

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ОТРИМАННЯ ВИПУКЛО-УВІГНУТИХ ЗУБЦІВ ЦИЛІНДРИЧНИХ КОЛІС МЕТОДАМИ ОБКАТУ ТА РАДІАЛЬНО-КОЛОВОГО ФОРМОУТВОРЕННЯ

© Литвиняк Я.М., 2012

Відображені результати моделювання синусоїдного зачеплення для циліндричних зубчастих передач, зубчасті колеса у яких отримані методом обкату за допомогою косозубої рейки та способом радіально-колового формоутворення дисковою фрезою за неперервного ділення.

The results of design of the sinewave type hooking are represented. Hooking is got for the cylinder gearings. Toothed these transmissions got the method of rolled. A slanting toothed rail is utilized with the sinewave type of indents. For comparison the radial and circled cutting of indents is utilized by a milling cutter at a continuous division.

Постановка проблеми. Сучасні вироби машинобудування повинні відповідати високим вимогам щодо надійності, матеріаломісткості, енергосилових та акустичних характеристик, які безпосередньо відображаються на приводі як важливій складовій частині більшості машин, що в багатьох випадках включає зубчасті передачі. У зубчастих передачах потрібну міцність, а також зниження шуму, вібраційних, динамічних явищ прагнуть досягти застосуванням вартісних марок конструкційних матеріалів, підвищенням точності виготовлення та збирання зубчастих передач, покращанням якості поверхні зубців коліс, що для найпоширеніших евольвентних передач супроводжується не тільки істотними виробничими витратами, але здебільшого не дає результатів, які сподіваються отримати. З іншого боку, ведуться доволі успішні дослідження щодо застосування у зубчастих передачах коліс з неевольвентним зачепленням, яке повинно забезпечити не тільки підвищення навантажувальної здатності передач, але й зниження рівня шуму, створюваного ними. До таких передач належать синусоїдні передачі, очікувані характеристики яких певною мірою перевищують характеристики евольвентних передач [1]. Однак основна перешкода у практичному застосуванні синусоїдних передач та у фактичному оцінюванні їх реальних властивостей, як до речі і багатьох інших неевольвентних передач, полягає у технологічній складності формоутворення зубців коліс. Аналіз способів нарізання зубців дав змогу виокремити новий процес радіально-колового зубонарізання, який полягає у застосуванні дискового інструмента, якому надають періодичного, кінематично узгодженого радіального переміщення до осі заготовки зубчастого колеса, що безперервно обертається [2–4]. Цей процес дає змогу отримати зубці неевольвентного, синусоподібного профілю, який, однак, відмінний від згаданого синусоїдного профілю. Отже, розроблення нових видів зубчастого зачеплення, що передбачає дослідження кінематичних аспектів, як роботи зубчастої пари безпосередньо в передачі, так і процесу нарізання зубців, належить до актуальних наукових завдань, а отримані результати є потрібними для практичного застосування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Зубчасті колеса передачі з синусоїдним зачепленням нарізають за методом обкату, що гарантує отримання зубців із огинаючими профілями. Ці передачі належать до перспективних і можуть претендувати на застосування у багатьох механізмах, у яких зараз використовують евольвентні зубчасті передачі, з метою покращання їх експлуатаційних показників: масогабаритних характеристик, навантажувальної здатності, зниження рівня шуму тощо [1]. Однак математичні моделі, які описують синусоїдний профіль зубців циліндричного колеса, показники зачеплення та особливості його отримання або не встановлені, або потребують детальнішого опрацювання. Останнім часом виконуються доволі інтенсивні дослідження нового процесу нарізання

зубців на циліндричних колесах, який отримав назву радіально-колового зубонарізання. Цей процес має низку технологічних переваг стосовно традиційних методів зубонарізання, таких, як обкат чи копіювання. Процес радіально-колового зубонарізання полягає у застосуванні зубофрезерного верстата, який забезпечує безперервне обертання заготовки зубчастого колеса, стосовно якої дисковий інструмент, який встановлений з ексцентриситетом на шпindelній оправці верстата, здійснює кінематично узгоджений рух прорізування міжзубцевих западин з одночасним наданням зубцям синусоподібного профілю [2–4]. Профіль синусоїдних зубців, отримуваних традиційним методом обкату, відмінний від профілю синусоподібних зубців. Однак перспективність процесу радіально-колового формоутворення спонукає до його моделювання з врахуванням параметрів робочої частини дискового інструмента та відповідних технологічних чинників для визначення кількісних показників такої відмінності профілів зубців та напрямків її зменшення. Усе це в комплексі дасть можливість аргументовано застосовувати на практиці згаданий процес зубонарізання, що має достатньо вагомий технологічний потенціал.

