

224 416. 9. Tsmots V.M., Litovchenko P.G., Pavlovska N.T., Pavlovskyy Yu.V., and Ostrovskyy I.P. Study and Simulation of Magnetic Susceptibility of Si and Si_{0.95}Ge_{0.05} Whiskers // Semiconductors. – 2010. Vol. 44, № 5. – P. 623–627.

УДК 537.8, 535.421, 535.4

В.В. Гоблик

Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра електронних засобів інформаційно-комп'ютерних технологій

ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ЗБУДЖЕННЯ ІМПЕДАНСНИХ СТРУКТУР З N-КРАТНОЮ ПЕРІОДИЧНІСТЮ

© Гоблик В.В., 2012

V.V. Hoblyk

ELECTROMAGNETIC EXCITATION OF IMPEDANCE STRUCTURES WITH N-MULTIPLE PERIODICITY

© Hoblyk V.V., 2012

Наведено строгий розв'язок задачі збудження електромагнітних хвиль у плоских структурах, поверхневий імпеданс яких модульований періодичними послідовностями трикутних функцій. Проаналізовані особливості формування спектра просторових гармонік електромагнітного поля такими структурами для різних параметрів модуляції їх поверхневого імпедансу. Показано, що розв'язок цієї задачі має фундаментальне значення для побудови математичних моделей плазмонних структур зі складними законами модуляції поверхневого імпедансу.

Ключові слова: імпедансні структури, гармоніки поля, плазмонні кристали.

A strict solution of the assignment for electrodynamic stimulation of electromagnetic waves at planar structures, where surface impedans is modulated by periodic sequences of triangular functions, are represented. The features of formation of the spectrum of spatial harmonics of the electromagnetic field by such structures for the different parameters of modulation of surface impedance are analysed. It is shown that the solution of this problem is fundamental to the construction of mathematical models of plasmon structures with complex laws of modulation of surface impedance.

Key words: impedance structure, harmonic components, plasmonic crystals.

Вступ

Сьогодні відомо широке коло електродинамічних структур з границями розділу двох середовищ, які допускають імпедансний опис їх властивостей, а саме, властивості підтримувати поширення та перетворення поверхневих хвиль в об'ємні хвилі [1]. Вивчення таких структур починається з робіт 100-річної давнини з відкриттям хвилі Ценнека [2] і продовжується з наростаючим інтересом в наші дні, якщо мати на увазі плазмонні кристали [3, 4]. У цей період, в 1953 р., в роботі [5] було вперше виявлено ефект зростання коефіцієнта підсилення ребристо-

стержневої антени поверхневих хвиль завдяки модуляції її конструктивних параметрів за синусоїдним законом, що спричинило помітне збільшення експериментальних та теоретичних досліджень модульованих імпедансних структур. В основі теорії таких структур лежать методи розв'язування задач збудження синусоїдно-модульованих імпедансних структур (ІС), що розроблені в 1960 роках в роботах [6–7]. Істотним недоліком цих методів є обмеження на глибину синусоїдної модуляції поверхневого імпедансу (ПІ). Строгий розв'язок електродинамічних задач збудження модульованих без обмеження на глибину модуляції ПІ отримано у замкнутому вигляді в 1980-х роках в роботі А.Ф. Чапліна [8], для законів модуляції ПІ, які являють собою накладення одна на одну кратних періодичних послідовностей d -функцій, що мало істотне значення для розвитку теорії модульованих ІС. Згодом в роботах [9–11] метод А.Ф. Чапліна поширено на закони модуляції ПІ, які є результатом накладення одна на одну кратних періодичних послідовностей імпульсних функцій (ІФ) прямокутної форми, що дозволило у 80-ті роки минулого століття розвинути теорію та створити ефективні математичні моделі (ММ) імпедансних структур зі складними законами модуляції ПІ, а також розробити нові ефективні зразки антен поверхневих хвиль на основі плоских ребристих, ребристо-стержневих та метал-діелектричних структур [12–15] (рис. 1).

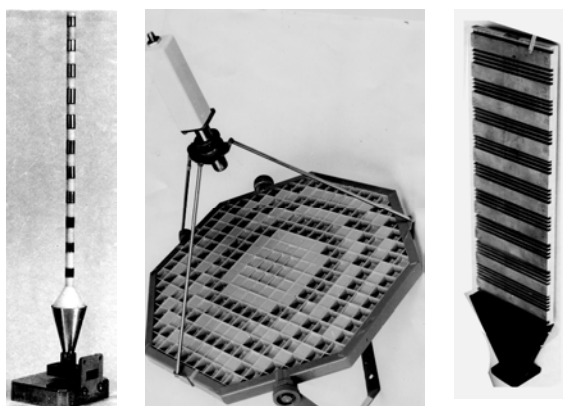


Рис. 1. Антени на основі ребристих та метало-діелектричних структур

Новизною цієї роботи є розв'язання у замкнутому вигляді електродинамічної задачі збудження плоских модульованих ІС довільним джерелом поля для законів модуляції ПІ, які є результатом накладення одна на одну N -кратних періодичних послідовностей ІФ трикутної форми. Ця задача є актуальною і має важливе практичне значення для дослідження широкого класу антен поверхневих хвиль, просторових фільтрів, коліматорів та плазмонних кристалів на основі ребристих та метал - діелектричних структур.

