

**В.М. ГУРСЬКИЙ, О.С. ЛАНЕЦЬ**

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра механіки та автоматизації машинобудування

## **АНАЛІЗ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ У ВІБРАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ З ЕЛЕКТРОМАГНІТНИМ ПРИВОДОМ**

© Гурський В.М., Ланець О.С., 2012

*На основі рівнянь Лагранжа–Максвелла складено узагальнену модель вібраційної системи з електромагнітним приводом, що описує її коливальні процеси. Встановлено енергетичні перетворення та закономірності розподілу енергій під час роботи вібраційної системи.*

*The article describes the generalized model of the vibratory system with an electromagnetic drive which describes the oscillation processes and on the basis of equalizations of Lagrange-Maxwell. Power transformations and conformities to the law of distributing of energies are set during work of the vibratory system.*

**Вступ.** Енергетичним питанням під час функціонування технологічних машин завжди приділялося багато уваги. Зниження енергоспоживання у виробничих системах можливе з технологічної і механічної точок зору, оскільки удосконалюються як самі технологічні процеси, так і обладнання для їх здійснення. Що стосується роботи вібраційного обладнання, то розв’язання цієї задачі зумовлюється реалізацією та комплексним використанням резонансних явищ у технологічних середовищах і механічних системах. В останніх раціональне використання резонансних режимів роботи дає змогу істотно знизити енергетичні показники без порушення основних технологічних параметрів. Ефективне використання резонансних режимів роботи властиве системам на основі електромагнітного приводу змінного струму, якому характерні нетривалі перехідні процеси, висока надійність та довговічність у роботі. Ці переваги найвідчутніші під час пуску та вибігу механічної системи.

**Постановка проблеми.** Вібраційні системи є симбіозом механічної як виконавчого технологічного засобу та електричної системи як рушійного пристрою. Енергетичні перетворення в результатуючій системі визначаються переважно режимами роботи, параметрами та характером впливу однієї системи на іншу. Тому дослідження енергетичних показників роботи вібраційних систем потребує взаємного комплексного аналізу їхніх підсистем.

**Аналіз останніх досліджень.** Дослідження у цій області не є новими. Про це свідчать численні наукові монографії [1–5] та статті. Основний акцент полягає в отриманні величини енергоспоживання та перевірці балансу та закону збереження енергії. Цікавим є те, що наразі наявними є [6] інженерні методики щодо реалізації енергоощадних механічних коливальних систем на основі синтезованих міжрезонансних режимів роботи. Проте їхні комплексні енергетичні характеристики не досліджувалися. Однак існує аналіз енергетичних співвідношень для тримасових систем з динамічними гасниками коливальних проміжної маси [7]. У [8] встановлено, що електромеханічне перетворення електричної енергії у тримасових системах з асинхронними електродвигунами розподіляється між кінетичною, потенціальною енергіями і дисипацією, причому кінетична енергія визначається для механічної складової системи, а потенціальна – для електромагнітного поля. Поєднання новітніх енергоощадних принципів розрахунку із розробкою електромагнітних приводів

з високими питомими показниками тягового зусилля дасть змогу на новий рівень підняти сучасні виробництва, що ґрунтуються на вібраційній технології.

**Постановка завдання.** Розглянути задачу встановлення розподілу між електромеханічними енергіями під час усталеного руху вібраційної системи, розрахованої за новим енергоощадним принципом [6].

**Виклад основного матеріалу.** Вібраційна система (рис. 1) подана коливальними масами 1–3 з масовими характеристиками відповідно  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ , з'єднаних пружними ланками 4, 5 із жорсткостями  $c_1$ ,  $c_2$  у вертикальному напрямку коливань мас. Для силового збурення механічної системи використовується електромагнітний вібробудувач (ЕМВ), що загалом складається з  $n$  числа паралельно увімкнених осердь із котушками 6 та якорів 7, розташованих на суміжних коливальних масах 2 і 3 із номінальним повітряним проміжком  $\delta_0$ . На основу вібраційна система встановлюється віброізоляторами 8 із жорсткістю  $c_{i3}$ . На основі узагальненої структурної схеми розроблено конструкцію вібраційної технологічної машини (рис. 2) для формування та ущільнення бетонувиробів із помірно жорстких сумішей.

