УДК 621.825.5

В.М. Гелетій
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра деталей машин

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ДЕМПФУЮЧОЇ ЗДАТНОСТІ ЕЛЕКТРОПРИВОДУ КРАНА

© Гелетій В.М., 2012

Розглянуто комп’ютерне моделювання динамічних процесів довговимірних металоконструкцій з гнучкими елементами з врахуванням демпфуючої здатності електроприводу. Наведено метод визначення параметрів демпфування дискретних моделей таких систем на прикладі баштових кранів. Описано методику оцінки ефективності демпфуючої здатності електроприводу на різні форми коливань крана.

The long-sized metal constructions with flexible filaments and computer simulation of its static and dynamical processes are considered. The paper concerns the static and dynamical sensitivity analysis this systems and calculation-experimental determination of loads metal constructions. In this work the method of determination of damping parameters of discrete mechanical systems has been presented. The described method is effective in determining of parameters and position of dampers.

Постановка проблеми та аналіз відомих досліджень і публікацій. Асинхронний електродвигун завдяки конструктивній простоті є наймасовішим двигуном у електроприводі баштових кранів. Детальний аналіз перехідних електромагнітних процесів в асинхронному електродвигуні призводить до складних нелінійних систем диференціальних рівнянь. Розв'язання цих рівнянь за пуско-перехідних режимів роботи електродвигуна можливе лише числовими методами за допомогою комп’ютерних програмних продуктів. Крім того, додаткові труднощі виникають через те, що окремі числові значення параметрів такої математичної моделі часто відсутні у довідковій літературі і необхідні додаткові дослідження з їх визначення.

У зв'язку з цим у практиці інженерних розрахунків існує багато спрощених представлень характеристики привідного електродвигуна. Широке розповсюдження отримало подання характеристики асинхронного електродвигуна лінійною ділянкою статичної механічної характеристики:

$$M = \beta(\omega_0 - \omega), \qquad (1)$$

де $\beta = 2M_к/(\omega_0 S_к)$; $\omega_0 = 2\pi f_i/p_n$ – синхронна кутова швидкість електродвигуна; f_1 – частота мережі; p – кількість пар полюсів; $M_к$ – критичний момент; $S_к$ – критичне ковзання.

Лінійна залежність моменту електродвигуна M від кутової швидкості ω аналогічна до введення у систему в'язкого тертя і коефіцієнта β може характеризувати демпфуючу дію електроприводу. Однак характеристика не враховує електромагнітних перехідних процесів в асинхронному електродвигуні, що здебільшого може призвести до істотних похибок якісного і кількісного характеру. Тому для багатьох задач аналізу і синтезу систем електроприводу як динамічної характеристики асинхронного електродвигуна використовується лінійна диференціальна залежність, яка враховує вплив електромагнітної інерції [2, 6, 7]:

$$T_E \frac{dM}{dt} + M = \beta(\omega_0 - \omega), \qquad (2)$$

де $T_E = 1/(\omega_{ОЕП} \cdot S_к)$ – електромагнітна стала часу; $\omega_{ОЕП} = 2\pi f_1$. Праві частини рівнянь (1) і (2) однакові. Границі доцільного використання залежності (2) обмежуються значеннями моменту $0{,}8M_к < M < 0{,}8M_к$. Вираз є цілком загальним для описання привідного електродвигуна.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Аналогічні характеристики мають електродвигуни постійного струму з паралельним і незалежним збудженням, а також синхронні електродвигуни. У [3] аналогічна залежність описує динамічну характеристику гідромотора. Зрозуміло, що в усіх цих випадках існують свої відмінні вирази для коефіцієнтів T_e і β.

Отже, для дослідження демпфуючого впливу електроприводу баштового крана прийнята лінійна диференціальна характеристика асинхронного електродвигуна. Лінійність характеристики (2) дає змогу для визначення параметрів демпфування крана обмежитись аналізом алгебраїчного характеристичного рівняння електромеханічної системи.

Основний матеріал. В основу розрахунку дисипативних параметрів баштового крана з електроприводом покладена, розроблена автором [3], динамічна дискретна модель крана з дев'ятьма ступенями свободи, доповнена механічною характеристикою асинхронного електродвигуна.

Рівняння руху такої електромеханічної системи можна подати у вигляді

$$\begin{cases} A\ddot{Y}+B\dot{Y}+CY=F(M_\partial,t), \\ T_E\dot{M}_\partial+M=\beta U_p^2(\omega_0/U_p-\dot{Y}_9), \end{cases} \tag{3}$$

де $Y=(y_1,y_2,\ldots,y_9)^t$ – вектор-стовпчик узагальнених переміщень; A, B, C – матриці інерційних коефіцієнтів, коефіцієнтів в'язкого опору і квазіпружних коефіцієнтів; F – вектор-стовпчик узагальнених сил; M_∂ – момент електродвигуна, приведений до барабана лебідки; u_p – передавальне число редуктора. Значення коефіцієнтів T_e, β, ω те саме, що і в виразі (2).

