

І.В. Кузьо, О.В. Житенко\*

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра механіки та автоматизації машинобудування,

\*кафедра транспортних технологій

## ПРОСТОРОВА МОДЕЛЬ АВТОМОБІЛЯ З УРАХУВАННЯМ БІОДИНАМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ ВОДІЯ ТА ПАСАЖИРІВ

© Кузьо І.В., Житенко О.В., 2012

Розроблено математичну модель динаміки для просторової моделі автомобіля з урахуванням біодинамічних моделей водія та пасажирів, а також розглянуто спосіб її реалізації, використовуючи програмний продукт MATLAB SIMULINK. Відображено методику та спосіб реалізації цієї моделі за допомогою сучасних програмних продуктів для розв'язання актуальних задач з динаміки.

The mathematical model of dynamics is worked out for the full car model taking into account the biodynamic models of driver and passengers, and also the method of her realization is considered, using the software product of MATLAB SIMULINK. Methodology and method of realization of this model are represented by means of modern software products for the decision of actual tasks of dynamics.

**Постановка проблеми.** Для аналізу динамічних процесів у колісних машинах доцільно застосовувати спеціалізовані програмні продукти, що дають змогу проводити достовірну оцінку динамічних властивостей проектованої механічної системи. Звичайно, такі методи успішно реалізують у програмних продуктах типу ADAMS AUTO, SIMPACK, VEHICLESIM, проте їх алгоритми і математичні моделі залишаються закритими для користувача.

Дослідження проблеми зниження динамічної дії на водія та пасажирів можливе тільки під час розгляду процесу руху автомобіля як складної динамічної системи взаємодії підсистем: “дорожні нерівності – автомобіль – людина”.

**Аналіз останніх досліджень.** Транспортний процес – це складна динамічна система, у якій впорядковано взаємодіють підсистеми “дорожні нерівності – автомобіль – людина”. Математичні моделі ряду підсистем достатньо добре відпрацьовані, однак вони склалися для розв'язання окремих задач з динаміки [1–2].

Для дослідження динаміки розроблено одно-, дво- та багатомасові математичні моделі коливань колісних машин [3–5]. Їх подають у вигляді системи диференціальних рівнянь, які відображають з деякими прийнятими припущеннями особливості конструкції, та наводять взаємозв'язок їх окремих частин. Проте недостатньо повно відображено методики та способи реалізації цих моделей за допомогою сучасних програмних продуктів для розв'язання актуальних задач з динаміки.

Низку наукових праць присвячено побудові біодинамічних моделей тіла людини та його окремих органів [6], а також удосконаленню моделей колісних машин за допомогою урахування моделі тіла людини [7–9]. Основні труднощі під час вибору біодинамічної моделі тіла людини полягають у тому, що тіло людини є системою з розподіленими параметрами, і представлення його у вигляді коливної системи, що складається із кінцевої кількості елементів, завжди певною мірою є умовним.

**Формулювання мети доповіді.** Для дослідження вертикальних коливань колісної машини (рис. 1) імітуємо її рух, а саме переїзд через перешкоду прямокутного перерізу, засобами MATLAB SIMULINK.

Спрощену розрахункову схему для просторової моделі автомобіля з урахуванням біодинамічних моделей водія та пасажирів подамо у вигляді лінійної системи, що має одинадцять ступеней вільності. Вона складається із однієї підресореної частини, що називається рамою автомобіля, чотирьох непідресорених мас – колес у зборі з пружинами та амортизаторами, та чотирьох окремих мас, що є біодинамічними моделями тіла людини.

Під час розв'язування задач віброзахисту чи плавності руху використовуються різноманітні біодинамічні моделі тіла людини [6]. Вибір тієї чи іншої моделі напряму залежить від цілей і поставлених завдань. У прийнятій розрахунковій схемі використано найпростішу модель – модель сидячої людини.

