

1. Черепанов В.А. Транспорт в планировке городов: Учебник для вузов / В.А. Черепанов. – М.: Стройиздат, 1970. – 304 с. 2. Фишельсон М.С. Транспортная планировка городов: Учеб. пособие для студ. авт.-дор. спец. вузов / М.С. Фишельсон. – М.: Высшая школа, 1985. – 239 с. 3. Лобанов Е.М. Транспортная планировка городов: Учебник для студентов вузов / Е.М. Лобанов. – М.: Транспорт, 1990. – 240 с. 4. Санько Я.В. Формування математичної моделі витрат на функціонування транспортної системи перевезення пасажирів та вантажів / Я.В. Санько, Ю.Я. Ройко // Комунальне господарство міст: Наук.-техн. зб. – 2012. – Вип. 103. – С. 425–428.

УДК 621.01

С.С. Пісковий, А.М. Сліпчук\*

Полтавський національний технічний університет імені Ю. Кондратюка,

\*Національний університет “Львівська політехніка”,

кафедра технології машинобудування

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КЕРОВАНОЇ ВІБРАЦІЙНОЇ МАШИНИ З ДЕБАЛАНСНИМ ЗБУДЖУВАЧЕМ КОЛИВАНЬ ЗІ ЗМІННИМ КОЕФІЦІЄНТОМ ОПОРУ КОЧЕННЯ В ПІДШИПНИКАХ ДЕБАЛАНСНОГО ВАЛА

© Пісковий С.С., Сліпчук А.М., 2012

**Розроблено математичну модель керованої вібраційної машини, яка враховує зміну коефіцієнта опору коченню в підшипниках дебалансного валу. Встановлено залежність між статичним моментом мас дебалансів, зміною властивостей оброблюваного середовища, моментом опору коченню в підшипниках та конструктивними особливостями машини.**

**The mathematical model of the guided oscillation machine is developed. What takes into account a change the coefficient of resistance wobbling in bearings of unbalances billow. Dependence is set between the static moment of the masses of unbalances, change of properties of the processed environment, by the moment of resistance wobbling in bearings and by the structural features of machine.**

**Постановка проблеми.** У сучасній будівельній галузі, особливо під час виробництва будівельних матеріалів широко використовують машини, що застосовують вібрацію або як основний інструмент впливу на оброблюване середовище або для підсилення та інтенсифікації інших технологічних процесів. І хоч вібраційна техніка дуже розповсюджена, існує багато типорозмірів і конструкцій від вібромайданчиків для ущільнення великогабаритних бетонних конструкцій вантажопідіймальністю в десятки тон до віброприводів у мікророботах, розробка нових, досконаліших зразків є актуальним завданням. На сучасному етапі розвитку технологічних вібраційних машин спостерігається стійка тенденція до застосування у виробництві енергоощадливих технологій та устаткування.

Новим поколінням вібраційної техніки стали керовані вібраційні машини. Конструктивно вони значно складніші від некерованих, оскільки мають у своїй конструкції низку додаткових вузлів і деталей, вимагають уважнішого ставлення до роботи й обслуговування. Але поряд із тим мають і низку переваг: за належного догляду підвищується довговічність віброприводу (особливо відчутно подовжується термін роботи підшипників), знижуються витрати електроенергії, з'являється можливість використання різних, зокрема і перехідних нестационарних коливальних режимів. Використання останніх відкриває нові можливості впливу на оброблюване середовище або об'єкт. Дія перехідного вібраційного режиму значно збільшує енергетичний вплив на середовище і підвищує продуктивність технологічного обробітку, зменшує необхідний час обробітку, а в деяких випадках (особливо під час використання віброударних режимів) дає змогу досягати таких режимів, яких на сьогодні жодними іншими методами

досягти неможливо. Про це свідчать дослідження Л.І. Сердюка та О.М. Черевка [1]. Крім того застосування керованого дебалансного віброзбуджувача у вібраційних машинах дає змогу позбутися переходів через проміжні резонанси під час запуску і розгону машини до номінального режиму і під час вибігу після вимкнення машини. Переходи через проміжні резонанси в некерованому режимі завдають великої шкоди опорним підшипникам дебалансного вала. Отже, такі різнобічні можливості і широке застосування вібраційної техніки у багатьох галузях свідчать про велику зацікавленість учених та актуальність будь-якого просування у вивченні і розумінні динаміки, енергетичного балансу, фізичних процесів передачі енергії і роботи керованих вібромашин.