Мета та задачі дослідження

Метою роботи є побудова строгого розв'язку задачі електромагнітного збудження довільним стороннім джерелом електромагнітного поля плоских ІС (рис. 2), в яких ПІ модульований періодичними послідовностями ІФ трикутної форми та виконати аналіз особливостей спектра просторових гармонік поля, що направляються такими структурами.

Для досягнення цієї мети необхідно розв'язати такі задачі:

1. Модифікувати метод А.Ф. Чапліна розв'язку задачі збудження плоскої ІС, поверхневий імпеданс якої модульований періодичними послідовностями d -функцій, для розв'язання задач збудження плоских ІС для законів модуляції ПІ, які є результатом накладення одна на одну кратних періодичних послідовностей ІФ, що мають форму трикутника.

2. Розробити алгоритм та комп'ютерну програму в середовищі MATLAB для моделювання просторового розподілу поля плоскої модульованої ІС.

3. Дослідити особливості формування просторового розподілу поля структури для ряду параметрів модуляції ПП.

Розробка математичної моделі

Формулювання задачі електродинамічного збудження плоскої імпедансної структури, модульованої періодичною послідовністю трикутних функцій. Виведення основних співвідношень.

Нехай нескінченна площина (рис. 1), яка є границею розділу двох середовищ (1) та (2) характеризується імпедансною граничною умовою (1) [9,16]:

$$Z_E(y) = E_y(y) / H_x(y)_{z=0}, \quad (1)$$

де E_y та H_x – складові напруженості відповідно електричного та магнітного поля.

Прийmemo, що розподіл сторонніх джерел поля в об'ємі V' з площею поперечного перетину $S(y', z')$ і значення поверхневого імпедансу $Z_E(y)$ не залежать від координати x . Це дозволяє скористатися поданням поля у верхньому півпросторі ($z \geq 0$) у вигляді накладання двовимірних електричних і магнітних хвиль [16]:

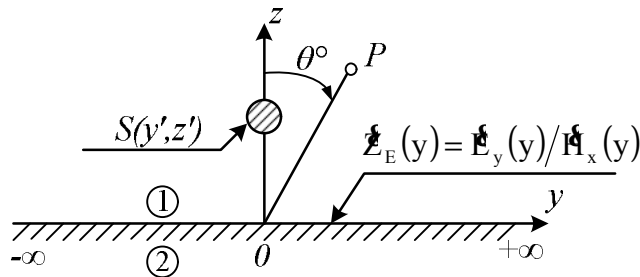


Рис. 2. Модульована імпедансна площина

Розглянемо поле електричних хвиль (Е-хвиль). В якості вихідного співвідношення запишемо для сумарного поля Е-хвиль, яке складається з поля сторонніх джерел і поля, відбитого від площини (рис.1), імпедансну граничну умову (1) у такому вигляді [16]:

$$Z_E(y) = \frac{i}{we'_a} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} [f_1(c) - F^e(c)] \frac{e^{-icy}}{c} dc}{\int_{-\infty}^{\infty} [f_1(c) + F^e(c)] \frac{e^{-icy}}{c\sqrt{c^2 - k^2}} dc}, \quad (2)$$

де $F^e(c)$ – спектральна густина функції розподілу сторонніх джерел для Е-хвиль; $f_1(c)$ – спектральна густина відбитого поля; k – хвильове число для вільного простору; $k = 2p / l$; l – довжина хвилі у вільному просторі; $k^2 = w^2 e'_a m'_a$; c – узагальнене просторове число (розмірність рад/м), w – колова частота (рад/с); $w = 2p / T$; T – період електромагнітних коливань джерела; e'_a та m'_a – діелектрична та магнітна проникності середовища; $F^e(c)$ визначається сторонніми джерелами поля, які займають об'єм V' [16]:

$$F^e(c) = \frac{1}{4p} \int_S \left[\frac{c^2}{iwe'_a} j_z^e - ic \left(\frac{\pm \sqrt{c^2 - k^2}}{iwe'_a} j_y^e + j_x^m \right) \right] e^{icy' m \sqrt{c^2 - k^2} z'} dy' dz'. \quad (3)$$

j_z^e, j_y^e, j_x^m – задані розподіли сторонніх електричних та магнітних струмів.

Сформулюємо задачу аналізу в такій постановці:

Нехай розподіл ПП $Z_E(y)$ описується математичною моделлю

$$Z_E(y) = Z_0 + Z_{M_1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{tripuls}\left(\frac{y - nd_1}{\Delta}\right), \quad (4)$$

де Δ – ширина ІФ; d_1 – період послідовності ІФ; n – нескінченна послідовність цілих чисел; Z_{M_1} – амплітуда трикутної ІФ; Z_0 – постійна складова ПІ; **tripuls** – виконує функцію оператора, що задає форму трикутної ІФ. Закон розподілу ПІ в графічному вигляді наведено на рис. 3.

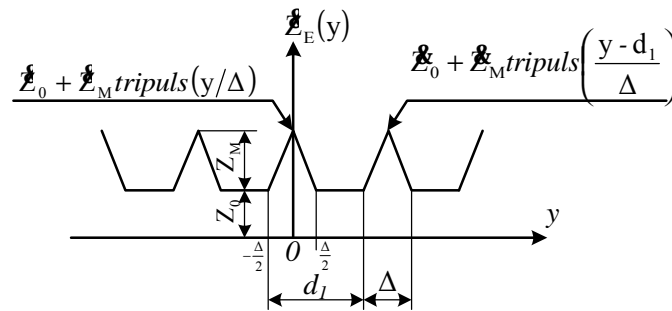


Рис. 3. Закон розподілу імпедансу

Необхідно знайти поле E - хвиль у верхньому півпросторі площини ($z \geq 0$), яке задовольняє імпедансну граничну умову (2).