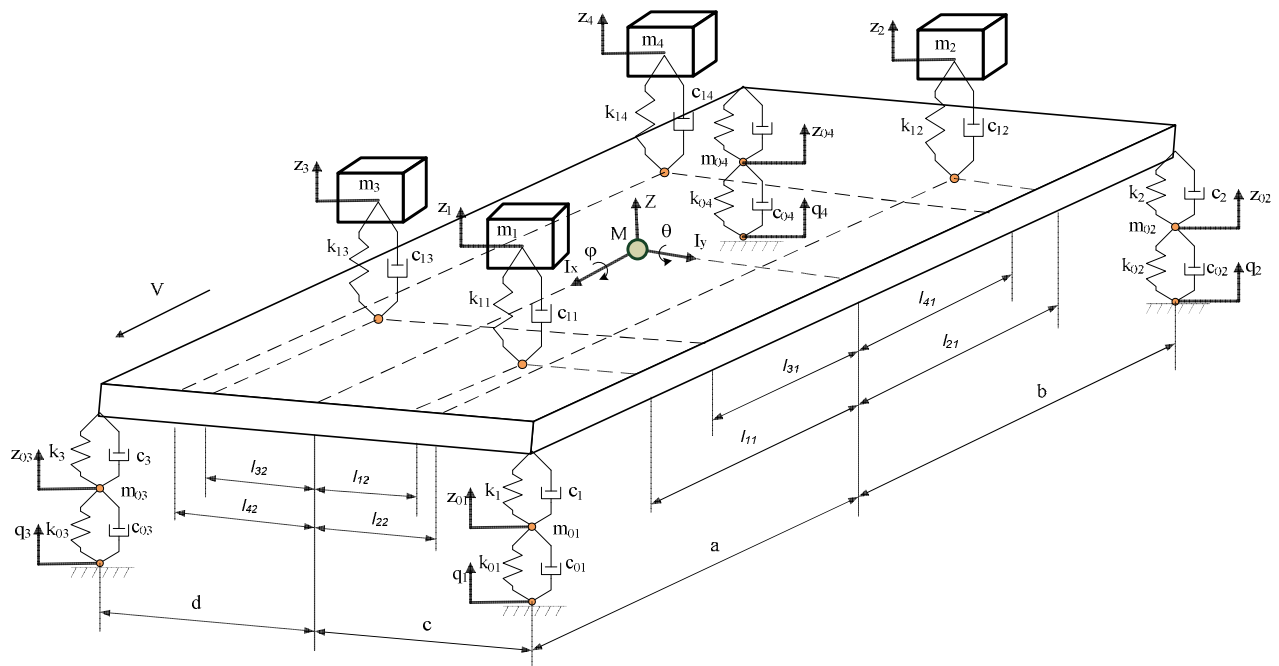


Рис. 1. Спрощена розрахункова схема просторової моделі автомобіля:

$z$  – вертикальні переміщення центру мас автомобіля;  $z_{01}, z_{02}$  – відповідно вертикальні переміщення передніх та задніх лівих коліс автомобіля;  $z_{03}, z_{04}$  – відповідно вертикальні переміщення передніх та задніх правих коліс автомобіля;  $z_1, z_2, z_3, z_4$  – відповідно вертикальні переміщення центрів мас водія та пасажирів;  $q_1, q_2$  – відповідно збурення зі сторони дороги у вигляді перешкоди прямокутного перерізу, що діють на ліві передні та задні колеса автомобіля;  $q_3, q_4$  – відповідно збурення зі сторони дороги у вигляді рівної поверхні, що діють на праві передні та задні колеса автомобіля;  $M$  – маса підресореної частини автомобіля;  $m_{01}, m_{02}, m_{03}, m_{04}$  – відповідно маси непідресорених частин автомобіля;  $m_1, m_2, m_3, m_4$  – відповідно маси водія та пасажирів;  $a, b, c, d$  – відповідно відстані від центру мас автомобіля до передніх та задніх його коліс;  $l_{11}, l_{21}, l_{31}, l_{41}, l_{12}, l_{22}, l_{32}, l_{42}$  – відповідно відстані від центру мас водія та пасажирів до передніх та задніх коліс автомобіля;  $\theta$  – кутові переміщення автомобіля навколо осі  $y$ ;  $\varphi$  – кутові переміщення автомобіля навколо осі  $x$ ;  $k_1, k_2, k_3, k_4$  – жорсткості підвісок;  $k_{01}, k_{02}, k_{03}, k_{04}$  – жорсткості шин;  $k_{11}, k_{12}, k_{13}, k_{14}$  – параметри жорсткості, які залежать від характеристик тіла людини;  $c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{14}$  – параметри демпфування, які залежать від характеристик тіла людини;  $c_1, c_2, c_3, c_4$  – демпфування у підвісці;  $c_{01}, c_{02}, c_{03}, c_{04}$  – демпфування у шинах;  $I_x, I_y$  – відповідно моменти інерції навколо осей  $x$  та  $y$