Формулювання мети досліджень. Розроблення математичних моделей процесів кінематичного формоутворення зубців циліндричних коліс синусоїдного та синусоподібного профілів та основних параметрів зачеплення.

Викладення основного матеріалу досліджень. Профіль синусоїдних зубців циліндричного зубчастого колеса. Нарізання циліндричних коліс із зубцями синусоїдного профілю доцільно здійснити черв'ячною фрезею за методом обкату. Профільовання зубців синусоїдного зачеплення та інструмента для їх нарізання здійснюється відповідно до вихідного синусоїдного контуру, який належить до симетричних випукло-увігнутих контурів. Утворення спряжених зубців циліндричних коліс синусоїдного профілю методом обкату можна здійснити поверхнями зубців косозубої інструментальної рейки (кут нахилу зубців – β), в нормальний перетин якої закладений вихідний синусоїдний контур, що характеризується нормальним модулем – m_n (рис. 1). Вихідний синусоїдний контур утворений у системі координат $S(x_{rk}, y_{rk}, z_{rk})$, яка знаходиться на лінії зубця косозубої інструментальної рейки у площині нормального перетину (вісь OX збігається з початковою (ділильною) прямою в нормальній площині). Для геометричного окреслення синусоїдного профілю зубця вихідного контуру prf використовуємо частково принцип утворення циклоїдних кривих, згідно з яким синусоїдна крива утворюється точкою $M(x_{rk}, y_{rk}, 0)$ твірного кола kl , радіус якого дорівнює r_{rk} , що котиться вздовж напрямної прямої з проковзуванням. Якщо повернути твірне коло kl на кут θ_{rk} без проковзування вздовж напрямної прямої, точка M опише циклоїду. Після повороту твірного кола kl на цей самий кут із проковзуванням вздовж осі OX , яке дорівнює $(r_{rk} \cdot \sin \theta_{rk})$, точка M належатиме синусоїді prf . Центр твірного кола kl знаходиться на початковій (ділильній) прямій вихідного синусоїдного контуру. Використовуючи щодо напрямної прямої параметричні рівняння циклоїди ($x_{ckl} = r_{rk} \cdot (\theta_{rk} - \sin \theta_{rk})$ та $y_{ckl} = r_{rk} \cdot (1 - \cos \theta_{rk})$), а також враховуючи згадану величину проковзування, отримаємо в системі координат S такі параметричні рівняння синусоїдного вихідного контуру:

$$\begin{aligned} x_{rk} &= f_X(\theta_{rk}); & f_X(\theta_{rk}) &= r_{rk} \cdot k_{rk} \cdot \theta_{rk}; \\ y_{rk} &= f_Y(\theta_{rk}); & f_Y(\theta_{rk}) &= -r_{rk} \cdot \cos \theta_{rk}, \end{aligned} \quad (1)$$

де r_{rk} – радіус твірного кола kl ; θ_{rk} – параметр, який тотожний центральному куту повороту твірного кола kl , вихідна точка якого викреслює вихідний синусоїдний контур інструментальної рейки; k_{rk} – коефіцієнт форми вихідного синусоїдного контуру; rk – індекс, який вказує на належність певного показника вихідному контуру інструментальної косозубої рейки.

Враховуючи, що в точці A_{rk} на початковій прямій кути α_{rk} та θ_{rk} відповідно рівні – $\alpha_{rk}(A_{rk}) = \alpha_0$, $\theta_{rk}(A_{rk}) = \frac{\pi}{2}$, та використовуючи залежність для визначення тангенса кута α_{rk} між дотичною до вихідного синусоїдного контуру та віссю OY – $\text{tg } \alpha_{rk} = \frac{d x_{rk}}{d y_{rk}} = \frac{k_{rk}}{\sin \theta_{rk}}$, можемо встановити величину коефіцієнта форми k_{rk} за таким виразом:

$$k_{rk} = \text{tg}(\alpha_0), \quad (2)$$

де α_0 – кут зачеплення на початковій прямій для вихідного профілю зубця рейки.

