

ЕНЕРГЕТИЧНІ ПІДХОДИ В КЕРУВАННІ НЕЛІНІЙНИМИ СИСТЕМАМИ (НА ПРИКЛАДІ СИНХРОННОЇ МАШИНИ З ПОСТІЙНИМИ МАГНІТАМИ)

© Щур І.З., Білецький Ю.О., 2012

Розглянуто енергетичні підходи до синтезу систем керування, зокрема: пасивне керування, використання демпфування та формування взаємозв'язків, а також особливості використання лагранжіану, гамільтоніану і функції накопичення до опису об'єктів та синтезу систем керування. Показано процедуру синтезу системи керування на основі поєднання різних енергетичних підходів. Синтезовано систему енергоформуючого векторного керування синхронною машиною з постійними магнітами та подано результати її порівняльних досліджень з системою підпорядкованого керування.

Ключові слова: енергетичні підходи, нелінійні системи, пасивне керування, демпфування, взаємозв'язки, гамільтоніан, синхронна машина з постійними магнітами.

We present the energy approaches for control system design, in particular: passivity-based control, damping injection and interconnection assignment, features of Lagrangian, Hamiltonian and storage function in system description and controller design. Procedure of control system design based on energy approaches combination is shown. Energy-shaping vector controller of permanent magnet synchronous motor is synthesized and results of it compare researches with system of slave control are presented.

Key words: energy approaches, nonlinear systems, passivity-based control, damping, interconnection, Hamiltonian, permanent magnet synchronous motor.

Постановка проблеми

Останнім часом системи електроприводів (ЕП) характеризуються щораз більшою складністю як структур систем ЕП, так і самих методів керування. Це виявляється у істотному зростанні нелінійності, що, своєю чергою, призводить до значних труднощів синтезу систем керування. Відомо багато різних підходів до синтезу нелінійних систем. Однак всі ці методи характеризуються доволі високою складністю, що потребує певних навичок під час їх використання для синтезу системи керування і подальшого її налагодження. Вони є складними з математичного погляду і незрозумілими з фізичного. Цих істотних недоліків позбавлені енергетичні підходи.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Енергетичні підходи є одними з нових перспективних підходів під час роботи з нелінійними системами. Поняття енергії широко використовується для опису динамічних систем як перетворювачів енергії. Будь-яку складну електромеханічну систему, як керовану частину, так і систему керування, можна розкласти на простіші підсистеми, що певним чином зв'язані між собою. Тоді синтез системи керування полягає у знаходженні такої сукупності взаємозв'язаних підсистем (визначення додаткової сукупності рівнянь для цих взаємозв'язків), щоб енергетична функція цілої системи набула потрібного вигляду [1].

Переважно, енергетичні підходи базуються на пасивному керуванні, що описується виразом

$$H[x(t)] - H[x(0)] = \int_0^t \mathbf{u}^T(s) \mathbf{y}(s) ds - q(t), \quad (1)$$

накопичена енергія
енергія що надійшла
втрати

де $H[\mathbf{x}(t)]$ – функція повної енергії системи; $\mathbf{x} \in R^n$ – вектор стану; $\mathbf{u} \in R^m$ і $\mathbf{y} \in R^m$ – вектори вхідних та вихідних енергетичних змінних відповідно; $d(t)$ – втрати енергії.

Загалом пасивне керування полягає у забезпеченні системою керування пасивності усієї системи з метою, щоб система працювала у бажаній точці рівноваги, адже саме пасивність забезпечує загасання коливань у системі та її усталену роботу у вибраній точці [1]. Точка рівноваги задається за допомогою енергоформування:

$$H_d(\mathbf{x}) = H(\mathbf{x}) + H_a(\mathbf{x}), \quad (2)$$

де $H_d(\mathbf{x})$ і $H_a(\mathbf{x})$ – відповідно бажана функція повної енергії цілої системи та функція повної енергії системи керування.

Отже, бажана точка рівноваги визначається бажаною функцією енергії цілої системи $H_d(\mathbf{x})$.

Пасивне керування характеризується зрозумілістю процедури синтезу з фізичного погляду, а також високим ступенем робастності. Під час синтезу системи пасивного керування враховують практичні обмеження, зокрема неможливість вимірювання певних координат [2].

Синтез системи пасивного керування можна полегшити, використавши інші відомі енергетичні підходи, а саме: введенням взаємозв'язків та демпфування [1].

