

УДК 359.3

Нестационарна задача термодифузії неоднорідних анізотропних оболонок

Флячок В. М., к.ф.-м.н., доц. каф. ПМ і КІС

Українська академія друкарства
(вул. Підголюско, 19, м. Львів, 79020, Україна)

Характерною особливістю сучасних задач механіки суцільного середовища є врахування взаємодії полів різної природи, неоднорідності та анізотропії матеріалу, інерційних сил тощо. Такі задачі найчастіше зустрічаються при дослідженні напружено-деформованого стану та динамічної поведінки елементів конструкцій, які мають форму оболонок та пластинок. Тому виникає проблема створення математичних моделей розрахунку оболонок, які би враховували вказані особливості.

У доповіді розглядається лінійна математична модель неоднорідних анізотропних оболонок, які зазнають силового навантаження та термодифузійного насичення. Основна система рівнянь та відповідні крайові умови виведені шляхом прийняття гіпотез про лінійний характер розподілу усіх компонент вектора переміщень, функцій температури і концентрації вздовж товщини оболонки. Матеріал оболонки вважається анізотропним, що має одну площину пружної та теплової симетрії, а його фізико-механічні властивості є функціями поперечної координати. Побудована система диференціальних рівнянь не накладає жодних обмежень на величини фізико-механічних характеристик анізотропного матеріалу, що дає змогу використовувати цю систему для дослідження оболонок з високим ступенем анізотропії.

Для запропонованого варіанта математичної моделі розвинуто деякі теоретичні питання і показано шляхи розв'язування крайових задач. Дана варіаційна постановка крайових задач у диференціальній та інтегральній формах. Із загального варіаційного рівняння в диференціальній формі одержано часткові варіаційні рівняння, які є аналогами відомих з лінійної теорії пружності рівнянь Лагранжа та Кастільяно. Із загального варіаційного рівняння в інтегральній формі виведено рівняння взаємності для задач динаміки з неоднорідними початковими та мішаними граничними умовами. Це рівняння використано для представлення розв'язків крайових задач у квадратурах. Методом узагальнених координат показана можливість зведення варіаційної задачі до системи лінійних диференціальних рівнянь другого порядку із сталими коефіцієнтами.

На основі побудованої математичної моделі, за умов нехтування зв'язаністю фізичних та механічних полів, впливом концентрації на розподіл температури, а також перехідним періодом процесу теплопровідності, побудовано загальний розв'язок про розподіл концентрації речовини, температури, напружень та деформацій в осесиметричній циліндричній оболонці кінцевої довжини з шарнірно опертими краями. Розглянуто випадок локального нагріву зовнішньої поверхні оболонки шляхом конвективного теплообміну із навколишнім середовищем, температура якого задана функцією

$$t_c^+ = t^* [S_-(x - x_0 + d) - S_+(x - x_0 + d)],$$

де t^* – const; x – осьова координата; x_0 – осьова координата середини зони нагріву; $2d$ – ширина зони нагріву; $S_{\pm}(x)$ – одиничні функції.

Внутрішня поверхня омивається середовищем з нульовою температурою. Краї підтримуються при нульовій температурі. При заданих крайових умовах розв'язок сформульованої задачі знаходимо методами інтегральних перетворень Фур'є та Лапласа.