Розв’язання поставленої задачі

Для розв’язання поставленої задачі подамо рівняння (2) в рівносильній формі

$$iwe'_a Z_E(y) \int_{-\infty}^{\infty} x_1(c) e^{-icy} dc = - \int_{-\infty}^{\infty} [\sqrt{c^2 - k^2} x_1(c) - 2\Phi^e(c)] e^{-icy} dc; \quad (5)$$

де: $x_1(c) = [f_1(c) + F^e(c)] / c \sqrt{c^2 - k^2}$; $\Phi(c) = F^e(c) / c$. (6)

В якості невідомої виступає спектральна густина $x_1(c)$ електричних поверхневих струмів (6), розподілених вздовж осі y .

Потім підставимо вираз (4) у співвідношення (5) і, виконуючи для обох частин отриманого рівняння перетворення Фур’є (ПФ) вигляду:

$$\tilde{f}(c) = \frac{1}{2p} \int_{-\infty}^{\infty} f(y) e^{icy} dy, \quad (7)$$

а також використовуючи теорему про згортку для ПФ, перейдемо до такого рівняння:

$$iwe'_a Z_0 x_1(c) + iwe'_a x_{T_1, \Delta}(c) = -\sqrt{c^2 - k^2} x_1(c) + 2\Phi^e(c), \quad (8)$$

де $x_{T_1, \Delta}(c) = Z_{M_1} \frac{\Delta}{2d_1} \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \text{sinc}(n_1 p \Delta / 2d_1) x_1(c - n_1 T_1)$ – функція, яка описує вплив модуляції поверхневого імпедансу на поле, що поширюється над імпедансною поверхнею;

$$\text{sinc}(n_1 p \Delta / 2d_1) = \frac{\sin(n_1 p \Delta / 2d_1)}{n_1 p \Delta / 2d_1}; \quad T_1 = 2p / d_1; \quad (9)$$

З рівняння (8) знайдемо $x_1(c)$:

$$x_1(c) = x_0(c) - G(c) x_{T_1, \Delta}(c), \quad (10)$$

де позначено: $x_0(c) = 2\Phi(c) / b_0(c)$ – розв'язок сформульованої задачі для випадку, коли відсутня модуляція ПІ, тобто, коли $Z_{M_1} = 0$;

$$G(c) = iwe'_a / b_0(c) \quad b_0(c) = \sqrt{c^2 - k^2} + iwe'_a Z_0; \quad (11)$$

Для знаходження невідомої функції $x_{T_1, \Delta}(c)$ помножимо ліву та праву частини рівняння (10) на вираз:

$$Z_{M_1} \frac{\Delta}{2} \text{sinc}[(c-h)\Delta/4],$$

а далі виконаємо для лівої та правої частин отриманого рівняння ПФ вигляду

$$f(m_1 d_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(c) e^{-im_1 d_1 c} dc. \quad (12)$$

В результаті отримаємо співвідношення

$$\begin{aligned} & Z_{M_1} \frac{\Delta}{2} \int_{-\infty}^{\infty} x_1(c) \text{sinc}[(c-h)\Delta/4] e^{-im_1 d_1 c} dc \Rightarrow \\ \Rightarrow & Z_{M_1} \frac{\Delta}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \{x_0(c) - G(c)x_{T_1, \Delta}(c)\} \times \text{sinc}[(c-h)\Delta/4] e^{-im_1 d_1 c} dc; \end{aligned} \quad (13)$$

Помноживши обидві частини рівняння (13) на множник $\exp(im_1 d_1 h)$ і підсумувавши ці дві частини по m_1 від $-\infty$ до ∞ , перейдемо до рівняння

$$\begin{aligned} & Z_{M_1} \frac{\Delta}{2d_1} \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \text{sinc}(n_1 p \Delta / 2d_1) x_1(h - n_1 T_1) = x_{T_1, \Delta}(h) = \\ & = Z_{M_1} \frac{\Delta}{2d_1} \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \{x_0(h - n_1 T_1) - G(h - n_1 T_1) x_{T_1, \Delta}(h - n_1 T_1)\} \times \text{sinc}(n_1 p \Delta / 2d_1). \end{aligned} \quad (14)$$

Під час переходу від рівняння (10) до рівняння (14) використано співвідношення [22]:

$$\sum_{m_1=-\infty}^{\infty} e^{im_1 d_1 (h-c)} = T_1 \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} d(h - c - n_1 T_1); \quad T_1 = 2p / d_1.$$

Замінімо в рівнянні (14) змінну η на змінну χ і розглянемо рівності (10) і (14) при $\Delta \rightarrow 0$.