**Виклад основного матеріалу.** З використанням рівняння Лагранжа другого роду для спрощеної розрахункової схеми (рис. 1) запишемо систему диференціальних рівнянь, які описують коливання транспортного засобу у такому вигляді:

$$\begin{aligned}
\ddot{z} = & \left(-\frac{1}{M}\right) \cdot \left(k_1 \cdot ([z + a \cdot \theta + c \cdot \varphi] - z_{01}) + c_1 \cdot ([\dot{z} + a \cdot \dot{\theta} + c \cdot \dot{\varphi}] - \dot{z}_{01}) + \right. \\
& + k_2 \cdot ([z - b \cdot \theta + c \cdot \varphi] - z_{02}) + c_2 \cdot ([\dot{z} - b \cdot \dot{\theta} + c \cdot \dot{\varphi}] - \dot{z}_{02}) + k_3 \cdot ([z + a \cdot \theta - d \cdot \varphi] - z_{03}) + \\
& + c_3 \cdot ([\dot{z} + a \cdot \dot{\theta} - d \cdot \dot{\varphi}] - \dot{z}_{03}) + k_4 \cdot ([z - b \cdot \theta - d \cdot \varphi] - z_{04}) + c_4 \cdot ([\dot{z} - b \cdot \dot{\theta} - d \cdot \dot{\varphi}] - \dot{z}_{04}) - \\
& - k_{11} \cdot (z_1 - [z + l_{11} \cdot \theta + l_{12} \cdot \varphi]) - c_{11} \cdot (\dot{z}_1 - [\dot{z} + l_{11} \cdot \dot{\theta} + l_{12} \cdot \dot{\varphi}]) - \\
& - k_{12} \cdot (z_2 - [z - l_{21} \cdot \theta + l_{22} \cdot \varphi]) - c_{12} \cdot (\dot{z}_2 - [\dot{z} - l_{21} \cdot \dot{\theta} + l_{22} \cdot \dot{\varphi}]) - \\
& - k_{13} \cdot (z_3 - [z + l_{31} \cdot \theta - l_{32} \cdot \varphi]) - c_{13} \cdot (\dot{z}_3 - [\dot{z} + l_{31} \cdot \dot{\theta} - l_{32} \cdot \dot{\varphi}]) - \\
& \left. - k_{14} \cdot (z_4 - [z - l_{41} \cdot \theta - l_{42} \cdot \varphi]) - c_{14} \cdot (\dot{z}_4 - [\dot{z} - l_{41} \cdot \dot{\theta} - l_{42} \cdot \dot{\varphi}])\right).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\varphi} = & \left(-\frac{1}{I_x}\right) \cdot \left(c \cdot k_1 \cdot ([z + a \cdot \theta + c \cdot \varphi] - z_{01}) + c \cdot c_1 \cdot ([\dot{z} + a \cdot \dot{\theta} + c \cdot \dot{\varphi}] - \dot{z}_{01}) + \right. \\
& + c \cdot k_2 \cdot ([z - b \cdot \theta + c \cdot \varphi] - z_{02}) + c \cdot c_2 \cdot ([\dot{z} - b \cdot \dot{\theta} + c \cdot \dot{\varphi}] - \dot{z}_{02}) - \\
& - d \cdot k_3 \cdot ([z + a \cdot \theta - d \cdot \varphi] - z_{03}) - d \cdot c_3 \cdot ([\dot{z} + a \cdot \dot{\theta} - d \cdot \dot{\varphi}] - \dot{z}_{03}) - \\
& - d \cdot k_4 \cdot ([z - b \cdot \theta - d \cdot \varphi] - z_{04}) - d \cdot c_4 \cdot ([\dot{z} - b \cdot \dot{\theta} - d \cdot \dot{\varphi}] - \dot{z}_{04}) + \\
& + l_{12} \cdot k_{11} \cdot (z_1 - [z + l_{11} \cdot \theta + l_{12} \cdot \varphi]) + l_{12} \cdot c_{11} \cdot (\dot{z}_1 - [\dot{z} + l_{11} \cdot \dot{\theta} + l_{12} \cdot \dot{\varphi}]) + \\
& + l_{22} \cdot k_{12} \cdot (z_2 - [z - l_{21} \cdot \theta + l_{22} \cdot \varphi]) + l_{22} \cdot c_{12} \cdot (\dot{z}_2 - [\dot{z} - l_{21} \cdot \dot{\theta} + l_{22} \cdot \dot{\varphi}]) - \\
& - l_{32} \cdot k_{13} \cdot (z_3 - [z + l_{31} \cdot \theta - l_{32} \cdot \varphi]) - l_{32} \cdot c_{13} \cdot (\dot{z}_3 - [\dot{z} + l_{31} \cdot \dot{\theta} - l_{32} \cdot \dot{\varphi}]) - \\
& \left. - l_{42} \cdot k_{14} \cdot (z_4 - [z - l_{41} \cdot \theta - l_{42} \cdot \varphi]) - l_{42} \cdot c_{14} \cdot (\dot{z}_4 - [\dot{z} - l_{41} \cdot \dot{\theta} - l_{42} \cdot \dot{\varphi}])\right). \tag{1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta} = & \left(-\frac{1}{I_y}\right) \cdot \left(a \cdot k_1 \cdot ([z + a \cdot \theta + c \cdot \varphi] - z_{01}) + a \cdot c_1 \cdot ([\dot{z} + a \cdot \dot{\theta} + c \cdot \dot{\varphi}] - \dot{z}_{01}) - \right. \\
& - b \cdot k_2 \cdot ([z - b \cdot \theta + c \cdot \varphi] - z_{02}) - b \cdot c_2 \cdot ([\dot{z} - b \cdot \dot{\theta} + c \cdot \dot{\varphi}] - \dot{z}_{02}) + \\
& + a \cdot k_3 \cdot ([z + a \cdot \theta - d \cdot \varphi] - z_{03}) + a \cdot c_3 \cdot ([\dot{z} + a \cdot \dot{\theta} - d \cdot \dot{\varphi}] - \dot{z}_{03}) - \\
& - b \cdot k_4 \cdot ([z - b \cdot \theta - d \cdot \varphi] - z_{04}) - b \cdot c_4 \cdot ([\dot{z} - b \cdot \dot{\theta} - d \cdot \dot{\varphi}] - \dot{z}_{04}) + \\
& + l_{11} \cdot k_{11} \cdot (z_1 - [z + l_{11} \cdot \theta + l_{12} \cdot \varphi]) + l_{11} \cdot c_{11} \cdot (\dot{z}_1 - [\dot{z} + l_{11} \cdot \dot{\theta} + l_{12} \cdot \dot{\varphi}]) - \\
& - l_{21} \cdot k_{12} \cdot (z_2 - [z - l_{21} \cdot \theta + l_{22} \cdot \varphi]) - l_{21} \cdot c_{12} \cdot (\dot{z}_2 - [\dot{z} - l_{21} \cdot \dot{\theta} + l_{22} \cdot \dot{\varphi}]) + \\
& + l_{31} \cdot k_{13} \cdot (z_3 - [z + l_{31} \cdot \theta - l_{32} \cdot \varphi]) + l_{31} \cdot c_{13} \cdot (\dot{z}_3 - [\dot{z} + l_{31} \cdot \dot{\theta} - l_{32} \cdot \dot{\varphi}]) - \\
& \left. - l_{41} \cdot k_{14} \cdot (z_4 - [z - l_{41} \cdot \theta - l_{42} \cdot \varphi]) - l_{41} \cdot c_{14} \cdot (\dot{z}_4 - [\dot{z} - l_{41} \cdot \dot{\theta} - l_{42} \cdot \dot{\varphi}])\right).
\end{aligned}$$

