

МАТРИЧНИЙ МЕТОД У ЗАДАЧАХ РОЗРАХУНКУ ХВИЛЬОВОГО ПОЛЯ ЗЕМЛЕТРУСУ І ПАРАМЕТРІВ ЙОГО ДЖЕРЕЛА

Розглянуто побудову поля переміщень на вільній поверхні шаруватого середовища за допомогою матричного методу Томсона – Хаскелла. Показано отримані аналітичні розв’язки прямої задачі сейсмології, які використовуються для розв’язання оберненої задачі. Цей метод розв’язання оберненої задачі дає змогу розглядати джерело як розподілене у часі й визначати часову функцію джерела STF. Планується дослідження розроблених методів для різних сейсмологічних умов та для поширення сейсмічних хвиль в анізотропному середовищі.

Ключові слова: механізм вогнища, тензор сейсмічного моменту, хвильове поле, часова функція джерела.

Пряма задача сейсмології

Розглядається поширення сейсмічних хвиль у шаруватому півпросторі. З використанням матричного методу Томсона–Хаскелла та інтегральних перетворень Фур’є–Бесселя–Мелліна отримано строгі аналітичні співвідношення для хвильового поля на вільній поверхні, коли джерело сейсмічних хвиль розташоване в однорідному шарі й представлено тензором сейсмічного моменту. Вважаємо, що середовище може бути анізотропним [Молотков, 1984; Fryer & Frazer, 1987].

Поле переміщень на вільній поверхні шаруватого середовища в далекій зоні (в циліндричній системі координат), враховуючи умови випромінювання і відсутності напружень на денній поверхні [Малицький, Муйла, 2007], записується так:

$$\begin{aligned} > \begin{pmatrix} u_z^{(0)} \\ u_r^{(0)} \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^3 \int_0^{\infty} k^2 \mathbf{I}_i L^{-1} [M_i \mathbf{g}_i] dk, \\ u_{\phi}^{(0)} = \sum_{i=5}^6 \int_0^{\infty} k^2 J_i L^{-1} [M_i \mathbf{g}_{i\phi}] dk, \\ \mathbf{I}_1 = \begin{pmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}_2 = \begin{pmatrix} J_0 & 0 \\ 0 & J_1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}_3 = \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{g}_1 = \begin{pmatrix} g_{iz} \\ g_{ir} \end{pmatrix}, \quad J_5 = J_0, \quad J_6 = J_1, < \end{aligned} \quad (1)$$

де

$L^{-1}[k\eta]$ – обернене перетворення Лапласа;

J_1, J_0 – функції Бесселя;

k – хвильове число;

η – змінна Мелліна;

M_i – компоненти сейсмічного тензора.

Обернена задача

Відомо, що обернені задачі за суттю є некоректними. У сейсмології досить часто використовують методи та підходи, які зводяться до підбору фізичних характеристик досліджуваного середовища чи вогнища землетрусу. Задачі першого типу ширше використовуються, оскільки пов’язані з сейсморозвідкою, наприклад, з пошуками вуглеводнів. Проблеми щодо джерела є цікавими для сейсмології, як з погляду розуміння фізичних процесів у вогнищі, так і з метою їх застосування

для розв’язання інших сейсмологічних задач. Сьогодні складно на фаховому рівні без визначення, інтерпретації та аналізу параметрів вогнища розв’язувати задачі, наприклад, в інженерній сейсмології чи для прогнозування землетрусів. Отже, розроблення нових методик та алгоритмів для обернених задач сейсмології щодо джерела є актуальною і важливою проблемою. Звичайно, немає загального та надійного підходу для розв’язання такої задачі. Крім того, неможливо врахувати всі ефекти при моделюванні хвильових процесів під час поширення сейсмічних хвиль у неоднорідних середовищах. Якщо виходити з того, що фактичні дані про середовище і джерело містяться на сейсмічних записах, то очевидним, на нашу думку, є те, що найбільш повну і корисну інформацію про вогнище землетрусу слід шукати у прямих P - і S -хвилях. Тому для розв’язання цієї задачі проводиться виділення з повного хвильового поля (1) тієї частини, яка відповідає за поширення тільки прямих P - і S -хвиль. Такий підхід є цікавим тим, що використовуються аналітичні розв’язки прямої задачі (1), тобто обернена задача розв’язується на основі аналітичних співвідношень для прямої задачі. Крім того, цей метод дає змогу розглядати джерело, яке є розподіленим у часі і, відповідно, визначати часову функцію вогнища. Отже, сейсмічний тензор знайдемо з рівняння [Малицький, 2010]:

$$\mathbf{U}_s^{(0)} = \begin{pmatrix} U_s^{(0)p}, U_s^{(0)s}, U_y^{(0)p} \\ U_y^{(0)s}, U_z^{(0)p}, U_z^{(0)s} \end{pmatrix}^T = \mathbf{K} \cdot \mathbf{M}. \quad (2)$$