Оскільки взаємозв'язки відображають перетоки енергії між підсистемами, то введення додаткових взаємозв'язків здійснюється з метою зміни цих перетоків, що, своєю чергою, приводить до виникнення нових сил, які рухатимуть систему до заданої точки рівноваги:

$$\mathbf{J}_d(\mathbf{x}) = \mathbf{J}(\mathbf{x}) + \mathbf{J}_a(\mathbf{x}) = -\mathbf{J}_d^T(\mathbf{x}), \quad (3)$$

де $\mathbf{J}(\mathbf{x}) = -\mathbf{J}^T(\mathbf{x})$ – косиметрична матриця, що відображає взаємозв'язки у системі; $\mathbf{J}_d(\mathbf{x})$ і $\mathbf{J}_a(\mathbf{x})$ – відповідно бажані та додатково введені взаємозв'язки.

Введення демпфування здійснюється з метою природного перерозподілу енергії, що приводить до загасання коливань у системі та забезпечує її асимптотичну стійкість [1]. Бажане демпфування досягається за рахунок поєднання власного демпфування керованого об'єкта та демпфування системою керування

$$\mathbf{R}_d(\mathbf{x}) = \mathbf{R}(\mathbf{x}) + \mathbf{R}_a(\mathbf{x}) = \mathbf{R}_d^T(\mathbf{x}) \geq 0, \quad (4)$$

де $\mathbf{R}(\mathbf{x}) = \mathbf{R}^T(\mathbf{x}) \geq 0$ – симетрична додатна матриця, що відображає втрати в системі; $\mathbf{R}_d(\mathbf{x})$ і $\mathbf{R}_a(\mathbf{x})$ – відповідно бажане демпфування та демпфування, що забезпечується системою керування.

Важливе значення в енергетичних підходах має поняття функції накопичення, що відображає сукупність енергії, яка накопичена всередині системи за певний проміжок часу. Вона є квадратичною функцією змінних стану системи. Змінні стану вибираються відповідно до нагромаджувачів енергії, присутніх у системі, і відображають її динаміку [1]. Поняття накопиченої енергії не обмежується лише фізичними енергіями. Будь-яку дійсну ненегативну функцію, що визначається за допомогою змінних стану, можна розглядати як певну абстрактну енергію.

Під час синтезу слід враховувати і фізичну структуру об'єкта керування, що, своєю чергою, значно полегшує процедуру синтезу системи керування, а саме: спрощує рівняння у часткових похідних, до яких зводиться ця процедура. З цією метою пасивне керування поєднують ще з одним із енергетичних підходів, а саме описом системи за принципом Ейлера-Лагранжа [2]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} + \frac{\partial R}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{F}, \quad (5)$$

де L – лагранжیان; \mathbf{q} – вектор стану (узагальнені координати); R – функція що відображає втрати (функція Релея); \mathbf{F} – вектор вхідних змінних (узагальнені сили).

Підхід з використанням лагранжіану обтяжений тим, що лагранжیان дорівнює різниці кінетичної та потенціальної енергій – $L(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}) = T(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}) - V(\mathbf{q})$. Крім того, синтезована система потребує так-званого «усередненого аналізу» [2].

Інший підхід, що охоплює значно ширший клас систем, а також дає змогу спростити і зробити прозорішим аналіз системи на стійкість, полягає у розгляді системи як Гамільтонової з керованими входами/виходами [3], яка описується матричною системою рівнянь стану

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = [\mathbf{J}(\mathbf{x}) - \mathbf{R}(\mathbf{x})] \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{G}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{G}^T(\mathbf{x}) \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} \end{cases}, \quad (6)$$

де $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ – матриця портів.

Використання цих підходів до опису систем значно полегшує їх аналіз на стійкість, оскільки лагранжіан/гамільтоніан можна обрати як функцію Ляпунова, що значно спрощує процедуру аналізу.

Отже, процедура синтезу системи енергоформуючого керування розпочинається з того, що модель керованої системи, записану алгебраїчними та диференціальними рівняннями у формі Коші, які характеризують різні елементи системи, зв'язані між собою, зводиться до форми опису з певною структурою енергетичних компонент. Взаємозв'язок цієї структури з навколишнім середовищем визначається відповідними змінними, наприклад: для електричних систем це є напруги та струми, для механічних – сили та швидкості.

Поєднання енергетичних підходів дає змогу досягнути чіткої фізичної інтерпретації, і, як наслідок, – легкого синтезу системи керування.