$$\ddot{z}_1 = \left(-\frac{1}{m_1}\right) \cdot \left(k_{11} \cdot (z_1 - [z + l_{11} \cdot \theta + l_{12} \cdot \varphi]) + c_{11} \cdot (\dot{z}_1 - [\dot{z} + l_{11} \cdot \dot{\theta} + l_{12} \cdot \dot{\varphi}])\right).$$

$$\ddot{z}_2 = \left(-\frac{1}{m_2}\right) \cdot \left(k_{12} \cdot (z_2 - [z - l_{21} \cdot \theta + l_{22} \cdot \varphi]) - c_{12} \cdot (\dot{z}_2 - [\dot{z} - l_{21} \cdot \dot{\theta} + l_{22} \cdot \dot{\varphi}])\right).$$

$$\ddot{z}_3 = \left( -\frac{1}{m_3} \right) \cdot \left( k_{13} \cdot (z_3 - [z + l_{31} \cdot \theta - l_{32} \cdot \varphi]) - c_{13} \cdot (\dot{z}_3 - [\dot{z} + l_{31} \cdot \dot{\theta} - l_{32} \cdot \dot{\varphi}]) \right).$$

$$\ddot{z}_4 = \left( -\frac{1}{m_4} \right) \cdot \left( k_{14} \cdot (z_4 - [z - l_{41} \cdot \theta - l_{42} \cdot \varphi]) - c_{14} \cdot (\dot{z}_4 - [\dot{z} - l_{41} \cdot \dot{\theta} - l_{42} \cdot \dot{\varphi}]) \right).$$

$$\ddot{z}_{01} = \left( -\frac{1}{m_{01}} \right) \cdot \left( -k_1 \cdot ([z + a \cdot \theta + c \cdot \varphi] - z_{01}) - c_1 \cdot ([\dot{z} + a \cdot \dot{\theta} + c \cdot \dot{\varphi}] - \dot{z}_{01}) + k_{01} \cdot (z_{01} - q_1) + c_{01} \cdot (\dot{z}_{01} - \dot{q}_1) \right).$$

