

А.М. СЛІПЧУК

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра технології машинобудування

НЕЛІНІЙНІ ПОПЕРЕЧНІ КОЛИВАННЯ ОДНОВИМІРНОЇ СИСТЕМИ З ПОВІЛЬНО ЗМІННИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ ЗА НЕОДНОРІДНИХ КРАЙОВИХ УМОВ

© Сліпчук А.М., 2012

Розглядаються нелінійні поперечні коливання одновимірних пружних систем (струна, нитка, дріт) під час перемотування з одного барабана на інший при цьому дріт, перекинутий через натяжений ролик, який допускає переміщення (вібрує). Отримано залежність амплітуди та частоти коливання дроту від кінетичних та фізико-механічних параметрів. Виведено рівняння, яке описує динамічні процеси у зазначених одновимірних системах; запропоновано методу його дослідження.

The nonlinear transversal vibrations of the unidimensional resilient systems (string, filament) are examined, during rewinding from one to the drum on the second. Differential equalization which describes dynamic processes in noted unidimensional system is got; offered method of his research. It allows to get dependences for determination of influence physico-mathematical and kinematics descriptions of the system on amplitude of its vibrations.

Постановка проблеми. Намотувальні верстати, які використовуються на виробництві дроту, кабелів, проводу, виконують один з основних етапів загального технологічного процесу – перемотування виробів з тарних котушок на зарядні котушки. Завдання про вплив сил тертя, вібрації натяжних роликів, кінематичних параметрів на умови роботи елементів конструкцій перемотувальних верстатів стають особливо гострим та актуальним за зростання крутних моментів та лінійної швидкості основного руху середовища. Динамічні процеси у рухомих нелінійно-пружних системах описати математично важко. Це пов'язано з проблемами інтегрування диференціальних рівнянь, що описують їх рух. Основними вимогами, які ставляться до перемотувального обладнання, є виконання безперервного технологічного процесу (робота верстата без обривів намотувального матеріалу), рівномірне укладання виробу на відповідну котушку за максимальної продуктивності обладнання. Виконати такі жорсткі умови можна лише за правильного розрахунку усіх елементів конструкції верстата. Для цього необхідно знайти закон зміни амплітуди та частоти коливання одновимірної нелінійно-пружної системи, врахувавши параметри вібрації натяжних роликів, шляхом відповідних крайових умов. Від точності складеної математичної моделі значною мірою залежить правильність отриманих розрахунків.

Дослідження такої задачі проводилось на перемотувальному обладнанні, яке складається з двигуна 10 РД 09, який приводить в рух ведучий вал. На ньому безпосередньо розміщений ведучий барабан (1) (рис. 1), на який намотується дріт (2). Між ведучим та веденим барабанами є повзунок. Повзунок призначений для рівномірного вкладання дроту на барабан (1). Інший двигун приводить черв'як в обертальний рух, повзунок за допомогою черв'ячної передачі здійснює лінійне переміщення. На повзунку розміщений ролик (3), через який перекинутий дріт. Ролик (3) рухається вздовж барабана (1) у реверсному режимі, між двома обмежувачами. Додатковий ролик (4), який закріплений на коромислі, виконує роль компенсатора натягу. Такий компенсаторний ролик (4)

потрібний для гасіння зовнішніх збурень, які виникають під час роботи перемотувального верстата. Ролики (3) та (4) не жорстко закріплені, тобто вони мають можливість переміщуватись у вертикальному напрямі (вібрують). Ролики впливають на динамічний процес коливання дроту додатковим збуренням на кінцях ділянки l . На штативі закріплений ведений барабан (5), з якого змотується дріт. Барабан закріплений між двома тримачами. Один тримач підпружинений для зручного встановлення та знімання веденого барабана з дротом.