Ціль статті

Показати процедуру синтезу системи керування на основі енергетичних підходів і, відповідно до неї, синтезувати систему векторного керування синхронною машиною з постійними магнітами (СМПМ). Порівняти роботу синтезованої системи керування і лінеаризованої системи підпорядкованого керування.

Виклад основного матеріалу

У будь-якій пасивній розімкненій системі за відсутності зовнішніх збурень енергія є незростаючою $H[\mathbf{x}(t)] \leq H[\mathbf{x}(0)]$ і за наявності втрат зменшуватиметься до певного мінімального значення у точці рівноваги. Метою ж керування є робота у бажаній точці рівноваги \mathbf{x}_0 . Тоді модель бажаної асимптотично стійкої замкненої Гамільтонової системи повинна описуватися таким матричним рівнянням [3]:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = [\mathbf{J}_d(\mathbf{x}) - \mathbf{R}_d(\mathbf{x})] \frac{\partial H_d}{\partial \mathbf{x}}. \quad (7)$$

де $H_d(\mathbf{x})$ – бажана функція повної енергії, що має мінімум у точці \mathbf{x}_0 .

Знаючи структуру об'єкта керування, легко знайти $\mathbf{J}(\mathbf{x})$, $\mathbf{R}(\mathbf{x})$, $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ та $H(\mathbf{x})$. Тоді, задавшись необхідною точкою рівноваги \mathbf{x}_0 і використавши принципи енергоформування (2), взаємозв'язків (3) та демпфування (4), можемо знайти параметри системи керування $\mathbf{J}_a(\mathbf{x})$, $\mathbf{R}_a(\mathbf{x})$ та $H_a(\mathbf{x})$, що відповідатимуть наведеній нижче умові [4], яка приводить замкнену систему керування до вигляду (7):

$$[\mathbf{J}_d(\mathbf{x}) - \mathbf{R}_d(\mathbf{x})] \frac{\partial H_d}{\partial \mathbf{x}} = [\mathbf{J}_a(\mathbf{x}) - \mathbf{R}_a(\mathbf{x})] \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{G}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{b}(\mathbf{x}), \quad (8)$$

де $\mathbf{b}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}(\mathbf{x})$ – вектор вхідних енергетичних змінних, який формується введенням зворотного зв'язку.

За цією методикою синтезуємо систему керування СМПМ.

Модель СМПМ в обертових координатах d - q , що зв'язані з ротором, має вигляд [5]

$$\begin{cases} L_d \frac{di_d}{dt} = -R_s i_d + p\omega L_q i_q + u_d \\ L_q \frac{di_q}{dt} = -R_s i_q - p\omega L_d i_d - p\omega \Phi + u_q \\ J_m \frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{2} p [(L_d - L_q) i_d i_q + \Phi i_q] - M_L \end{cases}, \quad (9)$$

де L_d і L_q – індуктивності обмотки статора по осях відповідно d і q ; R_s – фазний опір; p – кількість пар полюсів; ω – кутова швидкість; Φ – магнітний потік полюса постійних магнітів ротора; J_m – момент інерції; M_L – момент статичного навантаження.

Вибираємо вектори стану, вхідних і вихідних координат, у вигляді [4]

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d i_d \\ L_q i_q \\ J_m \omega \end{bmatrix} = \mathbf{D} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ \omega \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ -M_L \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ \omega \end{bmatrix}, \quad (10)$$

де $\mathbf{D} = \text{diag}[L_d \quad L_q \quad J_m]$ – діагональна матриця інерційностей системи.

Враховуючи обраний вектор стану \mathbf{x} , гамільтоніан системи набуває вигляду

$$H(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{x} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{L_d} x_1^2 + \frac{1}{L_q} x_2^2 + \frac{1}{J_m} x_3^2 \right). \quad (11)$$

Похідна ж гамільтоніана

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Тоді матриці математичної моделі у формі Гамільтонової системи з керованими входами/виходами (6) матимуть вигляд

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & px_2 \\ 0 & 0 & -p(x_1 + \Phi) \\ -px_2 & p(x_1 + \Phi) & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

а бажана точка рівноваги

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \\ x_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d i_{d0} \\ L_q i_{q0} \\ J_m \omega_0 \end{bmatrix} = \mathbf{D} \begin{bmatrix} i_{d0} \\ i_{q0} \\ \omega_0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

де i_{d0} – сигнал завдання за струмом по осі d , що формується відповідно до закону керування;

$i_{q0} = \frac{M_L}{\frac{3}{2} p [(L_d - L_q) i_{d0} + \Phi]}$ – сигнал завдання за струмом по осі q , що відповідає моментові

статичного навантаження та i_{d0} ; ω_0 – сигнал завдання на кутову швидкість.

Енергетична функція замкненої системи буде

$$H_d(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)^T \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0). \quad (15)$$

Задамося виглядом матриць $\mathbf{J}_a(\mathbf{x})$ та $\mathbf{R}_a(\mathbf{x})$, врахувавши усі можливі варіанти:

$$\mathbf{J}_a(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & -J_{12} & -J_{13} \\ J_{12} & 0 & -J_{23} \\ J_{13} & J_{23} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_a(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

де J_{12} , J_{13} , J_{23} – шукані елементи матриці взаємозв'язків системи керування, що відповідають за її структуру; r_1 , r_2 та r_3 – демпфуючі коефіцієнти, що відображають електричне та механічне демпфування системи керування.

Відповідно до [6], для цієї системи синтезуємо систему керування за допомогою коефіцієнта r_3 , де коефіцієнти J_{12} , r_1 і r_2 не використовуватимуться і вибираються нульовими, та систему керування за допомогою усіх можливих коефіцієнтів (система керування на основі тільки електричного демпфування розглядалася у [7]).

Підставивши (10)–(16), а також (3) і (4) у рівняння (8), одержимо

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} -(R_s + r_1) & -J_{12} & pL_q i_q - J_{13} \\ J_{12} & -(R_s + r_2) & -p(L_d i_d + \Phi) - J_{23} \\ -pL_q i_q + J_{13} & p(L_d i_d + \Phi) + J_{23} & -r_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_{d0} \\ -i_{q0} \\ -\omega_0 \end{bmatrix} = \\ & = - \begin{bmatrix} -r_1 & -J_{12} & -J_{13} \\ J_{12} & -r_2 & -J_{23} \\ J_{13} & J_{23} & -r_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ -M_L \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

Припустимо, що електромагнітний момент, який створює машина, буде

$$M_{em} = M_L - r_3(\omega - \omega_0). \quad (18)$$

Підставивши в третє рівняння (17) вираз електромагнітного моменту $M_{em} = p[(L_d - L_q)i_d i_q + \Phi i_q]$ [5], з врахуванням (18) знайдемо J_{13} і J_{23} :

$$J_{13} = pL_d i_{q0}, \quad J_{23} = pL_q i_{d0}. \quad (19)$$

Підставивши отримані вирази J_{13} і J_{23} (19) у (16) та припустивши що $J_{12} = k$, одержимо таку матрицю взаємозв'язків системи керування:

$$\mathbf{J}_a(x) = \begin{bmatrix} 0 & -k & -pL_d i_{q0} \\ k & 0 & pL_q i_{d0} \\ pL_d i_{q0} & -pL_q i_{d0} & 0 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

де k – коригуючий коефіцієнт, що відображає компенсацію перехресних зв'язків.

І, нарешті, підставивши знайдені J_{12} , J_{13} і J_{23} у перші два рівняння (17), одержуємо математичний опис системи керування (регулятора), що має вигляд

$$\begin{cases} u_d = -r_1(i_d - i_{d0}) - k(i_q - i_{q0}) + R_s i_{d0} - pL_d i_{q0}(\omega - \omega_0) - pL_q i_q \omega_0 \\ u_q = -r_2(i_q - i_{q0}) + k(i_d - i_{d0}) + R_s i_{q0} + pL_q i_{d0}(\omega - \omega_0) + p(\Phi + L_d i_d)\omega_0 \\ M_{em} = M_L - r_3(\omega - \omega_0) \end{cases} \quad (21)$$

Враховуючи новизну системи керування (21), доцільно провести комплексне порівняльне дослідження роботи синтезованої системи керування (з різними налаштуваннями) з лінеаризованою системою підпорядкованого керування (СПР) в обертовій системі координат.

Дослідження проведемо за допомогою Matlab/Simulink для СМПМ з такими параметрами: $R_s = 0,25$ Ом, $\Phi = 0,4$ Вб, $J_m = 4$ кг·м², $p = 8$ при розміщенні магнітів всередині ротора ($L_d = 1,5$ мГн, $L_q = 2,5$ мГн). Номінальні параметри СМПМ: $n_n = 500$ об/хв, $M_n = 500$ Н·м. Керування здійснюється транзисторним інвертором з синусоїдальною ШІМ за сигналами багатоточкового давача положення ротора відповідно до стратегії керування – “максимальний момент на одиницю струму” [8].

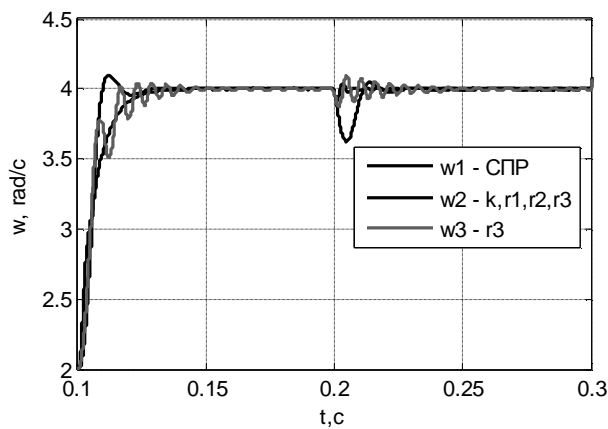
У синтезованій на основі енергетичних підходів системі було реалізовано класичний естиматор статичного моменту навантаження [3], а також було вирішено завдання щодо обмеження проєкцій струмів по осях d і q .

СПР, з якою порівнювалась синтезована система керування, реалізована на основі двох ПІ-регуляторів струму – по осі d і по осі q , а також ПІ-регулятора швидкості. Характерною особливістю цієї системи керування є наявність блока компенсації перехресних зв'язків, що лінеаризує об'єкт (feedback linearization) і значно підвищує якість керування. Компенсація здійснюється формуванням коректуючих впливів при керуванні складовими напруги живлення машини по осях d і q [5].

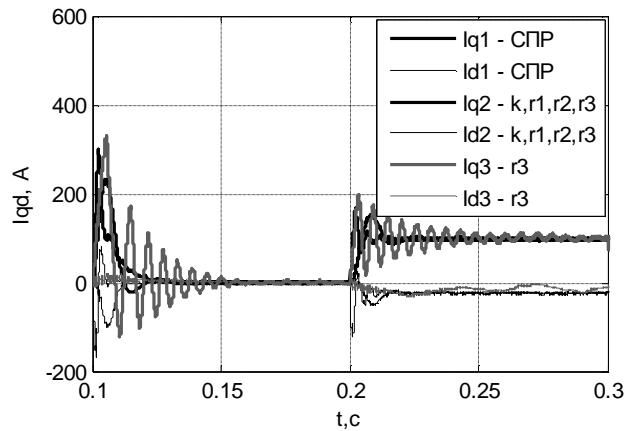
На рисунку наведено результати порівняльних досліджень з такими оптимальними налаштуваннями систем керування:

- для СПР (індекс 1) коефіцієнти підсилення та сталі інтегрування ПІ-регуляторів швидкості і струму по осях d і q – $K_{PII} = 8,33$, $T_{PII} = 1302$, $K_{PCq} = 2,21$, $K_{PCd} = 3,69$, $T_{PCq} = T_{PCd} = 369$;

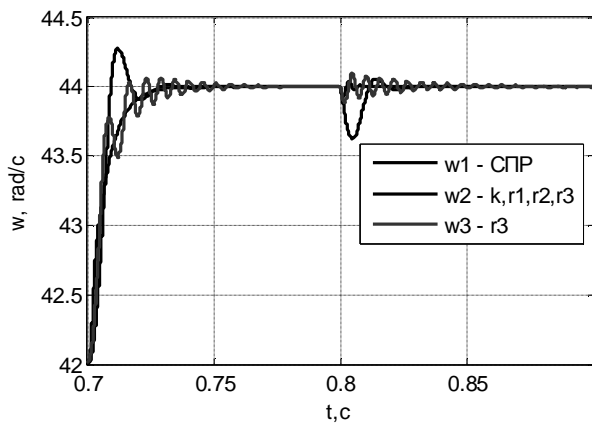
- для системи керування, синтезованої на основі енергетичних підходів з усіма можливими коефіцієнтами (індекс 2), $k = -2,5$, $r_1 = 55$, $r_2 = 0,3$ та $r_3 = 10500$;
- для системи керування, синтезованої на основі енергетичних підходів з тільки механічним демпфування (індекс 3), $r_3 = 10500$.



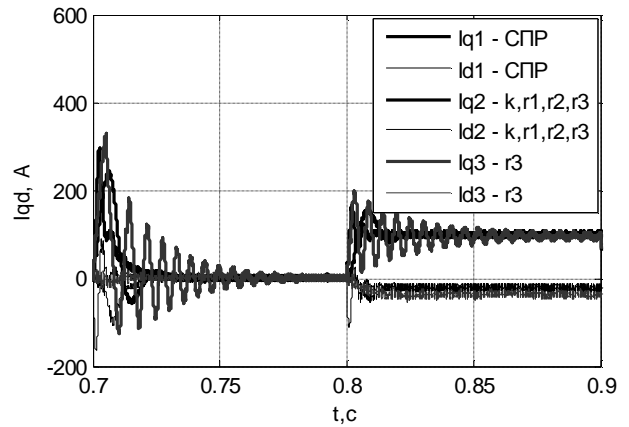
а



б



в



г

Порівняння СПР (1) і систем керування, синтезованих на основі енергетичних підходів (2,3), на малих (а, б) і високих (в,г) швидкостях відповідно: а і в – кутової швидкості $\omega(t)$; б і г – проєкції струму в обертових координатах $i_d(t)$, $i_q(t)$

З метою ілюстрації лінійності замкнених систем проводяться їх дослідження на різних швидкостях. Спочатку вони працюють без навантаження ($M_L = 0$). При проведенні досліджень на малих швидкостях у початковий момент часу система працює на швидкості $\omega = 2$ рад/с, а на великих – $\omega = 42$ рад/с. Для обох випадків на початку роботи відбувається зміна завдання на 2 рад/с: до $\omega_0 = 4$ рад/с на малих (рисунок, а) і до $\omega_0 = 44$ рад/с на великих (рисунок, в), а при проходженні часу $t = 0,1$ с відбувається накидання навантаження до $M_L = 500$ Н·м.

Висновки. Енергетичні підходи полягають у створенні бажаної енергетичної функції системи на основі пасивного керування. Основними перевагами систем керування, синтезованих на основі енергетичних підходів, є простота процедури синтезу і аналізу на стійкість, високий ступінь зрозумілості та легкість у налаштуванні.

Результати досліджень комп'ютерних моделей показали наступне. Система керування на основі енергетичних підходів забезпечує більшу лінійність, ніж СПР з feedback linearization. Завдяки наявності механічного демпфування (r_3) досягається висока швидкість системи, а також значно краща реакція системи на зміну навантаження порівняно з СПР. Коливання, що виникають

при введенні механічного демпфування, істотно зменшуються введенням електричного демпфування (r_1 , r_2) та компенсацією перехресних зв'язків корегуючим коефіцієнтом k . Найкращою є спільна дія цих коефіцієнтів, що дає змогу значно покращити регулювання струмів по осі d і по осі q (рисунок, б, з).

Для нелінійних об'єктів керування, складніших ніж розглянута СМПМ з лінійною магнітною системою, синтез системи керування на основі енергетичних підходів матиме істотну перевагу над іншими методами завдяки своїй фізичній інтерпретації.

1. Ortega R., van der Schaft A., Mareels I., Maschke B. Putting energy back in control // *IEEE Contr. Syst. Mag.*, 2001. – Vol. 21. – No. 2. – P. 18–33. 2. Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Application / R.Ortega, A.Loria, P.J.Nicklasson, H.Sira-Ramirez – London: Springer, 1998. – 543 p. 3. Petrovic V., Ortega R., Stankovic A. Interconnection and damping assignment approach to control of PM synchronous motors // *IEEE Contr. Syst. Tech.*, 2001. – Vol. 9. – No. 6. – P. 811–820. 4. Zou. Z., Yu H., Tang Y. Maximum output power of PMSM based on energy-shaping and PWM control principle // *IEEE Intr. Conf. on Aut. and Log.* – Qingdao University, Sep., 2008. – 5 p. 5. Bose B.K. *Modern Power Electronics and AC Drives.* – Prentice-Hall: N.J., 2002. – 711 p. 6. Білецький Ю.О. Структури системи енергоформулюючого керування синхронною машиною з постійними магнітами як Гамільтоновою системою // *Зб. Мат. конф. Електромеханічні та енергетичні системи, методи моделювання та оптимізації.* – Кременчук: КрНУ, 2012. – С. 104–105. 7. Щур І.З., Білецький Ю.О. Застосування принципів пасивного керування до синхронної машини з постійними магнітами як Гамільтонової системи з керованими входами/виходами // *Електротехнічні та комп'ютерні системи. Тем. випуск: Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика.* – К.: Техніка, 2011. – С. 77–79. 8. Monajemi R., Krishnan R. Comparison of torque control strategies based on the constant power loss control system for PMSM // *Control in Power Electronics. Selected Problems.* – Academic Press, 2002. – P. 225–250.