**Аналіз останніх досліджень.** Розробкою вібраційних машин з приводом, який дає можливість керувати параметрами вібраційної дії, займається багато науковців. Це свідчить про значний інтерес і актуальність досліджень як можливих конструкцій таких машин, так і динаміки їх роботи, енергетичного балансу, принципів і механізмів взаємовпливів у системі привід – вібромашина – оброблюване середовище.

Аналіз науково-технічної літератури показує, що завдяки відносно простій схемі виконання найбільшого розповсюдження набуло керування частотою коливань, реалізоване за допомогою електронного керування двигуном привода [2]. Значно складнішим і менш розповсюдженим є керування амплітудою коливань [3].

Моделювання роботи дебалансного вібраційного пристрою з урахуванням усіх чинників є непростим завданням, а врахування функції керування і нелінійної зміни внутрішніх параметрів системи ускладнює процес.

**Невирішені проблеми.** Найвразливішим, а тому і відповідальним вузлом у керованій дебалансній вібраційній машині є підшипниковий вузол. Підшипники, на яких встановлено дебалансний вал, працюють у складних перемінних режимах, саме через них відбувається передавання силового впливу від сил інерції дебалансів через вал на корпус віброзбуджувача і далі на робочий орган. Складний стан підсилюється впливами інтенсивної вібрації корпусу, постійною зміною навантаження внаслідок зміни сумарного статичного моменту дебалансів під час керування, коріолісовими силами інерції рухомих дебалансів, що діють вздовж вала. Тому однією з головних задач у разі подальшого вдосконалення вібромашин є вивчення і розуміння процесів, що відбуваються в підшипниках дебалансного вала під час роботи механізму.

До появи керованих дебалансних вібраційних збуджувачів вважалося, що коефіцієнт опору коченню в підшипниках, є сталою величиною. Однак у довідковій літературі для одного і того самого підшипника подається значення у доволі великому діапазоні, у якому нерідко нижнє значення відрізняється від верхнього на порядок і більше [4]. У цьому разі фізичний зміст цього коефіцієнта, пояснення причин такого широкого діапазону значень і критеріїв вибору того чи іншого значення не наводиться. Виглядає так, що цей коефіцієнт змінюється. Визначити такі зміни експериментально стало можливим тільки за допомогою керованих дебалансних віброзбуджувачів.

**Метою статті** є створення математичної моделі керованого вібраційного дебалансного збуджувача (див. рисунок) та дослідження особливостей змінюваності моменту сил опору коченню, динаміки керованої вібромашини, в частині, що стосується змін коефіцієнта опору коченню в підшипниках залежно від кількості і властивостей оброблюваного середовища та постійної зміни сумарного статичного моменту мас дебалансів під час роботи.

**Основний матеріал.** Для складання моделі вібраційної машини з багатьма ступенями вільності використовують рівняння Лагранжа другого роду:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j, \quad (j = 1, 2, \dots, s) \quad (1)$$

де  $T$  – кінетична енергія системи;  $q$  – узагальнені координати.

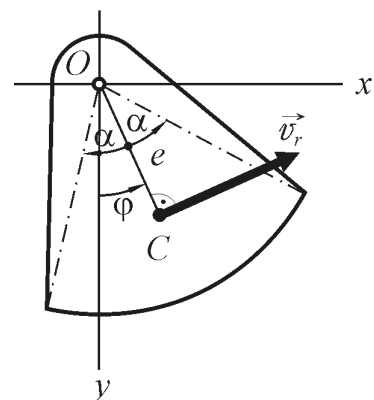


Схема дебаланса

Кінетична енергія системи складається з енергій дебалансів, корпусу та середовища:

$$T = T_{\partial} + T_K + T_c. \quad (2)$$

Кінетична енергія дебалансів у складному русі:

$$T_{\partial} = \frac{mV_c^2}{2} + \frac{I_{zc}\dot{\varphi}^2}{2}. \quad (3)$$

Визначаємо квадрат абсолютної швидкості центра мас:

$$V_c^2 = \dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2 = (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \dot{\varphi}^2 e^2 + 2\dot{\varphi} e(\dot{x} \cos \varphi - \dot{y} \sin \varphi). \quad (4)$$