Відмітимо, що на інтервалі $-\infty < \chi < \infty$ послідовності невідомих функцій

$$\{x_{T_1, \Delta}(c - n_1 T_1), \Delta \in R\} \text{ і } \{x_{T_1, \Delta}(c), \Delta \in R\}$$

при $\Delta \rightarrow 0$ рівномірно сходяться до деякої невідомої граничної періодичної функції $x_{T_1, \Delta}(c)$, яка описується співвідношенням:

$$x_{T_1}(c) := \lim_{\Delta \rightarrow 0} Z_{M_1} \frac{\Delta}{2d_1} \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{n_1 p \Delta}{2d_1}\right) x_1(c - n_1 T_1),$$

тобто, справедлива рівність

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} x_{T_1, \Delta}(c - n_1 T_1) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} x_{T_1, \Delta}(c) = x_{T_1}(c).$$

Враховуючи це, знайдемо з рівняння (14) вираз для функції $x_{T_1, \Delta}(c)$:

$$x_{T_1}(c) = \frac{\lim_{\Delta \rightarrow 0} Z_{M_1} \frac{\Delta}{2d_1} \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} x_0(c - n_1 T_1) \text{sinc}(n_1 p \Delta / 2d_1)}{\lim_{\Delta \rightarrow 0} D_{1, \Delta}(c)}, \quad (15)$$

де $D_{1,\Delta}(c) = 1 + Z_{M_1} \frac{\Delta}{2d_1} \sum_{n_1=-\infty}^{n_1=\infty} G(c - n_1 T_1) \sin c(n_1 p \Delta / 2d_1)$.

Якщо ж змінна χ приймає всі значення відрізка $[-\infty, \infty]$, то функції $x_{T_1,\Delta}(c - n_1 T_1)$ і $x_{T_1,\Delta}(c)$ при $\Delta \rightarrow 0$ будуть лише асимптотично рівними між собою. Тому для цього випадку з рівняння (14) отримаємо для невідомої функції $x_{T_1,\Delta}(c)$ лише асимптотичну формулу, яка вирізняється від (15) тільки тим, що у останній формулі знак рівності “=” необхідно замінити на знак “ \cong ”. У цьому випадку функція $x_{T_1,\Delta}(c)$ буде тим точніша, чим менше Δ . Відмітимо, що нескінченні ряди в (15) за мажорантною ознакою Вейерштраса [17] рівномірно сходяться при $\Delta > 0$ для всіх $-\infty \leq \chi \leq \infty$, за винятком особливих точок, які визначаються як:

$$c_n^\pm = n_1 T_1 \pm \sqrt{k^2 - (we'_a / Y_0)^2},_{n_1=0,\pm 1,\pm 2,\dots} \quad (16)$$

Отже, вираз для функції $x_{T_1,\Delta}(c)$ знайдено в явному вигляді. Можна показати, що функція $x_{T_1,\Delta}(c)$ належить до класу майже-періодичних функцій [23,24]. Підстановка формули (15) у співвідношення (10) дає спектральний розв'язок сформульованої задачі в замкнутому аналітичному вигляді

$$x_1(c) \cong x_0(c) - G(c) \frac{Z_{M_1} \frac{\Delta}{2d_1} \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} x_0(c - n_1 T_1) \sin c(n_1 p \Delta / 2d_1)}{D_{1,\Delta}(c)}; \quad (\Delta \ll 1) \quad (17)$$

Перший доданок формули (17) описує спектральну густину поля, відбитого від площини з постійним імпедансом Z_0 . Про аналіз цього поля можна прочитати, наприклад, в монографії [16]. Другий добуток формули (17) описує спектральну густину поля, яке виникає за рахунок дії періодичної модуляції на основну поверхневу хвилю.

Підстановка далі виразу (17) в співвідношення (6) повністю визначає шукану функцію $f(c)$ спектральної густини поля в такому вигляді:

$$f_1(c) \cong F^E(c) \frac{b_0(c) - 2iwe'_a Z_0}{b_0(c)} - \frac{c\sqrt{c^2 - k^2}}{b_0(c)} \times \frac{Z_{M_1} \frac{\Delta}{2d_1} \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} x_0(c - n_1 T_1) \sin c(n_1 p \Delta / 2d_1)}{D_{1,\Delta}(c)}. \quad (18)$$

Перша складова формули (18), так само як у співвідношенні (17), описує спектральну густину поля, відбитого від ІС з постійним розподілом ПІ. Друга складова цієї формули описує вплив модуляції ПІ на поле основної поверхневої хвилі. Складові відбитого поля електричних хвиль можна отримати за знайденою спектральною густиною $f_1(c)$ у вигляді інтегралів Фур'є за формулами (1.8 та 1.19) з [16].

У такий спосіб можна отримати розв'язок задачі для випадку магнітних хвиль та складніших періодичних законів модуляції поверхневого імпедансу, коли розподіл ПІ вздовж осі у модульованій імпедансної площини являє собою суму постійної складової Z_0 та накладених одна на одну N -кратних періодичних послідовностей ІФ трикутної форми, без обмежень на їх амплітуду Z_{M_i} ($i=1,2,3,\dots,N$) та обмежень на їх ширину $\Delta \ll l$. Для практичних задач достатньо виконання умови $\Delta \leq 0.2l$. Для ІФ прямокутної форми такий розв'язок на строгій доказовій основі отримано в роботі [9]. У цій роботі наведено нижче без проміжних математичних викладень узагальнений розв'язок задачі для випадку модуляції ПІ плоскій імпедансній границі законами, які є результатом накладання одна на одну N -кратних періодичних послідовностей ІФ **трикутної форми**.

Узагальнений розв'язок задачі. Рекурентна формула.