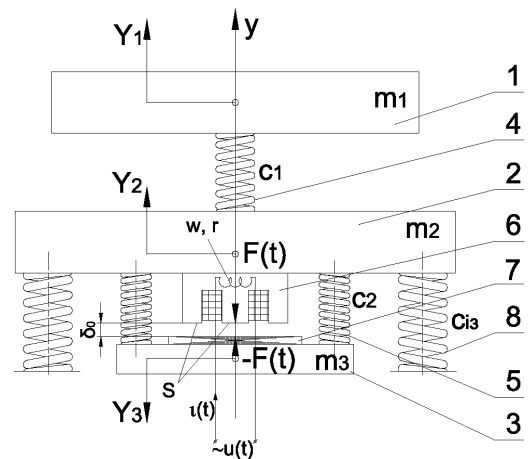


Рис. 1. Структурна схема вібраційної системи:  
1, 2, 3 – коливальні маси; 4, 5 – пружні зв'язки;  
6, 7 – осердя та якорі ЕМВ;  
8 – віброізолятори

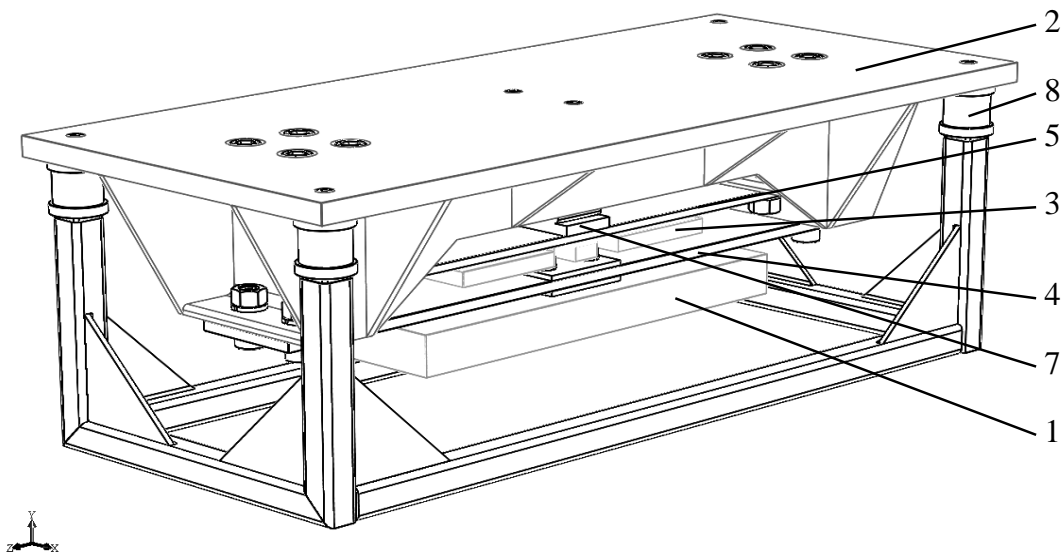


Рис. 2. Конструкція вібраційної системи (опис позицій за рис. 1)

Вибір пружних параметрів тримасової вібраційної системи вимагає формулювання задачі параметричного синтезу, зокрема за відомих масових характеристик коливальних мас необхідно сформулювати деяку (відому) міжрезонансну область між двома власними частотами коливань. Для реалізації такої задачі можна використати метод [2], який ґрунтується на співвідношеннях між масово-

пружними параметрами, в основі яких лежить параметр частки жорсткості  $\kappa$ . Він фактично формує міжрезонансну зону за прийнятним значенням другої власної частоти коливань (табл. 1), коли частота збурення знаходиться у дорезонансному околі щодо другої власної частоти коливань системи.

Масові характеристики коливальних мас, що є вихідними для синтезу пружних параметрів, відповідають параметрам розробленої конструкції вібраційної системи (рис. 2). За отриманими значеннями пружних параметрів вибираються типові пружні елементи (для прикладу циліндричні пружини стиснення) або ж розраховуються їхні геометричні параметри (для плоских пружин).