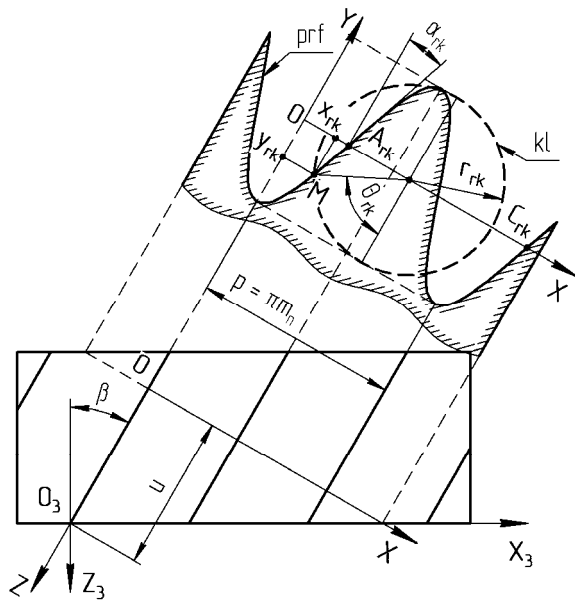


Рис. 1. Вихідний синусоїдний контур косозубої рейки

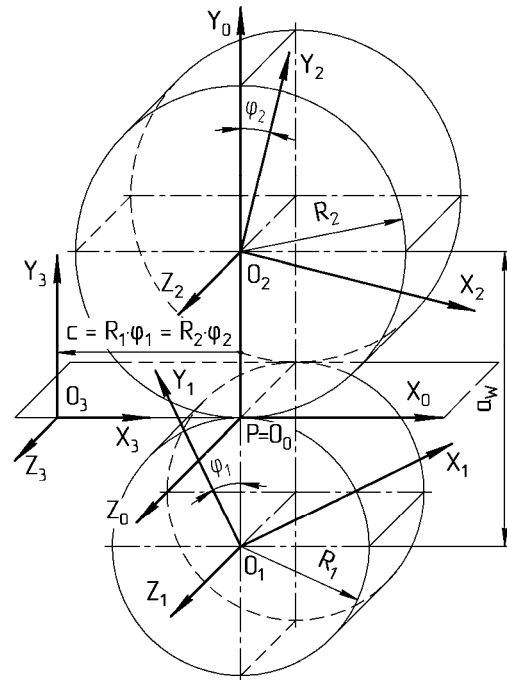


Рис. 2. Системи координат зубчастих коліс та рейки у процесі формоутворення зубців методом обкату

Визначаючи на початковій прямій вихідного синусоїдного контуру віддаль між точками A_{rk} та C_{rk} , що дорівнює половині нормального кроку для параметрів $\theta_{rk}(A_{rk}) = \frac{\pi}{2}$ та $\theta_{rk}(C_{rk}) = \frac{3\pi}{2}$, отримаємо залежність для розрахунку різниці координат: $x_{rk}(A_{rk}) - x_{rk}(C_{rk}) = \pi \cdot k_{rk} \cdot r_{rk} = \frac{1}{2} \pi \cdot m_n$. Тоді радіус r_{rk} твірного кола kl можемо встановити за виразом, що враховує нормальний модуль m_n та коефіцієнт форми k_{rk} вихідного контуру:

$$r_{rk} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_n}{k_{rk}}. \quad (3)$$

Кут профілю α_0 на початковій (ділильній) прямій вихідного синусоїдного контуру доцільно вибирати з врахуванням умови отримання задніх кутів на різальних зубцях, наприклад, черв'ячної фрези, яку використовують для нарізання синусоїдних циліндричних коліс. Крім того, для порівняння характеристик синусоїдного та евольвентного зачеплень можна прийняти кут зачеплення таким, що дорівнює стандартному. Тоді отримаємо: $\alpha_0 = 20^\circ$, $k_0 = 0,36397023$, $r_0 = 1,737387 m_n$.

Враховуючи те, що формоутворення зубців колеса методом обкату здійснюється під час обертання колеса в площині, перпендикулярній до його осі, доцільно визначити у торцевому перетині синусоїдний профіль зубців косозубої інструментальної рейки, який тоді може бути описаний в системі координат $S_3(x_{3rk}, y_{3rk}, z_{3rk})$ за допомогою таких параметричних виразів:

$$x_{3rk} = \cos \beta \cdot f_X(\theta_{rk}) + u_{rk} \cdot \sin \beta; \quad y_{3rk} = f_Y(\theta_{rk}); \quad z_{3rk} = \sin \beta \cdot f_X(\theta_{rk}) - u_{rk} \cdot \cos \beta, \quad (4)$$

де x_{3rk} , y_{3rk} , z_{3rk} – координати точки торцевого профілю косозубої інструментальної рейки; β – кут нахилу лінії зубця косозубої інструментальної рейки; u_{rk} – віддаль від торця косозубої рейки (початок системи координат S_3) до початку системи координат S .

Торцевий профіль інструментальної косозубої рейки у системі координат S_3 визначаємо згідно з умовою – $z_{3rk} = 0$. Тоді з третього виразу системи (4) знаходимо $u_{rk} = \operatorname{tg} \beta_{rk} \cdot f_X(\theta_{rk})$, а з решти виразів системи (4) – координати торцевого профілю інструментальної косозубої рейки:

$$x_{3rkT} = \frac{f_X(\theta_{rk})}{\cos \beta_{rk}} ; \quad y_{3rkT} = f_Y(\theta_{rk}) ; \quad z_{3rkT} = 0 , \quad (5)$$

де T – літера індексу, що вказує на належність координат торцевому профілю інструментальної косозубої рейки.