Нехай розподіл поверхневого імпедансу $Z_E(y)$ вздовж осі у плоскій імпедансній поверхні (рис. 1) описується такою математичною моделлю:

$$Z_E(y) = Z_0 + \sum_{i=1}^N Z_{M_i} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{tripuls}\left(\frac{y - nd_i}{\Delta}\right); \quad d_N = d_1 \prod_{i=1}^N p_i, \quad (19)$$

де d_1 – величина найменшого періоду (довільне невід'ємне число), p_i – послідовність цілих чисел.

Зауважимо, що вперше узагальнення розв'язку задач збудження довільним джерелом стороннього електромагнітного поля широкого класу модульованих імпедансних та метал-діелектричних структур на випадок складних періодичних законів модуляції ПІ отримано у символічному вигляді на основі строгого електродинамічного підходу в роботах [9–11]. У цій роботі теорія та методи, апробовані на задачах фундаментальних та прикладних досліджень, коректно поширюються на близькі за фізичною сутністю закони модуляції ПІ.

Узагальнення часткових розв'язків задач для законів модуляції ПІ накладених одна на одну кратних періодичних послідовностей ІФ прямокутної форми з дво-, три - та чотирикратними періодами привели до створення рекурентної формули (23) та алгоритму побудови часткових розв'язків задачі для довільного цілого числа накладених одна на одну послідовностей ІФ. Наведена рекурентна формула дозволяє побудувати у замкнутому символічному вигляді розв'язок задачі за умови, що відомий розв'язок задачі нижчого рівня складності, тобто, для числа $N-1$.

$$x_N(c) \equiv x_{N-1}(c) - G(c) \frac{Z_{M_N} \frac{\Delta}{2d_N} \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} x_{N-1}(c - n_N T_N) \sin c(n_N p \Delta / 2d_N)}{D_{1,\Delta}(c) \prod_{m=1}^N D_{m,\Delta}(c)} \quad (20)$$

$$\text{де } D_{N,\Delta}(c) = 1 + Z_{M_N} \frac{\Delta}{2d_N} \sum_{n_N=-\infty}^{\infty} \frac{G(c - n_N T_N)}{\prod_{m=1}^N D_{m-1,\Delta}(c - n_N T_N)} \sin c(n_N p \Delta / 2d_N)$$

У роботах [18, 19] показано, що отримані розв'язки електродинамічних задач в заданому формулюванні становлять новий окремий клас гіллястих ланцюгових дробів з N - гілками розгалужень з комплексно-значними компонентами і становлять окремий інтерес для розвитку математичної теорії гіллястих ланцюгових дробів, започаткованої професором В.Я. Скоробагатько [20].

Приклад розрахунку поля модульованої імпедансної структури, збудженої ниткою магнітного струму

Нехай імпедансна поверхня (рис. 2) збуджується ниткоподібним джерелом стороннього поля, яке розташоване в точці з координатами $z = 0$, $y = 0$, що описується такою ММ:

$$j_x^M = I_{x_0}^M d(y-0) \quad (21)$$

Підставимо (21) у формулу (3), а потім отриманий результат підставимо в (6). У такому разі отримаємо для спектральної густини функції розподілу сторонніх джерел поля вираз

$$\Phi(c) = \Phi(c - n_1 T_1) = -i(I_{x_0}^M / 4p) = \Phi_0. \quad (22)$$

Підстановка далі значення (22) в формулу (17) з врахуванням виразу (15) для $D_{1,\Delta}(c)$ приводить до ММ, що описує спектральну густину $x_1(c)$ електричного струму, який протікає ІС:

$$x_1(c) \equiv \Phi_0 j_0(c) j_{1,\Delta}(c); \quad \text{де: } j_0(c) = 2/b_0(c); \quad j_{1,\Delta}(c) = 1/D_{1,\Delta}(c); \quad \Delta \ll l. \quad (23)$$

Формула (23) має прозорий фізичний зміст. Вона описує собою узагальнену діаграму напрямленості (ДН) ІС. Для випадку модуляції ІС однією періодичною послідовністю ІФ формула для ДН містить три множники. Перший множник ($\Phi_0 = \text{const}$) описує ДН стороннього джерела у вигляді нитки магнітного струму. Другий множник $j_0(c)$, описує вплив на стороннє джерело

нескінченної однорідної ІС. Третій множник $j_{1,\Delta}(c)$ визначає вплив на поле стороннього джерела періодичної решітки імпедансних ниток завширшки Δ , розташованих з періодом d_1 , з імпедансом Z_{M_1} . Аналіз отриманої математичної моделі (23) відповідає теоремі про перемноження діаграм напрямленості накладених одна на одну антенних решіток.

Розрахунок розподілу поля імпедансної площини та аналіз отриманих результатів

Експериментально найпростіше досліджувати спектральну густину сумарного поля:

$$\tilde{E}(c) = \int_{-\infty}^{\infty} E_y(y) e^{-icy} dc \tag{24}$$

де $E_y^v(y)$ – поле, відбите від імпедансної площини; $E_y^p(y)$ – поле сторонніх джерел.

Функцію $\tilde{E}(c)$ нескладно визначити із формули (6), враховуючи формулу (23),

$$\tilde{E}(c) = \Phi j_{0\Sigma}(c) j_{1,\Delta}(c), \text{ де } j_{0\Sigma}(c) = j_0(c) \sqrt{c^2 - k^2}. \tag{25}$$

Для дослідження просторово-кутового розподілу сумарного поля модульованої ІС необхідно в ММ (25) зробити заміну змінної c на $c = k \sin q^0$, де q^0 – кут, який відраховується від нормалі до осі y ІС (рис. 2). На основі співвідношення (25) розроблені алгоритм та комп'ютерна програма в середовищі MATLAB та виконано серію розрахунків розподілу поля для різних параметрів модуляції ПІ ІФ прямокутної та трикутної форми: періоду d_1 , ширини неоднорідностей Δ та амплітуди модуляції ПІ $Z_{M_1}(y)$ (рис. 4-6).