Для реалізації коливань робочого органа із частотою  $\omega$  використано реактивну схему вмикання. Для цього живлення з мережі здійснюється з частотою коливань напруги  $\omega/2$  за гармонічним законом (табл. 1).

Таблиця 1

## Параметри механічної коливальної системи

Вихідні	Розрахункові [6]
Масові характеристики коливальних мас: $m_1 = 20 \text{ кг}$ $m_2 = 60 \text{ кг}$ $m_3 = 3,5 \text{ кг}$	Параметр ефективності вібраційної системи: $\kappa = \frac{\left[ (z^2 - 1) \cdot m_1 m_2 + z^2 (m_2^2 + m_1 m_3 + m_2 m_3) \right] - m_2^2 - m_2 m_3}{(z^2 - 1) \cdot (m_2 + m_3) \cdot (m_1 + m_2 + m_3)} = 0,79.$
Частота коливань механічної системи: $\omega = 314 \text{ рад/с}$	Парціальні резонансні налагодження <sup>2</sup> : $z_1 = \frac{z}{\sqrt{\frac{\kappa \cdot m_3 + (\kappa - 1) \cdot m_2}{(\kappa - 1) \cdot (m_1 + m_2) + \kappa \cdot m_3}}} = 1,147; \quad z_2 = \frac{z}{\sqrt{\kappa}} = 1,08.$
Резонансне налагодження вібраційної системи стосовно другої власної частоти: $z = 0,96$	Пружні параметри вібраційної системи: $c_1 = m_1 \left( \frac{\omega}{z_1} \right)^2 = 1,5 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}; \quad c_2 = m_3 \left( \frac{\omega}{z_2} \right)^2 = 2,957 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}};$ $c_{i3} = (m_1 + m_2 + m_3) (2\pi 5)^2 = 8,241 \cdot 10^4 \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$
Коефіцієнт внутрішнього непружного опору матеріалу пружин: $\gamma = 0,025$	Коефіцієнти в'язкого тертя у пружних елементах: $b_1 = \frac{\gamma \cdot c_1}{\omega} = 119,395 \frac{\text{кг}}{\text{с}}; \quad b_2 = \frac{\gamma \cdot c_2}{\omega} = 23,543 \frac{\text{кг}}{\text{с}}; \quad b_{i3} = \frac{\gamma \cdot c_{i3}}{\omega} = 0,796 \frac{\text{кг}}{\text{с}}.$

Колівальні процеси в електромеханічній системі найчастіше описуються системою звичайних нелінійних диференціальних рівнянь, які формуються на основі систем рівнянь Лагранжа–Максвелла [2–5]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L^*(t)}{\partial \dot{i}_k(t)} \right) + \frac{\partial D_e(t)}{\partial i_k(t)} &= u_k(t), \quad k = 1 \dots n, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L^*(t)}{\partial \dot{y}_j(t)} \right) - \frac{\partial L^*(t)}{\partial y_j(t)} + \frac{\partial D_m(t)}{\partial \dot{y}_j(t)} &= F_j(t), \quad j = 1, 2, 3, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де  $L^*(t) = T(\dot{y}_j(t)) - \Pi(y_j(t)) + W(y_j(t), i_k(t))$  – функція Лагранжа;  $T(\dot{y}_j(t))$ ,  $\Pi(y_j(t))$ ,  $W(y_j(t), i_k(t))$  – кінетична, потенціальна та магнітна енергії вібраційної системи, які є функціями узагальнених коор-

<sup>2</sup> Для систем з динамічними гасниками коливань  $z_1 = z_2 = z$ .

динат системи;  $D_e(t)$ ,  $D_m(t)$  – дисипативні функції електромагнітної та механічної системи;  $F_j(t)$  – узагальнені електромагнітні сили (тягове зусилля електромагніту, що діє на  $j$ -ту коливальну масу).

