УДК 519.21

Властивості розв'язків крайових задач гіперболічного типу математичної фізики з випадковими початковими умовами з простору Орліча

Сливка-Тилищак Г. І., к.ф.-м.н., доц.

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка
(вул. Володимирська, 64, м. Київ, 01033, Україна)

У роботі розглядається перша крайова задача для гіперболічного рівняння [2]. Ставиться питання про існування функції $u = u(x,t), x \in [0,\pi], y \in \left[0,T\right]$, яка задовольняє наступним умовам:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(p(x)\frac{\partial u}{\partial x}\right) - q(x)u - \rho(x)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0;$$

$$u(0,t) = u(\pi,t) = 0;$$

$$u(x,0) = \xi(x), \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \eta(x).$$

Припустимо, що $(\xi(x), x \in [0,\pi])$, $(\eta(x), x \in [0,\pi])$ є випадкові процеси із простору Орліча [1].

При використанні методу Фур'є розв'язок даної задачі записується у вигляді

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x)\left[A_k \cos\sqrt{\lambda_k}t + \frac{B_k}{\sqrt{\lambda_k}}\sin\sqrt{\lambda_k}t\right], x \in [0,\pi], t \in [0,T], T > 0,$$

де

$$A_k = \int_0^{\pi} \xi(x)X_k(x)\rho(x)dx, \quad B_k = \int_0^{\pi} \eta(x)X_k(x)\rho(x)dx, \quad k \ge 1,$$

λ_k та $X_k(x)$ – власні значення та власні функції відповідної задачі Штурма-Ліувілля.

Для поставленої задачі знайдено достатні умови існування з імовірністю одиниця двічі неперервно диференційовного розв'язку, отримані достатні умови існування з імовірністю одиниця розв'язку задачі, в частковому випадку, коли початкові умови є випадковими процесами з простору $L_p(\Omega)$, такий самий результат триманий у термінах кореляційних функцій випадкових процесів, знайдено оцінку для розподілу супремуму розв'язку задачі.

1. V. V. Buldygin. Metric Characterization of Random Variables and Random processes/ V. V. Buldygin and Yu. V. Kozachenko // American Mathematical Society, Providence, Rhode, 2000. – 258 p.
2. Положий Г. Н. Уравнения математической физики. – Москва: Высшая школа, 1964. – 559 с.