Вектор-стовпчик узагальнених сил можна подати у вигляді

$$F(M_\partial,t)=M_\partial\cdot L+F'(t), \tag{4}$$

де L – вектор-стовбець, що складається із дев'яти елементів, $L=(0,0,\ldots,0,1)^t$.

З урахуванням (4) рівняння руху (3) можна перетворити до такого вигляду:

$$\begin{cases} A\ddot{Y}+B\dot{Y}+CY-M_\partial L=F'(t), \\ T_E\dot{M}_\partial+M_\partial=\beta U_p^2(\omega_0/U_p-\dot{Y}_9). \end{cases} \tag{5}$$

Введемо нові змінні Z, пов'язані з вихідними залежністю:

$$Z=\begin{pmatrix} \dot{Y} \\ Y \\ M_\partial \end{pmatrix} \tag{6}$$

або у розгорнутому вигляді $Z=(\dot{y}_1,\dot{y}_2,\ldots,\dot{y}_9,y_1,y_2,\ldots,y_9,M_\partial)^t$.

За допомогою перетворень (6) систему диференціальних рівнянь (5) можна привести до нормальної форми:

$$\dot{Z}=D\cdot Z+P. \tag{7}$$

Матрицю D розмірності 19×19 і вектор-стовпчик P можна подати у блочному вигляді:

$$D=\begin{bmatrix} -A^{-1}\cdot B & 0 & -A^{-1}C & A^{-1}L \\ E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\dfrac{\beta U_p}{T_E} & 0 & \dfrac{1}{T_E} \end{bmatrix}, \qquad P=\begin{bmatrix} A^{-1}\cdot F'(t) \\ 0 \\ \dfrac{\beta U_p}{T_e}\cdot\omega_0 \end{bmatrix} \tag{8}$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Для визначення ступеня впливу електромагнітних перехідних процесів електродвигуна на його демпфуючу дію можна паралельно з розв'язком задачі (5) дослідити електромеханічну систему за статичної характеристики електродвигуна (1).

У цьому випадку рівняння руху системи матимуть такий вигляд:

$$\begin{cases} A\ddot{Y}+B\acute{Y}+CY=F(M_\partial,t), \\ M_\partial=\beta U_p^2(\omega_0/U_p-Y_9). \end{cases} \tag{9}$$

Використовуючи (3), отримаємо:

$$A\ddot{Y}+B\acute{Y}+CY-\beta u^2_p(\omega_0/u_p-\acute{y}_9)\cdot L=F'(t). \tag{10}$$

Перетворимо ці рівняння стосовно перших похідних за допомогою нових змінних, пов'язаних з вихідними залежністю:

$$Z' = \begin{pmatrix} \acute{Y} \\ Y \end{pmatrix} \tag{11}$$

В результаті отримаємо

$$\dot{Z}'= D\dot{Z}+P. \tag{12}$$

Матрицю D розмірності 18×18 і вектор-стовпчик P можна подати у блочному вигляді:

$$D=\begin{bmatrix} -A^{-1}(B+\beta U_p^2 L) & -A^{-1}C \\ E & 0 \end{bmatrix}, \qquad P=\begin{bmatrix} A^{-1}\left[F'(t)+\beta U_p \omega_0 L\right] \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{13}$$

Диференціальні рівняння (7) і (12) можна розв'язати відомими числовими методами за допомогою комп'ютерних програм і отримати при цьому усі необхідні динамічні характеристики. Однак, враховуючи лінійність рівнянь (7) і (12), коефіцієнти демпфування і частоти власних коливань раціональніше визначити як корені характеристичного визначника відповідної однорідної системи:

$$det(D-\lambda E)=O. \tag{14}$$

Такий підхід до розв'язку цієї задачі значно ефективніший від безпосереднього числового розв'язку рівнянь (7) і (12), що потребує ще й додаткової обробки отриманих результатів для визначення коефіцієнтів демпфування і власних частот коливань.

Для розв'язування задачі (14) використаний алгоритм, що ґрунтується на попередньому визначенні коефіцієнтів характеристичного полінома і подальшому розв'язанні алгебраїчного рівняння.