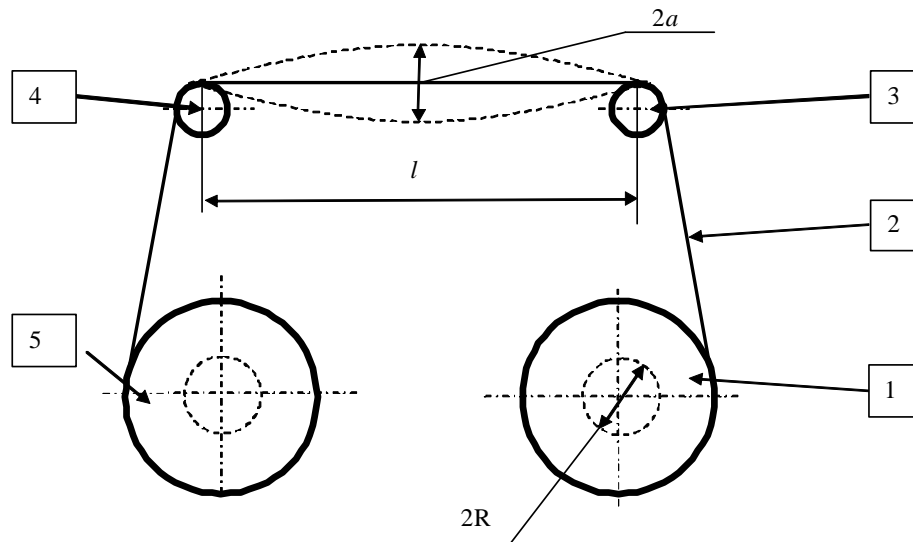


Рис. 1. Кінематична схема перемотувального верстата:
 1 – ведучий барабан; 2 – дріт; 3 – направляючий ролик;
 4 – компенсаційний ролик; 5 – ведений барабан

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідження впливу кінематичних та фізико-механічних параметрів на поперечні коливання дроту, що рухається вздовж своєї осі на перемотувальному верстаті, розглядалися у [2, 3, 5, 6].

Аналізом основних публікацій за подібною темою встановлено, що аналітичні методи дослідження динамічних процесів нелінійних систем із розподіленими параметрами, що характеризуються поздовжнім рухом, розроблені з певними спрощеннями. В окремих працях досліджено нелінійні коливання таких середовищ, але заздалегідь накладають обмеження, що призводить до спрощення розрахункової математичної моделі [5]. У відомих роботах, присвячених динамічним процесам, розглядалися переважно задачі, пов'язані із розрахунками власних частот крутильних коливань котушок

Формулювання мети дослідження. У цій роботі головна увага приділяється комплексному дослідженню різної природи чинників неперервної дії на зміну амплітуди і частоти коливань одновимірних нелінійно-пружних систем, які характеризуються поздовжнім чи обертальним рухом. **Мета роботи** – удосконалити розрахунково-експериментальні методи динамічного аналізу і, як наслідок, підвищити ефективність перемотуваних верстатів.

Викладення основного матеріалу дослідження. Розглядаючи нелінійну коливну систему, у якої є повільно змінні у часі параметри, наприклад, для нашого випадку: момент інерції котушки та натягу нитки необхідно розглядати диференціальне рівняння з повільно змінними коефіцієнтами:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{T(\tau)}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \varepsilon f(\tau, u, u_x, u_{xx}). \quad (1)$$

Наближений розв'язок рівняння (1) можна отримати також за допомогою асимптотичних методів [1]. За $\tau = \varepsilon t$, тобто у досліджуваній нелінійній коливній системі деякі параметри будуть

змінні у часі, у такій системі, хоча і повільно, враховуючи це, потрібно враховувати теж деякі додаткові зміни між розв'язками рівнянь зі сталими коефіцієнтами та змінними. Такими змінами будуть, наприклад, змінна власна частота, яка залежатиме від часу. Отже, загальний розв'язок потрібно шукати у такому вигляді [2, 4]:

$$u(x, \tau) = a(t)X(x)\cos(\psi) + \varepsilon u_1(\tau, a, \theta, \psi, x) + \varepsilon^2 u_2(\tau, a, \theta, \psi, x), \quad (2)$$

в якому, $u_1(\tau, a, \theta, \psi, x)$, $u_2(\tau, a, \theta, \psi, x)$ є періодичними функціями кута ψ з періодом 2π , а величини a та ψ як функції часу визначаються таким рівнянням [2, 3]:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \varepsilon A_1(\tau, a) + \varepsilon^2 A_2(\tau, a) + \dots \\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega(\tau) + \varepsilon B_1(\tau, a) + \varepsilon^2 B_2(\tau, a) + \dots \end{aligned} \quad (3)$$

Отже, як бачимо задача побудови асимптотичних наближених розв'язків полягає у знаходженні функцій $A(\tau, a)$ і $B(\tau, a)$, та $u_1(\tau, a, \theta, \psi, x)$, $u_2(\tau, a, \theta, \psi, x)$ і подальшому інтегруванні системи рівняння (5.3). Дотримуючись такої самої методики, як і в розділі 2, можна знайти вираз для $A(\tau, a)$ і $B(\tau, a)$ у загальному випадку:

$$\begin{aligned} A_1(\tau, a) &= -\frac{a}{2\omega(\tau)} \frac{d\omega(\tau)}{d\tau} - \frac{1}{2\pi m\omega(\tau)} \int_0^{2\pi} f(\tau, a, \psi) \sin\psi \, d\psi, \\ B_1(\tau, a) &= -\frac{1}{2\pi m\omega(\tau)a} \int_0^{2\pi} f(\tau, a, \psi) \cos\psi \, d\psi. \end{aligned} \quad (4)$$

