)}$ – s-ті підхідні дроби ГЛД (1), (2) відповідно.

Якщо ГЛД (1) є стійким до збурень в кожній точці $\boldsymbol{z} \in D$, то область D називають областю стійкості до збурень ГЛД (1).

Досліджено стійкість до збурень ГЛД (1) в області D, у випадку існування послідовності додатних сталих $\{\eta_p\}_{p=0}^{\infty}$, $\eta_p < 1$, таких, що для всіх $\boldsymbol{z} \in D$

$$\left|\frac{a_0(\boldsymbol{z})}{Q_0^{(s)}(\boldsymbol{z})}\right| \le \eta_0, \quad \sum_{i_p=1}^{N_{i(p-1)}} \left|\frac{a_{i(p)}(\boldsymbol{z})}{Q_{i(p-1)}^{(s)}(\boldsymbol{z}) Q_{i(p)}^{(s)}(\boldsymbol{z})}\right| \le \eta_p, \quad i(p-1) \in I_{p-1},$$

$$p = 1,2,\dots,s, \quad s = 1,2,\dots,$$

де $Q_{i(p)}^{(s)}(\boldsymbol{z})$ – залишки підхідного дробу $f^{(s)}$ ГЛД (1), які визначаються такими рекурентними співвідношеннями:

$$Q_{i(p)}^{(s)}(\boldsymbol{z}) = b_{i(p)} + \sum_{i_{p+1}=1}^{N_{i(p)}} \frac{a_{i(p+1)}(\boldsymbol{z})}{Q_{i(p+1)}^{(s)}(\boldsymbol{z})}, \quad i(p) \in I_p, \quad p = s-1, s-2, \dots, 0, \quad s = 1,2,\dots,$$

причому $Q_{i(s)}^{(s)}(\boldsymbol{z}) = b_{i(s)}, \quad i(s) \in I_s, \quad s = 1,2,\dots$.