Матричне рівняння (2) подано через систему шести алгебраїчних рівнянь із шістьма невідомими, що є компонентами тензора сейсмічного моменту M_{ij} ($ij=xz, yz, zz, xx, yy, xy$). З рівняння (2) знаходимо компоненти тензора сейсмічного моменту:

$$\mathbf{M} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{U}_s^{(0)}. \quad (3)$$

На практиці ми не маємо точної швидкісної моделі середовища. Тому використання більшої кількості станцій може дати кращий і надійніший результат. Нехай для визначеної сейсмічної події маємо N станцій, на яких записано сейсмограми для цього землетрусу. Тоді для кожної станції запишемо рівняння (2), а саме:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_1 \mathbf{M} &= \mathbf{U}_{S1}^{(0)} \\ \mathbf{K}_2 \mathbf{M} &= \mathbf{U}_{S2}^{(0)} \\ &\dots \\ \mathbf{K}_N \mathbf{M} &= \mathbf{U}_{SN}^{(0)} \end{aligned} \quad (4)$$

Система матричних рівнянь (4) є перевизначеною щодо шести компонент тензора \mathbf{M} . Її перепишемо у вигляді:

$$\mathbf{G} \mathbf{M} = \mathbf{U}_S^{(0)}. \quad (5)$$

Зведемо цю перевизначену систему лінійних рівнянь (5) до іншого вигляду, помноживши зліва і справа на матрицю $\tilde{\mathbf{G}}^*$, яка відносно матриці \mathbf{G} є комплексно-спряженою і транспонованою:

$$\tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{G} \mathbf{M} = \tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{U}_S^{(0)}, \quad (6)$$

або

$$\mathbf{M} = (\tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{G})^{-1} \tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{U}_S^{(0)}. \quad (7)$$

Розв'язок (7) для тензора \mathbf{M} називатимемо розв'язком узагальненої оберненої задачі в сенсі середньоквадратичного, за якого мінімізується норма:

$$|\mathbf{U}_S^{(0)} - \mathbf{G} \mathbf{M}|^2.$$

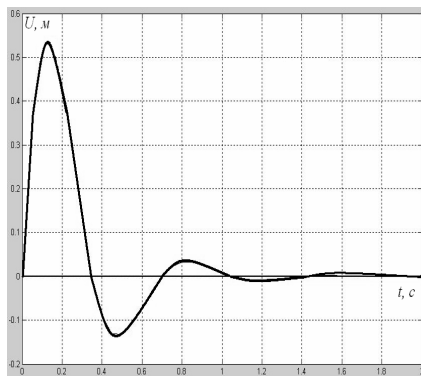
Використання розв'язку оберненої задачі за розробленою методикою шляхом побудови розв'язку узагальненої оберненої задачі (7) представлено на тестових прикладах. Нехай задано модель середовища: два шари на півпросторі, коли джерело розміщене на глибині $h_s = 5000$ м (параметри другого і третього шарів рівні між собою). Тензор сейсмічного моменту задано у вигляді:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 5,0 * 10^{14} & -1,4 * 10^{14} & -7,0 * 10^{14} \\ -1,4 * 10^{14} & 4,52 * 10^{14} & -8,3 * 10^{14} \\ -7,0 * 10^{14} & -8,3 * 10^{14} & -9,52 * 10^{14} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

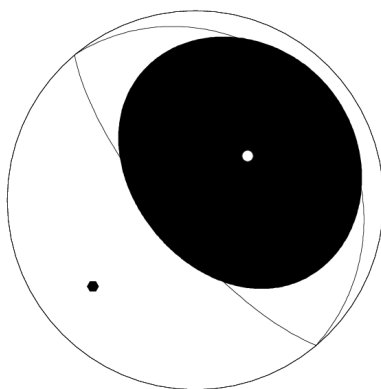
Часову функцію вогнища STF(t) задано у вигляді загасаючої синусоїди і показано на рис. 1, а. Механізм вогнища показано на рис. 1, б. Відсотковий внесок: ISO=0 %, DC=22,3 %, CLVD=77,7 %.

