УДК 917.946+511.37

# Ймовірність існування розв'язку задачі з нелокальною умовою для системи рівнянь у частинних похідних зі зсувами

**Ільків В. С.**, д.ф.-м.н., проф. каф. ОМП

Національний університет «Львівська політехніка»
(вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна)

Нехай $\Delta^p = [0,T] \times \Omega_{2\pi}^p$ – циліндрична область змінних $(t,x)$, де $(t,x) = (t, x_1, \ldots, x_p)$, $\Omega_{2\pi}^p = (\mathrm{P}/2\pi \mathrm{Z})^p$ – $p$ - вимірний тор, $p \ge 2$, $T > 0$, в якій розглядається задача з нелокальною двоточковою умовою для системи диференціальних рівнянь зі зсувами аргументу $x$, тобто задача

$$\frac{\partial u}{\partial t} = A_1(D) u_{\xi_1} + \cdots + A_Q(D) u_{\xi_Q} + f, \tag{1}$$

$$u\big|_{t=0} - \mu u\big|_{t=T} = \varphi. \tag{2}$$

Шукана вектор-функція $u = u(t,x)$ має розмір $m$, вектор-функція $u_\xi$ – це функція $u$ з векторним зсувом $\xi \in \Omega_{2\pi}^p$ за змінною $x$, вектор-функції $f = f(t,x)$ та $\varphi = \varphi(x)$ є заданими функціями, $\mu \ne 0$ – задана комплексна стала. Матричні вирази $A_1(D), \ldots, A_Q(D)$, де $Q \ge 1$, $D = (-i\,\partial/\partial x_1, \ldots, -i\,\partial/\partial x_p)$, позначають диференціальні оператори деякого порядку зі сталими матричними комплексними коефіцієнтами.

Розв'язність задачі (1), (2) у певному функціональному просторі є дискретною випадковою подією (оскільки для деяких значень вектора $\bar{\xi} = (\xi_1, \ldots, \xi_{Q_1})$, де $Q_1 \le Q$, розв'язок існує, а для інших – не існує [1, 2]) у ймовірнісному просторі з геометричною ймовірністю $P$, що визначається відповідною мірою Лебеґа на просторі елементарних подій $\Omega_{2\pi}^{pQ_1}$. Елементарною подією вважається розв'язність задачі (1), (2) при фіксованому значенні $\bar{\xi} \in \Omega_{2\pi}^{pQ_1}$.

Використовується особливе означення *ймовірної розв'язності* задачі, а саме: задачу (1), (2) називаємо розв'язною у просторі $\mathbf{W}$ з імовірністю $1-\varepsilon$ на множині зсувів $\Omega_{2\pi}^{pQ_1}$, якщо існує така вимірна підмножина $\Omega$ множини $\Omega_{2\pi}^{pQ_1}$, ймовірність якої $P(\Omega)$ не є меншою за число $1-\varepsilon$ і для кожного вектора $\bar{\xi} \in \Omega$ задача (1), (2) однозначно розв'язна у просторі $\mathbf{W}$.

Встановлено умови розв'язності задачі (1), (2) у просторі $\mathbf{W}$ з одиничною ймовірністю та умови однозначної розв'язності і рівномірної оцінки зверху норми розв'язку цієї задачі з наперед заданою як завгодно близькою до одиниці ймовірністю [1, 2].

1. Ільків В. С. Розв'язність нелокальної задачі для систем рівнянь з частинними похідними зі зсувами аргументів // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер. матем. і інформ. – 2010. – Вип. 21. – С. 72–85.
2. Ільків В. С. Розв'язність нелокальної задачі для лінійних неоднорідних рівнянь з частинними похідними зі зсувами аргументів // Вісник нац. ун-ту "Львівська політехніка". Фіз. мат. науки. – 2011. – № 718. – С. 46–53.