$$\ddot{z}_{02} = \left( -\frac{1}{m_{02}} \right) \cdot \left( -k_2 \cdot ([z - b \cdot \theta + c \cdot \varphi] - z_{02}) - c_2 \cdot ([\dot{z} - b \cdot \dot{\theta} + c \cdot \dot{\varphi}] - \dot{z}_{02}) + k_{02} \cdot (z_{02} - q_2) + c_{02} \cdot (\dot{z}_{02} - \dot{q}_2) \right).$$

$$\ddot{z}_{03} = \left( -\frac{1}{m_{03}} \right) \cdot \left( -k_3 \cdot ([z + a \cdot \theta - d \cdot \varphi] - z_{03}) - c_3 \cdot ([\dot{z} + a \cdot \dot{\theta} - d \cdot \dot{\varphi}] - \dot{z}_{03}) + k_{03} \cdot (z_{03} - q_3) + c_{03} \cdot (\dot{z}_{03} - \dot{q}_3) \right).$$

$$\ddot{z}_{04} = \left( -\frac{1}{m_{04}} \right) \cdot \left( -k_4 \cdot ([z - b \cdot \theta - d \cdot \varphi] - z_{04}) - c_4 \cdot ([\dot{z} - b \cdot \dot{\theta} - d \cdot \dot{\varphi}] - \dot{z}_{04}) + k_{04} \cdot (z_{04} - q_4) + c_{04} \cdot (\dot{z}_{04} - \dot{q}_4) \right).$$

Отже, отримано математичний опис динамічної системи “дорога – автомобіль – людина”. Одержана математична модель для просторової моделі автомобіля з урахуванням біодинамічних моделей водія та пасажирів складається із одинадцяти диференціальних рівнянь, що є функціями значень узагальнених координат.

Параметри моделі наведено у таблиці.

#### Параметри моделі

Параметр	Значення	Параметр	Значення
m_1, m_2, m_3, m_4	100 кг	M	2160 кг
k_11, k_12, k_13, k_14	90000 н/м	k_1, k_3	75000 н/м
c_11, c_12, c_13, c_14	400 н с/м	k_2, k_4	32000 н/м
L_11, L_21, L_31, L_41	0.234 м	c_1, c_2, c_3, c_4	875 н с/м
L_12, L_22, L_32, L_42	0.375 м	a	1.524 м
I_x	946 кг/м <sup>2</sup>	b	1.156 м
I_y	4140 кг/м <sup>2</sup>	c, d	0.725 м
m_01, m_03	85 кг	m_02, m_04	60 кг
c_01, c_02, c_03, c_04	2000 н с/м	k_01, k_02, k_03, k_04	200000 н/м

Вихідним матеріалом для структурного моделювання системи диференціальних рівнянь під час дослідження коливань автомобіля слугує схема моделювання. На ній зображено відповідні блоки бібліотек Simulink та зв'язки між ними. З'єднуючи блоки відповідним чином між собою, отримаємо схему для реалізації математичної моделі (рис. 2).

