УДК 517.2

Про оцінку зверху розв'язку узагальненої нелінійної диференціальної системи

Пахолок Б. Б., к.ф.-м.н., доц. каф. ОМП
Пукач П. Я., к.ф.-м.н., доц. каф. ОМП

Національний університет «Львівська політехніка»
(вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна)

Нехай $I = [0, \infty)$, $BV_{loc}^{+}(I)$ – простір неперервних справа функцій локально обмеженої на I варіації, $R^{n\times m}$ –простір $n \times m$ матриць-функцій. D' –простір узагальнених функцій (розподілів) Л.Шварца.

Розглянемо на I задачу

$$X' = A'(t)X + F(X,t) + G'(t), \quad X(0) = 0, \tag{1}$$

де $X(t), F(X(t),t), G(t) \in R^{n\times 1}$; $A(t) \in R^{n\times n}$; $A(t), G(t) \in BV_{loc}^{+}(I)$. Розв'язок $X(t)$ задачі (1) належить простору $BV_{loc}^{+}(I)$ і задовольняє це рівняння в сенсі простору D'. До лінійної ($F(X,t) = 0$) системи (1) зводяться лінійні квазідиференціальні рівняння вигляду

$$K_{nm}[x(t)] \equiv \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m}(-1)^{m-j}\left(a_{ij}(t)x^{(n-i)}(t)\right)^{(m-j)} = f(t).$$

Частинним випадком рівняння (1) є системи Каратеодорі. Нехай $\Phi(t,t_0)$ – фундаментальна матриця однорідного рівняння $X' = A'(t)X$. Вважаємо, що виконуються такі умови:

1) $\|F(X,t)\| \le L\|X\|$ в області $D = \{\|X\| \le H, 0 \le t < \infty\}$;
2) $\|\Phi(t,t_0)\| \le \beta e^{-\alpha(t-t_0)}$ з константами $\alpha > 0, \beta \ge 1$, які не залежать від t_0;
3) $\gamma = \sup_{t\ge 0} \bigvee_t^{t+1} G(t)$;
4) $\lambda = \alpha - \beta L > 0$.

В доповіді буде доведено таку теорему.

Теорема. За умов 1) – 4) розв'язок $X(t)$ задачі (1) задовольняє оцінку $\|X(t)\| \le \frac{\beta\gamma e^{\lambda}}{1-e^{-\lambda}}$.

Для випадку, коли матриця $A(t)$ є неперервно диференційованою функцією, аналогічну теорему доведено в [1]. Доведення теореми базується на зведенні задачі (1) до еквівалентного рівняння

$$X(t) = \int_0^t \Phi(t,s)F(X,s)ds + \int_0^t \Phi(t,s)dG(s)$$

з наступним використанням оцінок 1) – 4).

1. Барбашин Е. А. Введение в теорию устойчивости. – М.: Наука, 1967.