Вирази для кінетичної, потенціальної та магнітної енергій, а також дисипативні функції розсіювання енергії (потужність втрат) механічного та електричного контурів розглядуваної електровібраційної системи записані у вигляді [3, 5, 6]:

$$\left. \begin{aligned} T(t) &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 m_j(t) \cdot \dot{y}_j(t)^2, \\ \Pi(t) &= \frac{1}{2} [c_1 \cdot (y_1(t) - y_2(t))^2 + c_2 \cdot (y_2(t) - y_3(t))^2 + c_{i3} \cdot y_2(t)^2], \\ W(t) &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n L_k(t) \cdot i_k(t)^2, \end{aligned} \right\}; \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} D_m(t) &= \frac{1}{2} [b_1 \cdot (\dot{y}_1(t) - \dot{y}_2(t))^2 + b_2 \cdot (\dot{y}_2(t) - \dot{y}_3(t))^2 + b_{i3} \cdot \dot{y}_2(t)^2], \\ D_e(t) &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n r_k(t) \cdot i_k(t)^2, \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

де  $L_k(t) = G(t) \cdot w_k^2$  – індуктивність  $k$ -го електромагніту;  $G(t) = \mu_0 \cdot S / 2\delta(t)$  – магнітна провідність повітряного проміжку;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнітна проникливість повітря;  $r_k$  – активний опір  $k$ -ї обмотки;  $\delta_0$  – номінальне (початкове) значення повітряного проміжку;  $S$  – площа поверхні полюсів магніту;  $w_k$  – кількість витків  $k$ -ї котушки ЕМВ.

Функція Лагранжа  $L^*(t)$  тримасової вібраційної системи запишеться як

$$L^*(t) = \frac{1}{2} \left[ m_1 \dot{y}_1(t)^2 + m_2 \dot{y}_2(t)^2 + m_3 \dot{y}_3(t)^2 - c_1 (y_1(t) - y_2(t))^2 - \right. \\ \left. c_2 (y_2(t) - y_3(t))^2 - c_{i3} y_2(t)^2 + k \cdot L_k(t) \cdot i_k(t)^2 \right]. \quad (4)$$

Змінне тягове зусилля ЕМВ формується у змінному повітряному проміжку  $\delta(t) = \delta_0 - (y_2(t) - y_3(t))$  між якорем та осердям ЕМВ внаслідок зміни магнітної енергії, а залежить від параметрів електромагнітного кола і руху коливальних мас [3]:

$$F(t) = \frac{\partial W(t)}{\partial \delta(t)} = \frac{n \cdot \lambda}{4} \left[ \frac{i(t)}{\delta(t)} \right]^2, \quad (5)$$

де  $\lambda = \mu_0 S w^2$  – прийняте позначення.

Саме через закон зміни повітряного проміжку закладено взаємовплив між електричною, магнітною та механічною коливальними системами.

Закон зміни напруги живлення прийmemo у вигляді  $u(t) = 220 \cdot \sin(\omega t / 2)$ , що відображає реактивну схему вмикання ЕМВ. Параметри механічної системи відповідають табл. 1, а характеристики електромагніту марки ЭМ 68-08-231-00УХЛ4 є такими:  $\delta_0 = 0,003$  м,  $w = 1320$ ,  $S = 2,784 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>,  $r = 20$  Ом, кількість електромагнітних контурів, увімкнених паралельно,  $n = 1$ .

Узагальнена математична модель електромеханічної вібраційної системи, отримана з системи рівнянь Лагранжа–Максвелла (1) на основі функції Лагранжа  $L^*(t)$  (4), набуде такого вигляду:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{k}{2(\delta_0 - (y_2(t) - y_3(t)))} \cdot i(t) + \left[ r + \frac{k \cdot (\dot{y}_2(t) - \dot{y}_3(t))}{2(\delta_0 - (y_2(t) - y_3(t)))^2} \right] \cdot i(t) = u(t); \\ & m_1 \ddot{y}_1(t) + c_1 \cdot (y_1(t) - y_2(t)) + b_1 \cdot (\dot{y}_1(t) - \dot{y}_2(t)) = 0; \\ & m_2 \ddot{y}_2(t) - c_1 \cdot (y_1(t) - y_2(t)) - b_1 \cdot (\dot{y}_1(t) - \dot{y}_2(t)) + c_2 \cdot (y_2(t) - y_3(t)) + \\ & + b_2 \cdot (\dot{y}_2(t) - \dot{y}_3(t)) + c_{i3} \cdot y_2(t) + b_{i3} \cdot \dot{y}_2(t) = \frac{n \cdot \lambda}{4} \left[ \frac{i(t)}{\delta_0 - (y_2(t) - y_3(t))} \right]^2; \\ & m_3 \ddot{y}_3(t) - c_2 \cdot (y_2(t) - y_3(t)) - b_2 \cdot (\dot{y}_2(t) - \dot{y}_3(t)) = -\frac{n \cdot \lambda}{4} \left[ \frac{i(t)}{\delta_0 - (y_2(t) - y_3(t))} \right]^2. \end{aligned} \right. \quad (6)$$