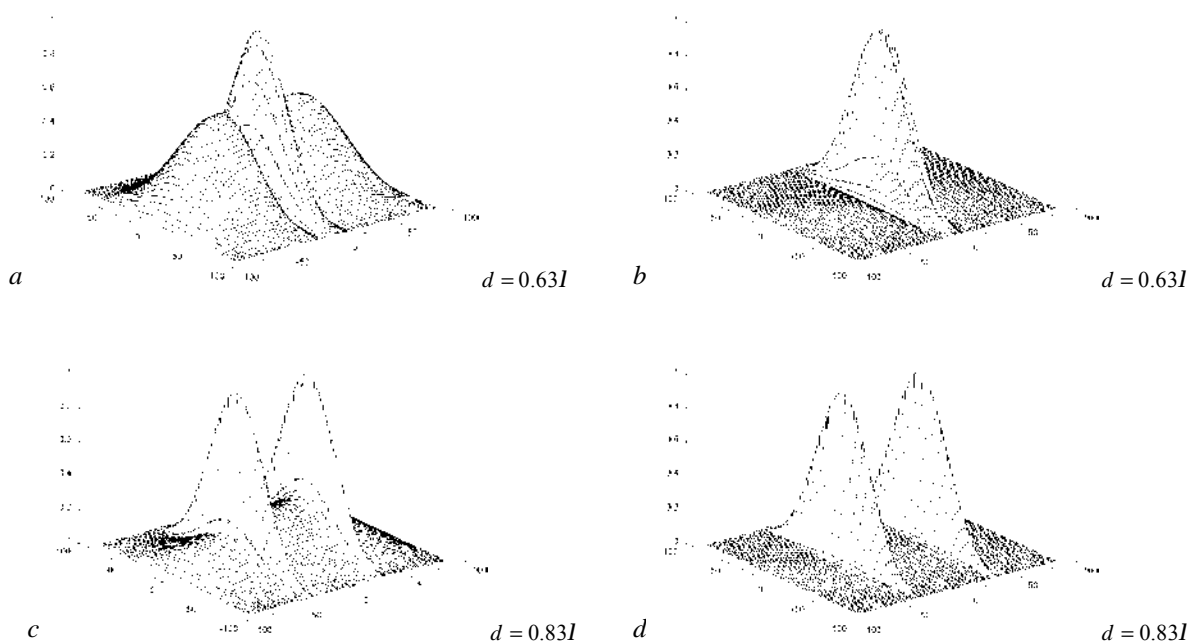


Рис. 4 а,с. Поле структури, модульованої імпульсами прямокутної форми

Рис. 5 b,d. Поле структури, модульованої імпульсами трикутної форми

Результати розрахунків для неоднорідностей прямокутної форми [21], отримані у вигляді графіків (рис.4а,с), порівняно з результатами розрахунків для неоднорідностей трикутної форми, (рис. 5b,d) та виконано аналіз впливу форми неоднорідностей на особливості формування поля періодично-неоднорідних ІС в дальній зоні (рис. 6), що має важливе практичне значення для побудови елементів інфокомунікаційних систем на базі модульованих ІС.

Порівняльний аналіз результатів, поданих на рис. 4а,с, з результатами розрахунку, наведеними на рис. 5b,d, дає змогу зробити висновок, що форма неоднорідностей впливає на рівень бокових пелюстків випромінюючих структур. Зокрема, застосування закону модуляції ІС імпульсами трикутної дає ефект зменшення рівня бокового випромінювання таких ІС.