Підставимо (4) в (3):

$$T_{\partial} = \frac{m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2} + m e \dot{\varphi} (\dot{x} \cos \varphi - \dot{y} \sin \varphi) + \frac{m e^2 \dot{\varphi}^2}{2} + I_{zc} \frac{\dot{\varphi}^2}{2}. \quad (5)$$

Кінетична енергія корпусу вібромашини:

$$T_K = \frac{M_K(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2}. \quad (6)$$

Кінетична енергія оброблюваного середовища:

$$T_c = \frac{M_c(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2)}{2}. \quad (7)$$

Кінетична енергія системи:

$$T = \frac{m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2} + m e \dot{\varphi} (\dot{x} \cos \varphi - \dot{y} \sin \varphi) + \frac{m e^2 \dot{\varphi}^2}{2} + I_{zc} \frac{\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{M_K(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2} + \frac{M_c(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2)}{2}. \quad (8)$$

Положення системи визначається шістьма ступенями вільності, отже має шість узагальнених координат:  $q_1 = x$  – горизонтальне переміщення корпусу;  $q_2 = x_1$  – горизонтальне переміщення середовища;  $q_3 = y$  – вертикальне переміщення корпусу;  $q_4 = y_1$  – вертикальне переміщення середовища;  $q_5 = \varphi$  – кут повороту дебалансного вала;  $q_6 = \theta$  – кут повороту рухомих дебалансів стосовно нерухомого.

Частинні похідні від кінетичної енергії за узагальненими координатами:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial x_1} = \frac{\partial T}{\partial y_1} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi} = -m e \dot{\varphi} (\dot{x} \sin \varphi + \dot{y} \cos \varphi). \quad (9)$$

Частинні похідні від кінетичної енергії за узагальненими швидкостями:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m \dot{x} + m e \dot{\varphi} \cos \varphi + M_K \dot{x}; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} = m \dot{y} - m e \dot{\varphi} \sin \varphi + M_K \dot{y}; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} = M_c \dot{x}_1; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_1} = M_c \dot{y}_1; \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = m e (\dot{x} \cos \varphi - \dot{y} \sin \varphi) + m e^2 \dot{\varphi} + I_{zc} \dot{\varphi}. \quad (10)$$

Позначимо зміщення і швидкості середовища, що обробляється, стосовно робочого органа:

$$x^* = x_1 - x; \quad y^* = y_1 - y; \quad \dot{x}^* = \dot{x}_1 - \dot{x}; \quad \dot{y}^* = \dot{y}_1 - \dot{y}; \quad (11)$$

І складемо вирази узагальнених сил відповідно до кожної координати:

$$Q_x = -c_x x - \alpha_x \dot{x} + c_{1x} x^* + \alpha_{1x} \dot{x}^*; \quad Q_y = -c_y y - \alpha_y \dot{y} + c_{1y} y^* + \alpha_{1y} \dot{y}^* + F_y \text{sign } \dot{y}^*; \\ Q_{x1} = -c_{1x} x^* - \alpha_{1x} \dot{x}^*; \quad Q_{y1} = -c_{1y} y^* - \alpha_{1y} \dot{y}^* - F_y \text{sign } \dot{y}^*; \quad Q_{\varphi} = -m e g \sin \varphi + M_D - M_c. \quad (12)$$

Для врахування керованості віброзбуджувачем вводимо керівну функцію:

$$f_K = \sin \frac{\theta}{2}. \quad (13)$$

За допомогою добутку на  $f_K$  всіх членів, що містять значення статичного моменту мас дебалансів  $S = m e$ . Для врахування змінного коефіцієнта опору коченню в підшипниках розглянемо момент привідного двигуна і момент сил опору. Для приводу використовуємо асинхронний електричний двигун. Робочу частину статичної характеристики апроксимуємо прямою:

$$M_D = 30 M_n (1 - \dot{\varphi}), \quad (14)$$

де  $M_n$  – пусковий момент двигуна.