Відповідно, кожна компонента сейсмічного тензора має вигляд, який показано на рис. 1, в і 1, г.

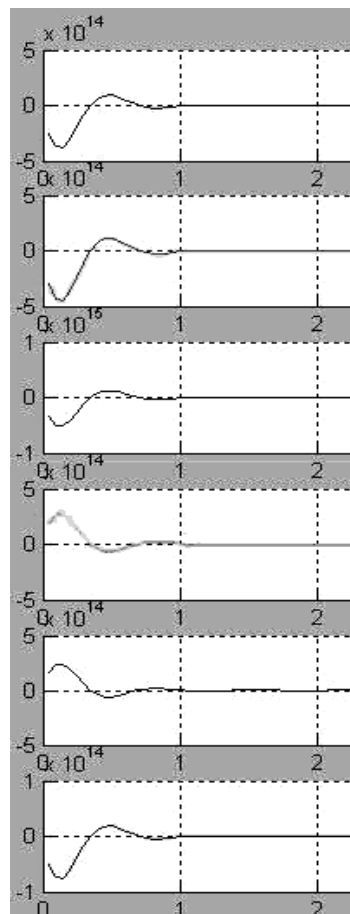
Із рис. 1, а визначено час, впродовж якого відбулась подія: $t_s = 1$ с.



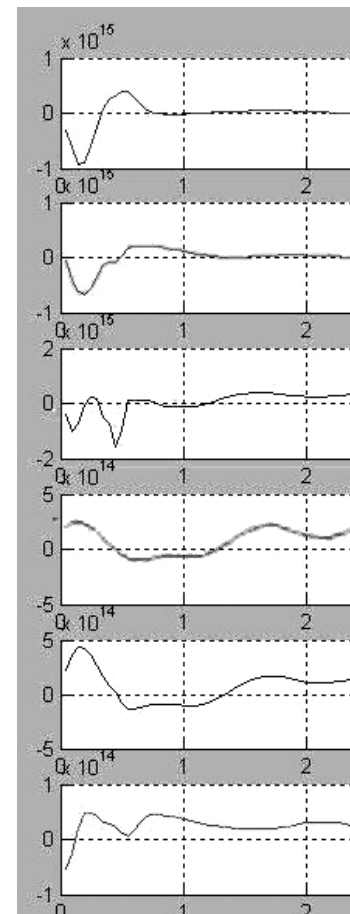
а



б



в



г

Рис. 1. Часова функція вогнища STF (t) у вигляді загасаючої синусоїди (а), механізм вогнища (б) та компоненти тензора сейсмічного моменту як функції часу: пряма (в) і обернена (г) задачі

Відзначимо, що розв'язок оберненої задачі (7) за наведеною методикою отримано для значень вектора $U_s^{(0)}$, які отримують із сейсмічних записів $u_z^{(0)}(r, z, \varphi, t)$, $u_r^{(0)}(r, z, \varphi, t)$, $u_\varphi^{(0)}(r, z, \varphi, t)$ виділенням на кожній компоненті прямих P - і S -хвиль. Практично це означає, що ми беремо на сейсмограмі частину запису від вступу прямої P -хвилі до її першого перетину з віссю часу. Аналогічно це застосовуємо для прямої S -хвилі. Далі, для відомої швидкісної моделі й побудованого вектора $U_s^{(0)}$ знаходимо значення тензора за формулою (7), при якому визначаємо функціонал

$$|U_s^{(0)} - GM|^2. \quad (9)$$

Якщо точність нас не влаштовує, то здійснюємо побудову наступного вектора $U_s^{(0)}$ вибравши на сейсмограмах частини запису від першого вступу прямих хвиль до другого перетину з віссю часу і визначаємо M за (7), при якому обчислено функціонал (9) і т.д., поки не отримаємо задовільний розв'язок для сейсмічного тензора. При цьому кожна компонента тензора, яка визначена таким способом, є функцією від часу. А це означає, що так можна визначати час, упродовж якого відбувалася подія. На тестових прикладах показано, що вибір вектора $U_s^{(0)}$ тісно пов'язаний із часом у вогнищі. Якщо вибрати тривалість у часі для прямих P - і S -хвиль достатньо меншою або достатньо більшою від часу у вогнищі, то отримаємо негативний результат для сейсмічного моменту. Найкращий результат одержимо, коли час, впродовж якого відбувалася подія, є співрозмірним із діапазоном для $U_s^{(0)}$. Крім того, відзначимо, що прямі S -хвилі не є достатньо "чистими", особливо у випадку тонкошаруватої моделі середовища. Використання більшої кількості станцій може давати кращий результат. Важливо мати добрі сейсмічні записи, а також на якість результатів розв'язання оберненої задачі впливає вибір швидкісної моделі та епіцентральної відстані. Всі ці випадки ще потребують додаткових досліджень. Зазначимо, що за представленою методикою також отримано розв'язок оберненої задачі у випадку використання тільки прямих P -хвиль і тільки прямих S -хвиль.