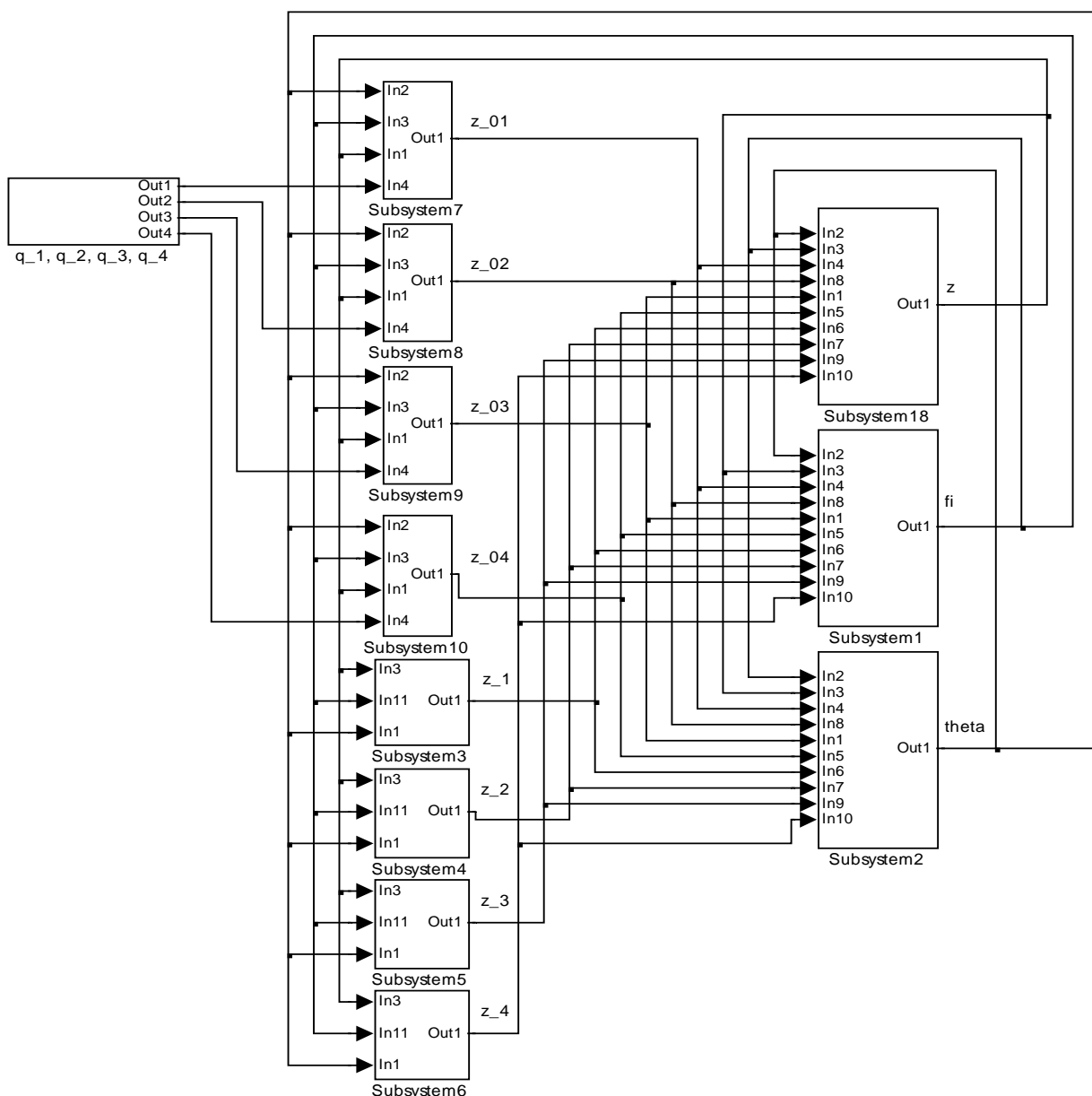


Рис. 2. Структурна схема диференціальних рівнянь (1) у системі MATLAB SIMULINK

Структурна схема складається із одинадцяти підсистем нижчого рівня ієрархії, кожна з яких – окреме рівняння математичної моделі. До підсистем структурної схеми подаються вхідні сигнали у вигляді узагальнених координат відповідно до змінних кожного рівняння. Вихідним сигналом кожної з підсистем є ліва частина відповідного рівняння.

Під час побудови структурної схеми в середовищі MATLAB SIMULINK використано такі типові блоки: Constant (задає постійний за рівнем сигнал), Product (виконує множення поточних значень сигналів), Integrator (виконує інтегрування вхідного сигналу), Transport Delay (забезпечує затримку вхідного сигналу на заданий час), Derivative (виконує числове диференціювання вхідного сигналу), Gain (виконує множення поточних сигналів з постійним коефіцієнтом), Sum (виконує додавання поточних значень сигналів), Signal Bulder (утворює лінійний сигнал довільної форми за допомогою графічного інтерфейсу користувача).

Особливістю такого підходу є те, що комп'ютерна програма, в результаті виконання якої отримуємо розв'язок системи диференціальних рівнянь у вигляді масиву числових значень, не складається. У цьому разі згідно зі системою диференціальних рівнянь будується структурна схема за допомогою набору типових блоків бібліотеки SIMULINK.

Як збурення зі сторони дороги приймаємо поодинокую перешкоду типу “сходінка”. Метод поодиноких ступінчатих нерівностей є одним із найпоширеніших методів дослідження перехідних процесів, що достатньо просто реалізуються в експериментальних умовах у вигляді різкого прикладання чи зняття навантаження. Виникає можливість формувати збуджувальні дії зі сторони дороги у системі MATLAB SIMULINK, що будуть ідентичними експериментальним.

Одержані перехідні процеси (рис. 3, 4) можна характеризувати за такими параметрами: початковою координатою, періодом коливань та коефіцієнтом згасання.