Чисельним моделюванням СНДР (6) отримано набір часових залежностей (рис. 3) коливань електромеханічних параметрів. Період коливань мас та тягового зусилля ЕМВ становить 0,02 с, а період коливань параметрів електромагнітного контуру – сили струму на напруги живлення 0,04 с, що відповідає реактивній схемі вмикання ЕМВ.

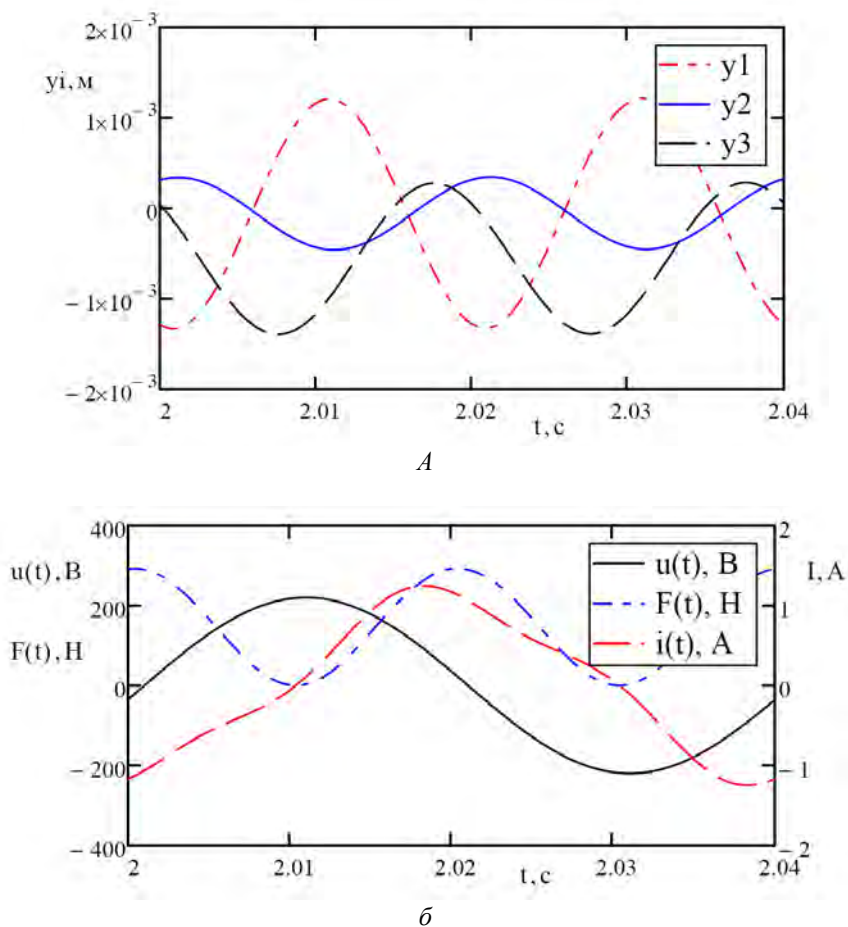


Рис. 3. Усталені періодичні коливання електромеханічних параметрів: амплітуди мас (а); напруга, сила струму та тягове зусилля ЕМВ (б)