Розроблена комп'ютерна програма забезпечує визначення коефіцієнтів матриць *A, B, C* і коефіцієнтів β, рівнянь (5) і (9), формування матриці *D* і її масштабування, виділення із попарно-спряжених комплексних коренів частот власних коливань і коефіцієнтів демпфування і виведення їх у порядку зростання частот. Для визначення коефіцієнтів демпфування крана, що визначаються тільки демпфуючою дією електроприводу, прийнято *B*=0.

Щоб проаналізувати вплив параметрів електроприводу механізму піднімання баштового крана на його демпфуючу здатність, розрахунки проводились для електромеханічних систем з лінеаризованими динамічною і статичною характеристиками електродвигуна. Як характеристики демпфування використовувались коефіцієнти демпфування ε_i, що відповідають частотам власних коливань ω_i системи, а також пов'язані з цими параметрами логарифмічний декремент коливань $\delta_i=2\pi\varepsilon_i/\omega_{oi}$ і відносний коефіцієнт демпфування $\beta_i=\varepsilon_i/\omega_{oi}$.

На основі одержаних результатів можна зробити висновок, що для цих параметрів електроприводу його демпфуюча дія на механічні коливання крана незначна.

Переважаючу демпфуючу дію електропривід створює на складову коливань з другою частотою, яка порівняно з іншими сладовими в найбільшому ступені визначає динамічні навантаження в елементах крана.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Врахування електромагнітних перехідних процесів за цих параметрів приводу незначно збільшує його демпфуючу здатність. При цьому в електромеханічній системі виникає додаткова, дуже демпфована коливальна або аперіодична складова, пов'язана з електромагнітною інерцією електродвигуна.

Істотний інтерес являє визначення максимальних можливостей демпфування електроприводом коливань баштового крана і відповідних оптимальних параметрів приводу.

Для цієї мети був виконаний числовий експеримент і побудовані узагальнені залежності характеристик демпфування крана від параметрів приводу.

Як змінні параметри прийняті електромеханічна $T_м$ і $T_е$ електромагнітна сталі часу і параметр $\gamma=I_\Sigma/I_1$, де відповідно I_Σ *і* I_1 – загальний момент інерції приводу механізму підйому і момент інерції ротора двигуна, $T_м=I_\Sigma/(\beta U_p^2)$.

На рис. 1 показані графіки залежностей логарифмічного декремента коливань δ, що відповідають першій і другій частотам власних коливань, від параметрів приводу за статичної характеристики двигуна ($T_е=0$). Залежність δ від величини відносної механічної сталої часу $T_м\omega$ за різних значень γ показана на рис. 1, а і б. Максимальне значення δ досягає за $T_м\omega=1$.

На рис. 1, в показано узагальнену залежність $\delta_{max}=f(\gamma)$. Для значень γ, близьких до максимальних, для механізмів підйому баштових кранів $\delta_{max}=0{,}2\ldots0{,}3$. Вплив зміни маси вантажу може бути оцінений за рис. 1, г.

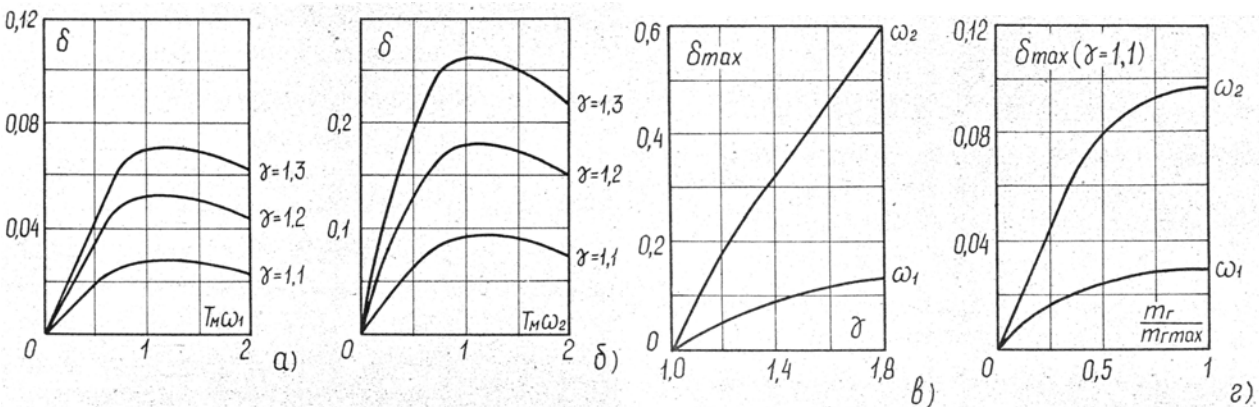

Рис. 1. Залежності логарифмічного декремента δ за статичної характеристики двигуна ($T_е=0$)

Вплив параметрів приводу на його демпфуючу дію за $T_е\neq0$ – показано на рис. 2. Як параметр, що якнайповніше визначає електромеханічні коливальні властивості приводу, згідно з [7] може бути використана безрозмірна величина $\nu=T_м\cdot T_е\cdot\omega^2$.