Отже, для першого наближення асимптотичний розв'язок (1) потрібно шукати у формі

$$u(x, \tau) = a(t)X(x)\cos(\psi), \quad (5)$$

де a та ψ визначаються з рівняння першого наближення:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= -\frac{\varepsilon a}{2\omega(\tau)} \frac{d\omega(\tau)}{d\tau} - \frac{1}{2\pi m\omega(\tau)} \int_0^{2\pi} f(\tau, a, \psi) \sin\psi \, d\psi \\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega(\tau) - \frac{1}{2\pi m\omega(\tau)a} \int_0^{2\pi} f(\tau, a, \psi) \cos\psi \, d\psi \end{aligned} \quad (6)$$

Як бачимо, отримане рівняння (6) має складову “повільного” часу $-\frac{\varepsilon a}{2\omega(\tau)} \frac{d\omega(\tau)}{d\tau}$.

Отже, у першому наближенні повільно змінна частота та натяг будуть викликати додаткові “сили тертя”, причому знак залежатиме від того, як будуть змінюватись параметри досліджуваної системи, а також порушувати гармонічне коливання.

Якщо врахувати коливання компенсуючого ролика за гармонійним законом, то відповідно результати АФХ у резонансному випадку визначають диференціальними рівняннями.

Під час перемотування у випадку, коли компенсуючий ролик здійснює гармонійне коливання (амплітуда таких переміщень дорівнює 2 мм) з частотою, що дорівнює частоті власних поперечних коливань руху дроту, – відбувається резонансне явище. На рис. 2 та 3 показано для вказаного випадку залежність в часі зміни амплітуди для різних швидкостей перемотування дроту:

$$\frac{da}{dt} = \frac{\varepsilon a}{4} \frac{\left(\frac{1}{2}R^2 + \frac{3}{2}(kVt)^2 + 2RkVt \right) + \frac{F_{nr}}{\rho} - V^2}{\left(3k^2V^2t + 2RkV - \frac{kV \left(\frac{1}{2}R^2 + \frac{3}{2}(kVt)^2 + 2RkVt \right)}{(R+kVt)} \right)} - \frac{\varepsilon H}{(\omega(t)+\nu(t))} \cos \psi; \quad (7)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega(t) - \nu(t) - \varepsilon \left(\frac{\pi^2 V^2}{2\omega(t)t^2} + \frac{3 a^2 EF \pi^4}{4 \rho \omega(t)t^4} + \frac{R_2}{2\pi t^2 \rho \omega(t)} \right) + \frac{\varepsilon H}{a(\omega(t)+\nu(t))} \sin \psi.$$

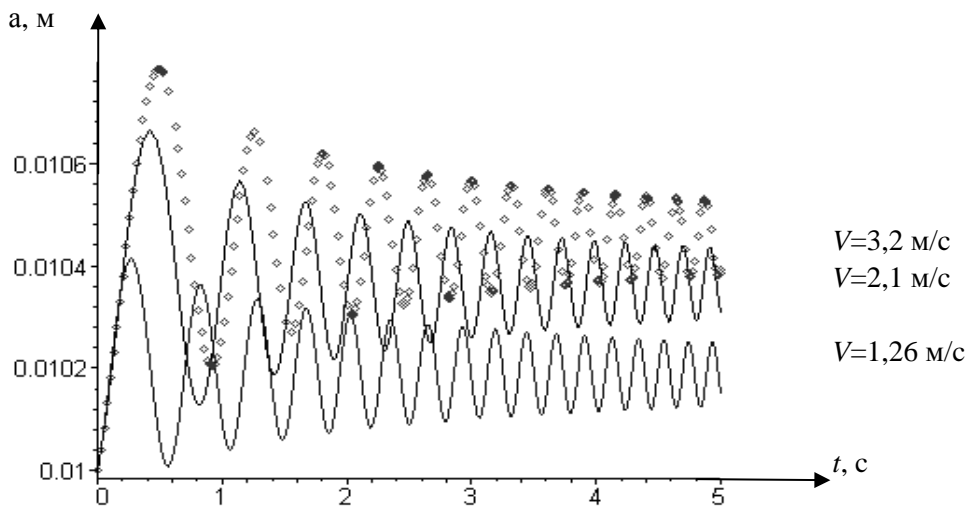


Рис. 2. Графік залежності амплітуди за різних швидкостей для резонансного випадку, коли один кінець вібрує. Амплітуда сили, яка вібрує на кінці, дорівнює $R_2=5 \text{ Н}$