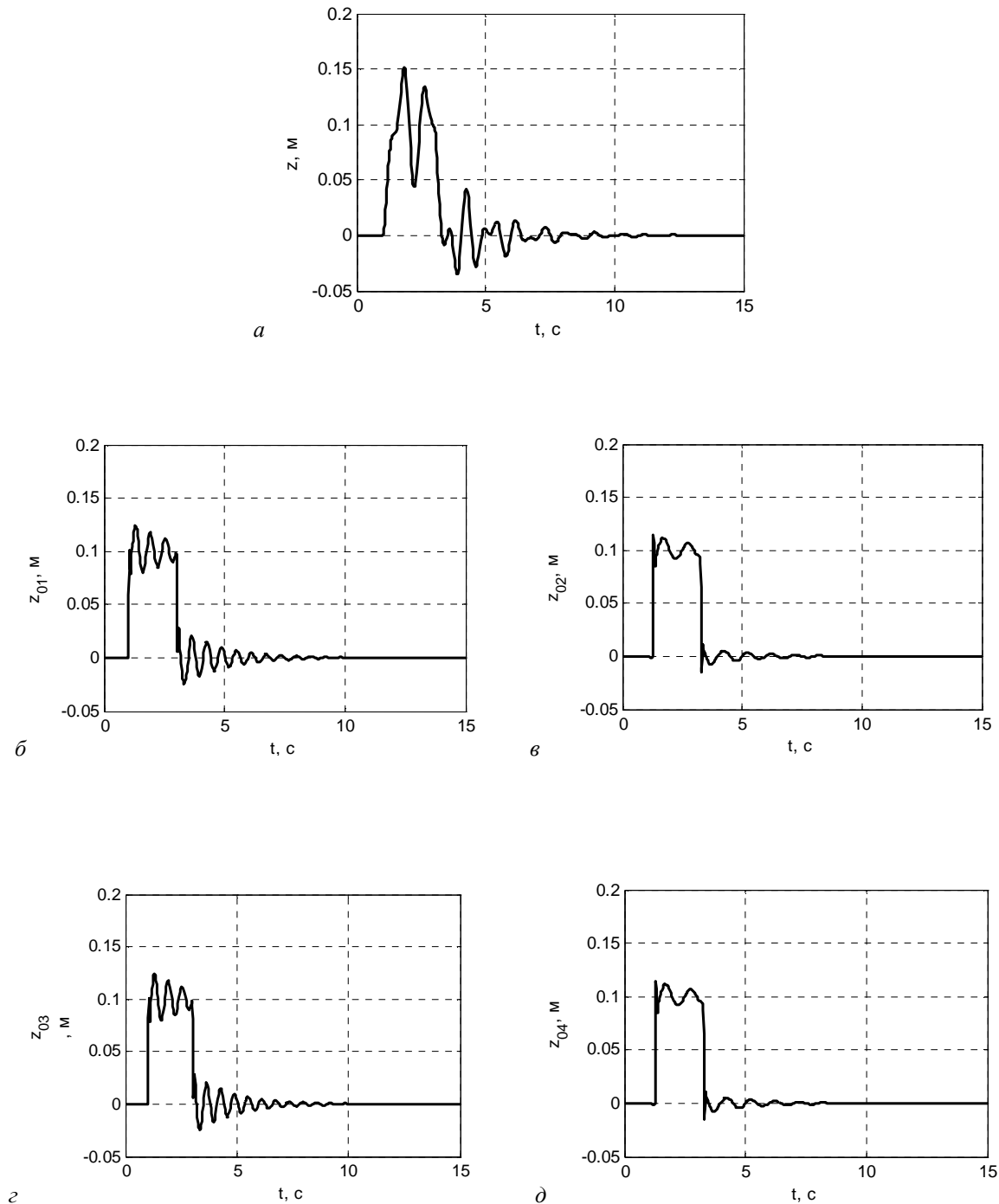


Рис. 3. Коливання підресорених (а) та невідресорених частин (б) – (д) автомобіля під час переїзду поодинокієї перешкоди