Залежність δ від $T_м\omega$ за різних ν для другої власної частоти коливань крана показана на рис. 2, а. Врахування електромагнітної інерції приводу істотно змінює залежність $\delta=f(T_м\omega_2)$, і за значень ν, близьких до 1, у кілька разів збільшує демпфуючу дію приводу. У [7] це явище пояснюється збільшенням електромеханічного зв'язку, що приводить до інтенсивного відведення енергії механічних коливань в електричний ланцюг.

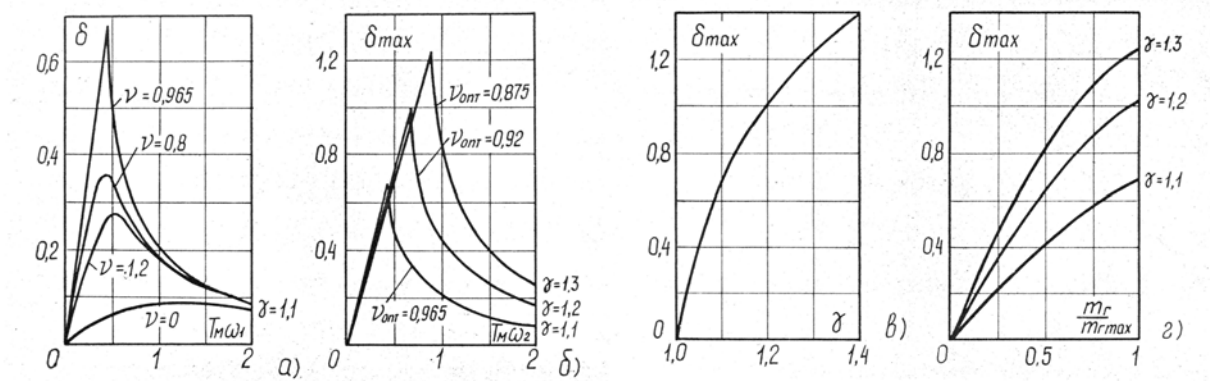

Рис. 2. Залежності логарифмічного декремента δ, за динамічної характеристики двигуна ($T_е\neq0$)

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

За значень $T_м$ і $T_е$, що відповідають максимальному демпфуванню, частота $\omega_е$ електромеханічних коливань виявляється дуже близькою до відповідної частоти власних коливань крана. За значень $\gamma<1{,}2$, характерних для механізмів підйому кранів, величина ω_3 може бути приблизно визначена як для абсолютно жорсткого приводу:

$$\omega_e = \sqrt{\frac{1}{T_e T_м} - \frac{1}{4T_e^2}}\,. \qquad (15)$$

Характер зміни $\delta_{мах}$ за різних γ показаний на рис. 5.2, б. Узагальнену залежність $\delta_{мах}=f(\gamma)$ показано на рис. 2, в. Вплив зміни маси вантажу на величину $\delta_{мах}$ показаний на рис. 2, г.

Висновки. Розроблено математичну модель для дослідження демпфуючого впливу електроприводу баштового крана з застосуванням лінійної диференціальної характеристики асинхронного електродвигуна, яка дає змогу для визначення параметрів демпфування крана обмежитись аналізом алгебраїчного характеристичного рівняння електромеханічної системи.

Проведений аналіз дає можливість оцінити демпфуючу дію електроприводу і можливості його збільшення відповідним вибором параметрів.

1. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Наука, 1967. – 444 с. 2. Вейц В.Л., Качура Н.Е. К динамике машинного агрегата с асинхронним електроприводом // Машиноведение,1990. – № 5. – С.3–9. 3. Вейц В.Л. Динамика машинних агрегатов. – Л.: Машиностроение, 1969. – 368 с. 4. Гелетій В.М. Комп'ютерне моделювання і визначення фактичних навантажень довгомірних металоконструкцій з гнучкими елементами / Вісник НУ "Львівська політехніка" "Динаміка, міцність та проектування машин і приладів". – 2008. – № 614. – С. 112–115. 5. Загорулько А.В. Чисельні методи у механіці: навч. посіб. – Суми: Вид-во СумДУ, 2008. – 186 с. 6. Иванченко Ф.К., Красношапка В.А. Прикладные задачи динамики машин. – К.: Вища шк., 1983. – 200 с. 7. Чиликин М.Г., Ключев В.И., Сандлер А.С. Теория автоматизированого електропровода. – М.: Енергия, 1979. – 615 с.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua