

УДК 512.643.8

Про еквівалентність матриць деякого вигляду над локальними областями головних ідеалів

Динис Р. Ф., студ. мат. факультету

Тилищак О. А., к.ф.-м.н., доц. каф. алгебри

ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
(вул. Університетська, 14, м. Ужгород, 88000, Україна)

Задача про подібність матриць над кільцями на відміну від полів слабо досліджена і розв'язана над деякими кільцями лише для матриць малих порядків (напр. [1–3]). Розглядається задача про подібність матриць деякого вигляду довільного порядку над комутативними кільцями R з одиницею 1. Нехай $t \in R$,

$$M(k, n) = \begin{pmatrix} \overbrace{0 \ \dots \ 0}^k & 0 & \dots & 0 & t & & \\ 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & t & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & t & 0 \end{pmatrix}$$

— матриця порядку n над кільцем R ; k, n — цілі числа ($0 \leq k \leq n$, $0 < n$).

Теорема 1. Нехай R — комутативне кільце з одиницею 1, $t \in R$, n, k — натуральні числа, $k < n$. Якщо $(n, k) > 1$, то матриця $M(k, n)$ подібна над кільцем R матриці вигляду $\begin{pmatrix} M(k', n') & B \\ 0 & A \end{pmatrix}$, де $k' = k / (k, n)$, $n' = n / (k, n)$.

Теорема 2. Нехай R — локальна область головних ідеалів з одиницею 1, $\text{Rad } R = tR$ — її радикал Джекобсона, $t \neq 0$, n, k — натуральні числа, $k < n$. Матриця $M(k, n)$ подібна над кільцем R матриці вигляду $\begin{pmatrix} M(l, m) & B \\ 0 & A \end{pmatrix}$, де l, m — цілі числа ($0 \leq l \leq m$, $0 < m < n$), тоді і тільки тоді, коли $(n, k) > 1$.

1. Pizarro A. Similarity Classes of 3×3 Matrices over a Discrete Valuation Ring // Linear Algebra and Its Applications. – 1983. – Vol. 54. – P. 29–51.
2. Шевченко В. Н. Сидоров С. В. О подобии матриц второго порядка над кольцом целых чисел // Известия вузов. Сер. матем. – 2006. – № 4. – С. 57–64.
3. Сидоров С. В. О подобии матриц третьего порядка над кольцом целых чисел, имеющих приводимый характеристический многочлен // Вест. Нижегородского ун-та им. Н. И. Лобачевского. Сер. Математ. моделирование. Опт. управление. – 2009. – № 1. – С. 119–127.
4. Гудивок П. М., Тилищак О. А. Про незвідні модулярні зображення скінченних p -груп над комутативними локальними кільцями // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер. матем. – 1998. – Вип. 3. – С. 78–83.