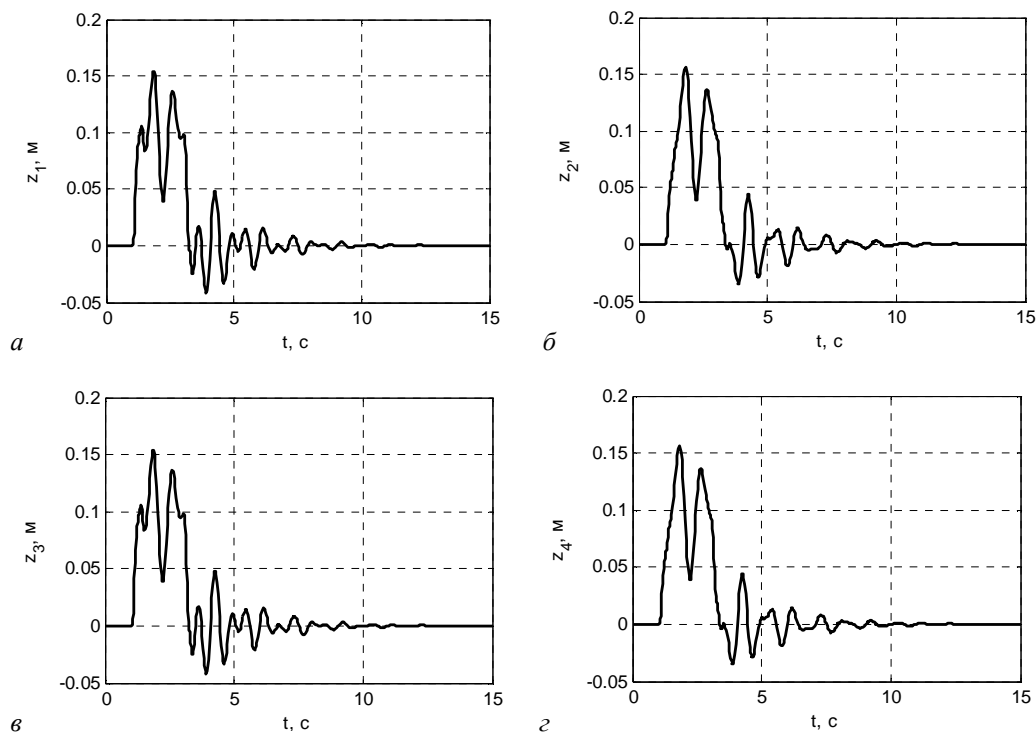


Рис. 4. Коливання водія (а) та пасажирів (б) – (г) автомобіля під час переїзду поодинокі перешкоди

**Висновки.** У роботі подано систему диференціальних рівнянь для просторової моделі автомобіля з урахуванням біодинамічних моделей водія та пасажирів та розглянуто спосіб її реалізації, використовуючи програмний продукт MATLAB SIMULINK.

У результаті виконаних досліджень розроблена математична модель для просторової моделі автомобіля з урахуванням біодинамічних моделей водія та пасажирів, що дає змогу проводити дослідження впливу основних параметрів елементів конструкції на допустимий рівень вібрацій та плавності руху.

Відображено методику та спосіб реалізації просторової моделі автомобіля за допомогою сучасних програмних продуктів для розв'язування актуальних задач динаміки.

1. Санкин Ю.Н. Динамическая модель упругой системы автомобиля с учетом динамических характеристик / Ю.Н. Санкин, С.В. Ромашков // *Механика и процессы управления: сборник научных трудов. Ульяновский гос. техн. ун-т.* – Ульяновск: УлГТУ, 2010. – С. 91–96. 2. Житенко О.В. Сучасний стан дослідження коливань та плавності ходу колісних транспортних засобів // *Наук. вісник НЛТУ України: Зб. наук.-техн. праць.* – Львів: НЛТУУ. – 2008. – Вип. 18.10. – С. 103–107. 3. Кузьо І.В. Реалізація математичних моделей вертикальних коливань колісної машини засобами Matlab Simulink / І.В. Кузьо, О.В. Житенко, Г.В. Костельницька // *Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”, “Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні”.* – 2011. – № 45. – С. 84–88. 4. Житенко О.В. Просторова модель вертикальних коливань колісної машини // *Наук. вісник НЛТУ України: Зб. наук.-техн. праць.* – Львів: НЛТУУ. – 2011. – Вип. 21.13. – С. 346–351. 5. Кузьо І.В. Просторова модель колісного транспортного засобу з використанням MATLAB SIMULINK / І.В. Кузьо, О.В. Житенко // *Наук. вісник НЛТУ України: Зб. наук.-техн. праць.* – Львів: НЛТУУ. – 2012. – Вип. 22.6. – С. 300–307. 6. Liang C.-C. A study on biodynamics models of seated human subjects exposed to vertical vibration / C.-C. Liang, C.-F. Chiany // *International Journal of Industrial Ergonomics.* – 2006. – Vol. 36. – P. 869–890. 7. Козубский А.М. Снижение виброн нагруженности на рабочем месте оператора-водителя колесной машины, автореф. дисс. ... канд. техн. наук. – Екатеринбург, 2007. – 23 с. 8. Корчагин П.А. Снижение динамических воздействий на оператора автогрейдера в транспортном режиме / П.А. Корчагин, Е.А. Корчагина, И.А. Чакурин. – Омск: СибАДИ, 2009. – 195 с. 9. Кузьо І.В. Моделювання в системі Matlab Simulink динаміки автомобіля з урахуванням тіла людини / І.В. Кузьо, О.В. Житенко, Г.В. Костельницька // *Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”, “Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні”.* – 2011. – № 713. – С. 87–93.