

УДК 539.3

Моделювання термопружного двовимірного стану у кусково-однорідній трикомпонентній області з тріщиною

Зеленяк В. М., к.т.н., ст. викл. каф. ВМ

Гошко Л. В., к.ф.-м.н., доц. каф. ВМ

Орищин О. Г., к.ф.-м.н., доц. каф. ВМ

Національний університет «Львівська політехніка»
(вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна)

В останні два десятиліття значно зріс інтерес до теоретичних досліджень температурних полів і напружень у живих тканинах. Це зумовлено використанням теплових процедур під час лікування різноманітних ортопедичних захворювань та значним тепловиділенням в поліметилакриловому цементі, що використовується в операціях ендопротезування для фіксації імплантату до кістки, за якого локальна температура зростає до 90°C – 110°C . Під час полімеризації відбувається об'ємна «усадка» цементу, його густина збільшується з 900 кг/м^3 до 1100 кг/м^3 . Це зумовлює значні залишкові напруження у цементі та оточуючій його кістці та появу пор і тріщин у цементі. Охолодження цементу супроводжується термічними напруженнями. Термомеханічне моделювання і експериментальне дослідження простих зразків встановили виникнення тріщин, орієнтованих перпендикулярно до напрямків головних напружень. Ще однією причиною появи залишкових напружень у кістковому цементі є неповна його полімеризація, внаслідок якої утворюються попередньо напружені кластери (включення) з іншими механічними властивостями та поверхневим перехідним шаром.

Наведений вище далеко неповний перелік причин виникнення залишкових і термічних напружень у структурах імплантант-цемент-кістка спонукають до розвитку теоретичних моделей, які даватимуть змогу враховувати їх вплив на механічну поведінку, напружено-деформований стан і міцність ортопедичних структур в процесі їх функціонування. Найкритичнішим дефектом, який може спричинити екстремальні напруження у матеріалі та його руйнування, є тріщина. Тому ми вибираємо для моделювання плоску пружну матрицю з кусково-однорідним двокомпонентним круговим включенням та розташованою поблизу нього прямолінійною тріщиною, що перебувають у стаціонарному температурному полі. За допомогою такого поля можна змоделювати залишкові (усадочні) деформації, вибравши відповідно температуру і коефіцієнти теплового розширення компонентів структури. Така модель відповідає плоскій задачі термопружності для кусково-однорідного тіла з тріщиною.

Двовимірні задачі теорії пружності або термопружності для кусково-однорідних тіл з тріщинами методом сингулярних інтегральних рівнянь розглядали раніше. Зокрема досліджували термопружний стан в обмеженій, півобмеженій і необмеженій плоскій області з чужорідними включеннями і криволінійними тріщинами. Однак, в цих працях розглядали двокомпонентні області з тріщинами. В даній роботі досліджується розподіл температурних напружень поблизу вершин тріщини, яка знаходиться в трикомпонентній області (площина з чужорідним двокомпонентним включенням) за умов сталої температури.

В даній роботі розглянуто двовимірну задачу термопружності для площини з двокомпонентним круговим включенням і тріщиною. Задачу зведено до системи двох сингулярних інтегральних рівнянь на замкненому (межа включення) і розімкненому (тріщина) контурах. Числові розв'язки інтегральних рівнянь одержано методом механічних квадратур. Досліджено вплив теплофізичних, механічних властивостей компонент включення на розподіл напружень в околі вершин тріщини. Визначено коефіцієнти інтенсивності напружень на кінцях тріщини.