Під час побудови асимптотичного наближеного розв’язку ми зводимо інтегрування одного диференціального рівняння другого порядку (1) до інтегрування двох рівнянь першого порядку (6), які здебільшого не можуть бути проінтегровані елементарними функціями, а тому їх розв’язок доводиться шукати за допомогою чисельних методів.

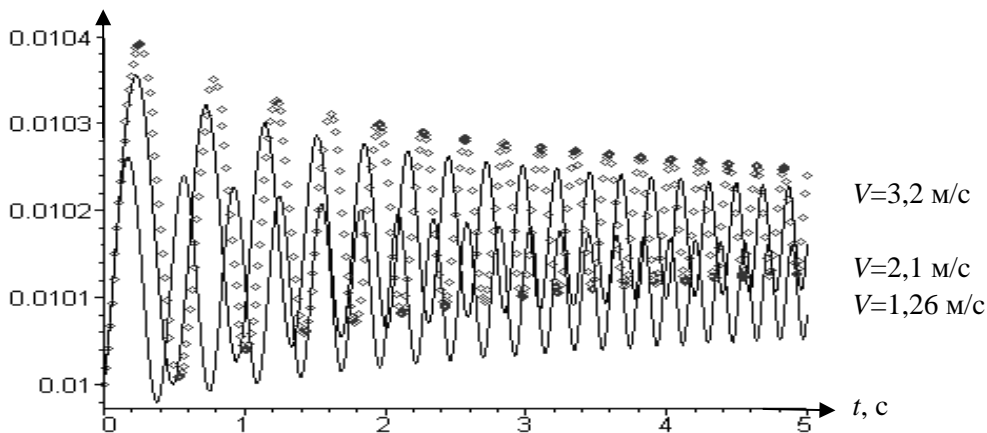


Рис. 3. Графік залежності амплітуди за різних швидкостей для резонансного випадку, коли один кінець вібрує. Амплітуда сили, яка вібрує на кінці, дорівнює $R_2=2 \text{ Н}$

Висновок. Реалізована методика комп'ютерного аналізу динаміки процесу перемотування одновимірних систем дає можливість точніше оцінювати вплив кінетичних та фізичних параметрів на АФЧХ поперечних коливань. Отримані залежності дають змогу врахувати додаткові збурювальні чинники, що, своєю чергою, уможливило ефективніше спроектувати та виготовити перемотувальний верстат, проаналізувати та спрогнозувати параметри коливання. Запропоновані оптимальні елементи конструкції перемотувальних верстатів, які можна змінити для підвищення стабільності процесу перемотування, а також зменшення амплітуди коливання за максимально допустимих швидкостей перемотування, особливо у білярезонансних коливаннях перемотуваного виробу.

1. Бидерман В.Л. *Теория механических колебаний*. – М.: Высш. шк. – 1980. – 408 с.
2. Сліпчук А.М. *Нелінійні поперечні коливання пружного рухомого канату і методи їх дослідження* // *Лісове господарство, лісова, паперова і деревообробна промисловість*. – Львів, 2003. – Вип. № 28. – С. 89–94.
3. Сліпчук А.М. *Вплив збурень у точках закріплення на коливання рухомої одновимірної системи* // *Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні”*. – Львів, 2005. – Вип. № 535. – С. 81–89.
4. Сокіл Б.І. *Нелінійні коливання механічних систем і аналітичні методи їх досліджень: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. 05.02.09 / Нац. ун-т «Львів. політехніка»*. — Львів. – 2001. – 36 с.
5. Сліпчук А.М. Пісковий С.С. *Нелінійні коливання системи з повільно змінними коефіцієнтами* // *Зб. наук. пр. Серія: Галузеве машинобудування. Будівництво*. – Полтава, 2012. – Вип. 2(32), Т. 2. – С. 52–57.
6. Хромов О.В. *Аналіз динаміки робочого процесу намотувальних верстатів з урахуванням розсіяння енергії: автореф. дис. ... канд. техн. наук. 05.02.09 / Харківський нац. техн. ун-т*. – Харків, 2012. – 19 с.