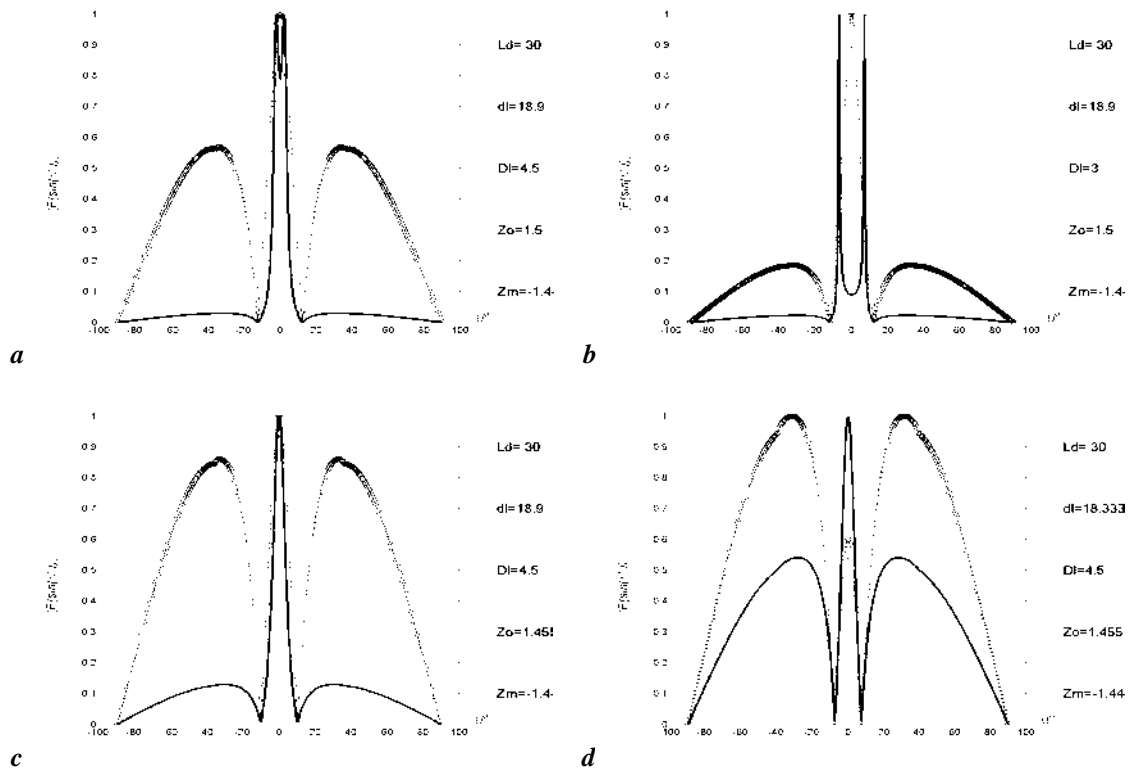


Рис. 6. Суцільна лінія: імпеданс, модульований імпульсами трикутної форми.
Лінія з кільцями: імпеданс, модульований імпульсами прямокутної форми

На рис. 6 наведені результати дослідження впливу на просторовий розподіл поля інших параметрів модуляції ПІ періодичними послідовностями ІФ. Для дослідження такого впливу вибрано резонансний режим збудження неоднорідностей імпедансу нульовою просторовою гармонікою поля (основна поверхнева хвиля), яка поширюється вздовж осі y (рис. 1). У такому режимі всі неоднорідності ПІ збуджуються нульовою гармонікою поля синфазно, внаслідок чого формується вузький пучок випромінювання вздовж нормалі до ІС. Такий ефект випромінювання всесторонньо досліджено в роботах [9, 11] і використано в розробках антен поверхневої хвилі нового покоління з випромінюванням поля вздовж нормалі до її хвилеводної структури [12, 14]. Раніше в теоретичних роботах [6, 7] спостерігався інший "ефект нормалі" який проявлявся в тому, що взагалі зникало випромінювання вздовж нормалі до ІС. Такий ефект характерний для нескінченних модульованих ІС. Фізичний процес його виникнення (ефект "сліпої зони") вперше пояснено в теоретичній роботі [9]. Згаданий ефект виникає у випадку симетричного збудження стороннім джерелом поля напівнескінченних лівої та правої частин періодично-неоднорідних ІС. В цьому випадку лівою та правою структурами формуються два пучки випромінювання з протифазними коливаннями поля. При наближенні просторого періоду "лівої" та "правої" гармонік поверхневої хвилі до періоду модуляції ПІ, відбувається протифазне накладання поля двох променів у дальній зоні, внаслідок чого зникає випромінювання вздовж нормалі. ММ випромінюючих та хвилеводних структур з N -кратною періодичністю, розроблені в роботах [9, 15, 21], адекватно

фізичній ситуації описують процеси формування таких ефектів. Аналіз результатів, наведених на рис.6, пояснює процес формування ефекту “нормалі” в модульованих ІС внаслідок впливу різних параметрів модуляції ПІ. Графік на рис. 6.a – опорний графік для порівняння впливу параметрів модуляції ПІ на розподіл поля, а саме: ширини неоднорідності: $D1$ (див. рис.6b); постійної складової ПІ: Z_o (рис.6c); періоду $d1$ та Z_o : (рис.6d).

Висновки

1. Вперше в роботі розв’язана на строгій електродинамічній основі задача збудження довільним джерелом поля модульованої плоскої імпедансної структури, в якій закон модуляції поверхневого імпедансу є результатом накладання одна на одну N -кратних періодичних послідовностей імпульсних функцій трикутної форми. Ця задача є актуальною і має важливе практичне значення для дослідження широкого класу антен поверхневих хвиль, просторових фільтрів, коліматорів та плазмонних кристалів на основі ребристих та метал-діелектричних структур.

2. На основі загальних розв’язків задачі збудження модульованих імпедансних структур побудовані ефективні математичні та комп’ютерні моделі широкого класу антен поверхневих хвиль, просторових фільтрів, плазмонних кристалів, коліматорів, інтерферометрів на базі модульованих ребристих та метал-діелектричних структур для застосування в широкому діапазоні довжин електромагнітних хвиль: від сантиметрового до нанометрового.

3. На фундаментальному рівні досліджені процеси поширення та випромінювання електромагнітних хвиль, які направляються імпедансними структурами, описані особливості формування такими структурами просторових розподілів електромагнітних полів, теоретичними та експериментальними методами пояснено фізичні особливості виникнення ефектів трансформації просторових гармонік поля, які мають важливе практичне значення.