МАТРИЧНЫЙ МЕТОД В ЗАДАЧАХ РАСЧЕТА ВОЛНОВОГО ПОЛЯ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ И ПАРАМЕТРОВ ЕГО ИСТОЧНИКА

Д.В. Малицкий, О.О. Муйла, А.Ю. Павлова

Рассмотрено построение поля перемещения на свободной поверхности слоистой среды с помощью матричного метода Томсона – Хаскелла. Показаны полученные решения прямой задачи сейсмологии в виде аналитических соотношений, которые используются для решения обратной задачи. Такой метод решения обратной задачи позволяет рассматривать источник как распределенный во времени и определять временную функцию источника STF. Планируется исследование полученных методов для различных сейсмологических условий, а также для распространения сейсмических волн в анизотропной среде.

Ключевые слова: механизм очага; тензор сейсмического момента; волновое поле; временная функция источника.

Висновки

Тестові приклади показують, що вибір розв'язку оберненої задачі з використанням прямих P - і S -хвиль або тільки прямих P -хвиль, або лише прямих S -хвиль залежить від якості записів, моделі середовища та інших факторів, які потребують додаткових досліджень.

Плани подальших досліджень такі:

1. Досліджувати розроблені методи розв'язання оберненої задачі для різних сейсмологічних умов (тонкошаруватість, різні епіцентральної відстані, різна кількість сейсмічних станцій, різна якість записів).

2. На нашу думку, важливо дослідити поширення сейсмічних хвиль в анізотропних середовищах. Для початку слід розглянути трансверсально-ізотропне середовище, для якого використання матричного методу дає змогу розділити задачу визначення поля переміщень на дві задачі: квазі SH – задачу і квазі $P-SV$ – задачу. У такого середовища небагато відмінностей від ізотропного середовища і вплив анізотропії на якість визначення сейсмічного тензора треба досліджувати.

3. Слід переходити від точкового до розподіленого джерела, як у часі, так і у просторі. Вважаємо, що досвід і результати розв'язання оберненої задачі за наведеною методикою знайдуть своє застосування у випадку визначення параметрів для розподіленого джерела.

Література

- Малицкий Д.В. Аналітично-числові підходи до обчислення часової залежності компонент тензора сейсмічного моменту // Геоінформатика. – 2010. – Т 1. – С. 79–86.
- Малицкий Д.В., Муйла О.О. Про застосування матричного методу і його модифікацій для дослідження поширення сейсмічних хвиль у шаруватому середовищі // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. – Київ. – 2007. – С. 124–136.
- Молотков Л.А. Матричний метод в теорії розпространення волн в слоистых упругих и жидких средах. – Л.: Наука, 1984. – 204 с.
- Fryer G. J. & Frazer L. N. Seismic waves in stratified anisotropic media II – elastodynamic eigensolutions for some anisotropic systems // Geophys. J. R. Astr. Soc. – 1987. – 91. – P. 73–101.

**MATRIX METHOD IN THE PROBLEMS OF CALCULATION OF THE EARTHQUAKE
WAVE-FIELD AND PARAMETERS OF ITS SOURCE****D.V. Malytskyy, O.O. Muyla, A.Y. Pavlova**

The construction of a field displacement on the free surface of layered medium using the matrix method of Thomson – Haskell is considered. The authors show the obtained solution of the direct problem of seismology. The analytical solutions of the direct problem are used for solving the inverse problem. This method of solving of the inverse problem allows the source distributed in time and definition of the time function of the source STF to be considered. The authors plan to apply the obtained methods for different seismic conditions and for analysis of propagation of seismic waves in an anisotropic medium.

Key words: mechanism of a source; seismic moment tensor; wavefield; source time function.

*Карпатське відділення Інституту геофізики ім. С.І. Субботіна
НАН України, м. Львів*

Надійшла 05.06.2012