Величина сил опору залежить від багатьох чинників, врахувати всі у повному обсязі складно, тому визначимо його із залежності, запропонованої Е.А. Аграновською [5]:

$$M_c = 0,2 f m e \dot{\varphi}^2 d + 0,3 f m e d / \dot{\varphi}^2, \quad (15)$$

де  $\dot{\varphi}$  – фактичне значення кутової швидкості обертання вала;  $m$  – маса всіх дебалансів;  $e$  – ексцентриситет;  $d$  – діаметр внутрішнього кільця опорних підшипників.

Коефіцієнт опору в підшипниках:

$$f = \frac{2a(\omega_0 - \dot{\varphi})}{\dot{\varphi}^2 \sin \frac{\theta}{2}}, \quad (16)$$

де  $a$  – стала, що залежить від характеристики двигуна і конструкції віброзбуджувача.

$$a = \frac{M_m}{2S_0\omega_C r}, \quad (17)$$

де  $M_m$  – значення моменту привідного двигуна під час ковзання  $S = 1$ ;  $S_0$  – максимальне значення статичного моменту мас дебалансів;  $r$  – радіус внутрішнього кільця підшипників дебалансного вала;  $\omega_C$  – синхронна кутова швидкість.

Підставимо вирази (9) – (17) у (1), отримаємо систему рівнянь, що характеризує математичну модель керованої вібраційної машини з урахуванням змінюваності коефіцієнта опору кочення в опорних підшипниках дебалансного вала.

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + m e f_K (\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi) + M_K \ddot{x} &= -c_x x - \alpha_x \dot{x} + c_{1x} x^* + \alpha_{1x} \dot{x}^*; \\ m\ddot{y} - m e f_K (\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi) + M_K \ddot{y} &= -c_y y - \alpha_y \dot{y} + c_{1y} y^* + \alpha_{1y} \dot{y}^* + F_y \text{sign } \dot{y}^*; \\ M_c \ddot{x}_1 &= -c_{1x} x^* - \alpha_{1x} \dot{x}^*; \\ M_c \ddot{y}_1 &= -c_{1y} y^* - \alpha_{1y} \dot{y}^* - F_y \text{sign } \dot{y}^*; \\ m e f_K (\ddot{x} \cos \varphi - \dot{x} \dot{\varphi} \sin \varphi - \ddot{y} \sin \varphi - \dot{y} \dot{\varphi} \cos \varphi) + m e^2 f_K \ddot{\varphi} + I_{zc} \ddot{\varphi} + m e f_K \dot{\varphi} (\dot{x} \sin \varphi + \dot{y} \cos \varphi) &= \\ = -m e f_K g \sin \varphi + 30 M_n (1 - \dot{\varphi}) - 0,4 m e d a (\omega_0 - \dot{\varphi}) - 0,6 m e d a (\omega_0 - \dot{\varphi}) / \dot{\varphi}^4. \end{aligned} \quad (18)$$

**Висновки.** На основі теоретичних досліджень динамічної системи керованої вібраційної машини з дебалансним збуджувачем коливань розроблена математична модель, що дає змогу врахувати змінюваність коефіцієнта опору кочення в підшипниках дебалансного вала. Ці залежності враховують взаємовпливи кількості і властивостей оброблюваного середовища на динаміку машини, на зміну значень коефіцієнта опору кочення в підшипниках і на роботу привідного двигуна.

1. Сердюк Л.И., Черевко А.Н. Управляемый привод вибрационных машин // Труды ВНИИЭСМ. – 1988. – Вып. 8. – С. 12–14. 2. Вибрационное устройство: А.с. № 1305093 СССР, МКИ В 65 G 27/24 Я.Я. Либерт, Ю.Т. Гусецкий (СССР). – № 3980684/27-03; Заявлено 26.11.85; Опубл. 23.04.87; Бюл. – № 15. – 2 с. 3. А. с. 1442271 СССР, МКИ ВО6 В1/16. Управляемый вибровозбудитель винтовых колебаний // Л.И. Сердюк. – Опубл. 07.12.1988. Бюл. № 45. 4. Подшипники качения: Справочник – каталог / Под ред. В.Н. Нарышкина и Р.В. Коросташевского. – М.: Машиностроение, 1984. – 280 с. 5. Аграновская Э.А. Исследование переходных процессов в инерционных вибромашинах с помощью электронной моделирующей установки // Вибрационная техника. – М.: НИИинфстройдоркоммунмаи, 1966. – С. 311–314.