1. Миллер М.А. Использование понятия поверхностного импеданса в теории поверхностных электромагнитных волн / М.А. Миллер, В.И. Таланов. // Изв. Вузов СССР, сер. Радиофизика, 1961, IV, № 5, – С. 795–830. 2. Zenneck J. / J.Zenneck // Ann. d. Phys., 1907. Bd 23. S. 846. 3. Поверхностные поляритоны: Электромагнитные волны на поверхностях и границах раздела сред. Сборник статей / Под ред. В. М. Аграновича и Д. Л. Милса.— М.: Наука, 1985. – 528 с. 4. Hoblyk V.V. Plasmon Antenna with Complex Profile of Dielectric Permittivity Change / V. Hoblyk, I. Nychai, O. Liske // Proceedings of 7th International Conference on Antenna Theory and Techniques. – Lviv, 2009. – P. 138 - 140. 5. Simon J. Un nouveau tupe d'aerien a rayonnement longitudinal / J. Simon, G. Well // Ann. Radioelectr. 8, 33, 1953. 6. Oliner A.A. Guided Waves on Sinusoidally-modulatted Reactance Surfaces / A. Oliner, A. Hessel // IRE Trans AP – 7, Special Supplement, December 1959, – P. 201–218. 7. Таланов В.И. Об излучении источников над плоскостью с синусоидально модулированным поверхностным импедансом / В.И. Таланов // Изв. вузов СССР, сер. Радиофизика, 1961, IV, № 6, – С. 1065–1077. 8. Чаплин А.Ф. Возбуждение периодически неоднородных импедансных структур./ А.Ф. Чаплин // Вестн. Львов. политехн. ин-та. Теория и проектирование полупроводниковых и радиоэлектронных устройств и систем, 1981, № 152, – С. 107–110. 9. Гоблик В.В. Анализ поля над импедансной плоскостью с периодическими дискретными неоднородностями методом А.Ф.Чаплина / В. Гоблик // Теоретические и экспериментальные методы исследования антенн и устройств СВЧ: Сборник / Львов. Политехн. ин-т. Львов, 1984. – С. 27–70 – Рус. – Деп. в УкрНИИНТИ 11.11.84, № 1874- Ук -84. 10. Гоблик В.В. Об одном обобщении решения задач возбуждения модулированных импедансных структур / В.В. Гоблик, А.Ф. Чаплин: Львов. политехн. ин-т. –Львов, 1986. – 8 с. – Рус. Деп. в УкрНИИНТИ, № 813 - Ук-86. 11. Гоблик В.В. Анализ

модулированных импедансных и диэлектрических структур: автореф. дис. на соискание научн. степени канд. физ. - мат. наук : спец. 01.04.03. "Радиофизика, включая квантовую радиофизику" / Гоблик В.В.; Харьков. гос. универ. – Харьков, 1987.-20, [1]., включ. обл.: ил.-Библиогр.: с.19–20. 12. А. с 1078512 СССР, Мк². Н 01 Q 11/12. Антенна поверхностной волны / А.Ф. Чаплин, В.В. Гоблик, (СССР). – № 3538257/18-09; заявл. 02.12.82; опубл. 1984, Бюл. № 9. 13. Терешин О.Н. Синтез антенн на замедляющих структурах / О.Н. Терешин, В.М. Седов, А.Ф. Чаплин – М.: Связь, 1980. – 136 с. 14. А. с. 1805517 СССР, Мк² Н 01 Q 13/28. Антенна поверхностной волны / В.В. Гоблик, А.Ф. Чаплин, М.Ю. Михайлов, Е.М. Яцишин (СССР). – № А.с. СССР № 4867924/09 от 21.09.90; опубл. 30.03.93, Бюл. № 12. 15. Гоблик В.В. Моделивання фотонних кристалів гіллястими ланцюговими дробами / В.В. Гоблик, В.А. Павлиш, І.В. Ничай // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка", "Радіоелектроніка та телекомунікації", 2007. – № 595. – С. 78 – 86. 16. Марков Г.Т. Возбуждение электромагнитных волн / Г.Т. Марков, А.Ф. Чаплин. – М.–Л.: Энергия, 1967. – 376 с. 17. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1968. – 720 с. 18. Гоблик В.В. Гіллясті ланцюгові дроби в задачах дифракції хвиль / В.В. Гоблик, Н.М. Гоблик // Вісн. Держ. ун-ту. "Львівська політехніка", – 1998. – № 352: "Радіоелектроніка та телекомунікації". – С. 150–153. 19. Hoblyk V.V. About solution of the Fredholm integrated equation in a branched continual fraction type / V. Hoblyk, N. Hoblyk //Proceedings of the International School-Seminar "Continued Fraction, their General-ization and Application". Uzhhorod National University, 2002. – P. 16 – 18. 20. Скоробогатько В.Я. Теория ветвящихся цепных дробей и ее применение в вычислительной математике / В.Я. Скоробогатько – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 312 с. 21. Гоблик В.В. Особенности излучения модулированных импедансных структур / В.В. Гоблик, Н.В. Мужик, И.В. Ничай // Матер. IV -й Междунар. научно-практ. конф. "Динамика научных исследований – 2005", 20–30 июня, Днепрпетровск, Украина, 2005. – С.48–52. 22.Владимиров В.С. Уравнения математической физики / В.С. Владимиров – М.: Наука, 1981. – 512 с. 23. Левитан Б.М. Почти- периодические функции и дифференциальные уравнения/ Б.М. Левитан, В.В. Жиков – М.: Изд-во МГУ, 1978. – 204 с. 24. Мандельштам Л.И. Лекции по теории колебаний/ Л.И. Мандельштам – М.: Наука, 1972. – 470 с.