В усталеному русі (з моменту часу  $\tau$ ) енергія, отримана з електричної мережі за період коливань механічної системи, перетворюється у механічну роботу (яка дорівнює за модулем зміні у повітряному проміжку магнітної енергії) та витрачається на подолання електричних втрат (перетворюється у теплову енергію, а саме – на нагрівання обмотки котушки ЕМВ) (рис. 4):

$$\int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} e(t)dt = \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} u(t) \cdot i(t)dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} (F(t)\delta(t))dt + \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} 2D_e(t)dt, \quad (7)$$

причому

$$\frac{\omega}{2\pi} \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} (F(t)\delta(t))dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} W(t)dt. \quad (8)$$

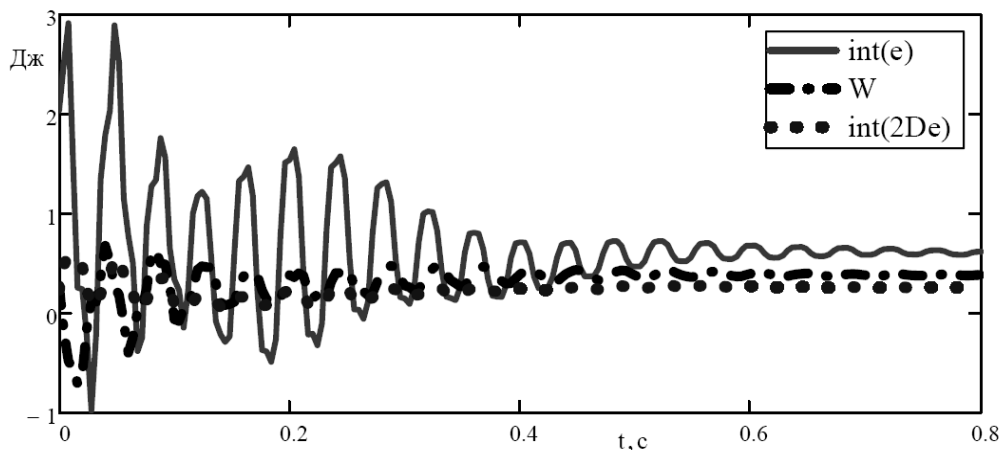


Рис. 4. Зміна середніх за період значень енергій: зовнішнього джерела  $\text{int}(e)$ , магнітної  $W$  та енергії електромагнітних втрат  $\text{int}(2D_e)$

З іншого міркування, енергія зовнішнього джерела витрачається на подолання сумарних втрат в електромеханічній системі та на виконання роботи над середовищем (остання не бралася до уваги):

$$\int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} e(t)dt = \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} u(t) \cdot i(t)dt = \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} 2(D_e(t) + D_m(t))dt, \quad (9)$$

причому енергія механічних втрат компенсується роботою тягової сили на змінному повітряному проміжку [7]:

$$\int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} 2D_m(t)dt = - \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} \left( F(t) \frac{d}{dt} \delta(t) \right) dt = \int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} \left( F(t) \frac{d}{dt} (y_2(t) - y_3(t)) \right) dt. \quad (10)$$

Співвідношення між середніми за період значеннями внутрішніх енергій, що визначені формулами (2) і (3), графічно показані на рис. 5. В усталеному русі спостерігається рівність середніх значень кінетичної та потенціальної енергій.

Традиційним для коливальних систем є перехід кінетичної енергії у потенціальну  $T(t) \approx -P(t)$ , що відображено на рис. 6, а. Тому внутрішнє енергетичне перетворення між кінетичною та потенціальною енергією відбувається з частотою  $2\omega$  і не є складовою енергетичного балансу у вібраційній системі, описане формулами (7) і (9), на відміну від систем з асинхронним електроприводом [8].

Коливання магнітної енергії  $W(t)$ , яка є складовою енергетичного балансу, відбувається з частотою коливань механічної системи  $\omega$  і збігається за частотою з коливаннями енергій від зовнішньої мережі та дисипації (рис. 6, б – графік миттєвих потужностей).

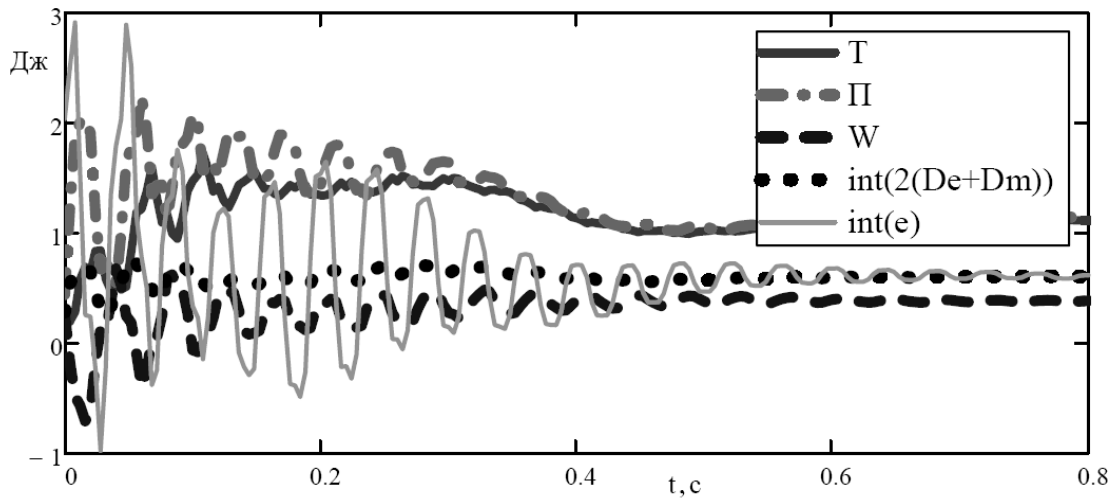


Рис. 5. Зміна середніх за період значень енергій вібраційної системи: кінетичної  $T$ , потенціальної  $\Pi$ , магнітної  $W$ , енергії сумарних втрат  $\text{int}(2(D_m + D_e))$ , енергії зовнішнього джерела  $\text{int}(e)$

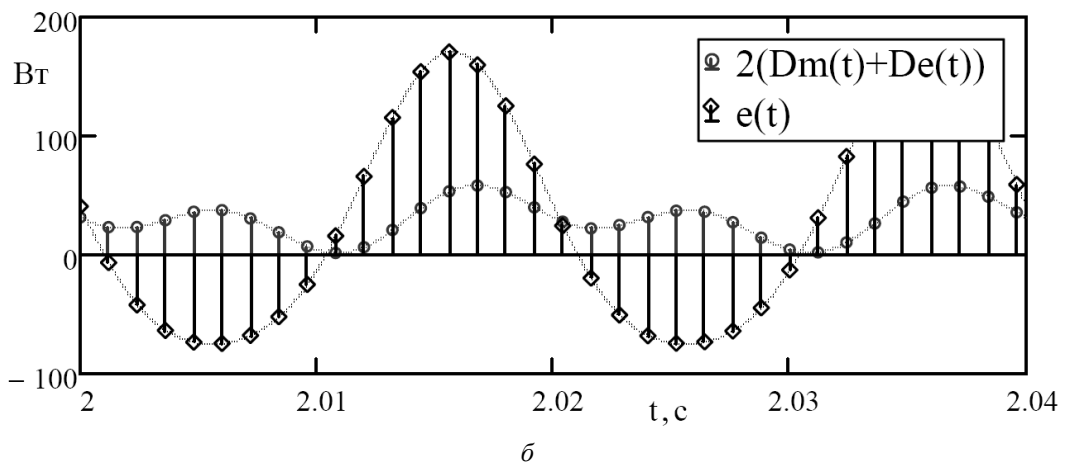
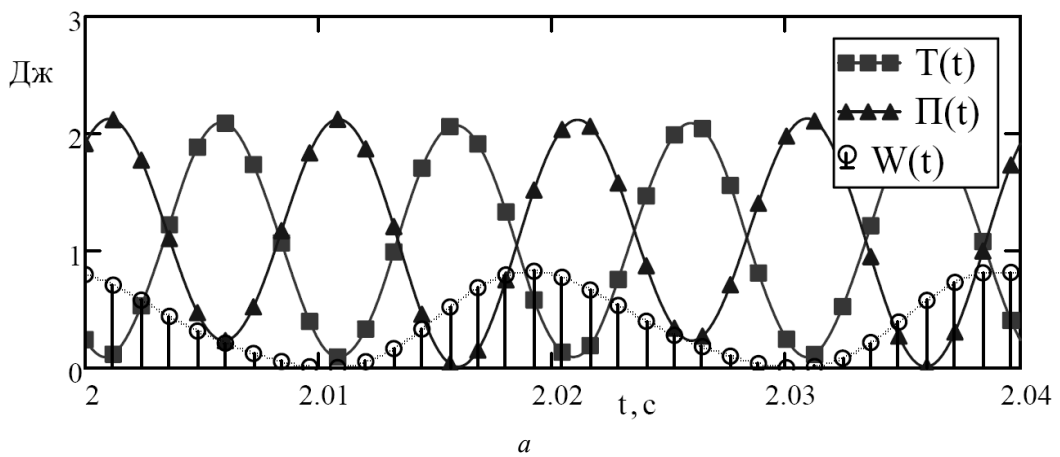


Рис. 6. Миттєві значення кінетичної, потенціальної, магнітної енергій (а) та потужностей споживання і втрат (б) у вібраційній системі під час усталеного руху

**Висновки:** 1. Розроблено узагальнену модель, яка описує коливальні процеси в електромеханічній вібраційній системі з електромагнітним приводом, яка в подальшому може застосовуватися для дослідження систем за різних схем вмикання (з корегуванням на закон керування напругою або силою струму). Створена модель є основною для моделювання роботи системи під навантаженням, а також для аналізу енергетичних характеристик на основі різних критеріїв оцінки.

2. В результаті аналізу розподілу енергій під час роботи системи встановлено, що кінетична та потенціальна складові повної енергії системи не визначають рівня її енергоспоживання. Визначальними є дисипативні процеси у механічному та електромагнітному (електричному) контурі.

3. Для досліджуваної системи встановлено, що сумарна величина енергоспоживання між електричною та механічною складовими розподілена як 43 та 57 % для компенсації втрат у них. Причому рівень дисипації у механічній системі явно залежить від реальних моделей внутрішнього та зовнішнього тертя, які властиві реалізованій конструкції та процесу обробки середовища.

1. Цыфанский С.Л. *Нелинейные и параметрические колебания вибрационных машин технологического назначения* / С.Л. Цыфанский, В.И. Бересневич, А.Б. Окс. – Рига: Зинатне, 1991. – 230 с. 2. Скубов Д. Ю., Ходжаев К. Ш. *Нелинейная электромеханика*. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 360 с. 3. Божко А.Е. и др. *Прикладная теория управления электромагнитными вибровозбудителями [текст]: монография* / А.Е. Божко, В.И. Белых, Е.М. Иванов, К.Б. Мякохлеб; под ред. А.Е. Божко. – Харьков: НТУ “ХПИ”, 2010. – 320 с. 4. Леонтьев А.Г., Пинчук В.М., Семенов И.М. *Электромеханические системы*. – СПб.: СПбГТУ, 1997. – 268 с. 5. *Аналитическая динамика электромеханических систем* / Ю.Г. Мартыненко / под ред. И.В. Новожилова. – М.: МЭИ, 1984. – 64 с. 6. Ланець О. С. *Високоєфективні міжрезонансні вібраційні машини з електромагнітним приводом (Теоретичні основи та практика створення): монографія*. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2008. – 324 с. 7. Черно А. А. *Особенности расчета энергопотребления трехмассовых вибрационных установок с электромагнитным приводом* / А.А. Черно, А.П. Гуров, Д.Л. Безверхний // *Електромеханічні і енергозберігаючі системи*. – 2011. – Вип. 2(14). – С. 156–159. 8. Чабан А. *Електромеханічне перетворення енергії в асинхронному електроприводі* / А. Чабан, П. Пукач, М. Гошко // *Науково-публіцистичний часопис “Технічні вісті”*. – 2009. – № 1(29), 2(30). – С. 62–65.