Метод обкату забезпечує отримання спряжених профілів зубців циліндричного колеса та інструментальної косозубої рейки під час перекочування початкової площини інструментальної косозубої рейки по початковому циліндру зубчастого колеса. Використовуючи метод Гофмана Х.І. [5], можна отримати параметричні рівняння, які описують торцевий синусоїдний профіль зубців циліндричного колеса, що спряжений із синусоїдним торцевим профілем косозубої інструментальної рейки. Спряжений торцевий профіль зубчастого колеса встановлюємо шляхом визначення координат контактних точок, які виникають у зачепленні інструментальної рейки із зубчастим колесом. Точка профілю зуба інструментальної рейки належить до контактних, якщо проведена у ній нормаль пройде через полюс зачеплення. Для цього потрібно забезпечити узгоджене поступальне прямолінійне переміщення інструментальної рейки вздовж початкової прямої з відповідним поворотом циліндричного колеса. Сукупність контактних точок у нерухомій системі координат $S_0(x_{0rk}, y_{0rk}, z_{0rk})$ утворює лінію зачеплення, а в рухомій системі координат $S_2(x_{2rk}, y_{2rk}, z_{2rk})$ чи $S_1(x_{1rk}, y_{1rk}, z_{1rk})$ – профіль зубців колеса, що спряжений із зубцями інструментальної косозубої рейки. Система координат S_2 чи S_1 пов'язана з відповідним зубчастим колесом, яке рівномірно обертається (рис. 2).

Координати контактної точки встановлюються згідно з рівнянням:

$$\frac{d}{d\theta_{rk}}(y_{3rkT}(\theta_{rk})) \cdot \frac{\partial x_{3rkT}}{\partial \varphi_2} - \frac{d}{d\theta_{rk}}(x_{3rkT}(\theta_{rk})) \cdot \frac{\partial y_{3rkT}}{\partial \varphi_2} = 0 . \quad (6)$$

Похідні $\frac{d}{d\theta_{rk}}(x_{3rkT}(\theta_{rk}))$ та $\frac{d}{d\theta_{rk}}(y_{3rkT}(\theta_{rk}))$ визначаємо з виразів (5), а часткові похідні $\frac{\partial x_{3rkT}}{\partial \varphi_2}$ та $\frac{\partial y_{3rkT}}{\partial \varphi_2}$ отримаємо з параметричних рівнянь переходу від системи координат S_2 до системи координат S_3 .

Параметричні рівняння, у яких використовуються координати торцевого профілю зубців зубчастого колеса $(x_{2rk}, y_{2rk}, z_{2rk})$ в системі координат S_3 , що пов'язана з інструментальною рейкою, мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} x_{3rkT} &= \cos \varphi_2 \cdot x_{2rkT} + \sin \varphi_2 \cdot y_{2rkT} + R_2 \cdot \varphi_2 ; \\ y_{3rkT} &= -\sin \varphi_2 \cdot x_{2rkT} + \cos \varphi_2 \cdot y_{2rkT} + R_2 ; \\ z_{3rkT} &= 0 . \end{aligned} \quad (7)$$

Похідні у рівнянні (6) набувають такого вигляду:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\theta_{rk}}(y_{3rkT}(\theta_{rk})) &= f'_Y(\theta_{rk}) ; & \frac{d}{d\theta_{rk}}(x_{3rkT}(\theta_{rk})) &= \frac{1}{\cos \beta_{rk}} \cdot f'_X(\theta_{rk}) \\ \frac{\partial x_{3rkT}}{\partial \varphi_2} &= -\sin \varphi_2 \cdot x_{2rkT} + \cos \varphi_2 \cdot y_{2rkT} + R_2 & \text{або} & \frac{\partial x_{3rkT}}{\partial \varphi_2} = y_{3rkT} ; \\ \frac{\partial y_{3rkT}}{\partial \varphi_2} &= -\cos \varphi_2 \cdot x_{2rkT} - \sin \varphi_2 \cdot y_{2rkT} & \text{або} & \frac{\partial y_{3rkT}}{\partial \varphi_2} = (-x_{3rkT} + R_2 \cdot \varphi_2) , \end{aligned}$$

де (') – позначення похідної.

Використовуючи (6) та враховуючи попередні вирази, матимемо:

$$x_{3rkT} - R_2 \cdot \varphi_{2knt} = -\frac{f'_Y(\theta_{rk})}{f'_X(\theta_{rk})} \cdot f_Y(\theta_{rk}) \cdot \cos \beta \quad \text{або} \quad x_{3rkT} - R_2 \cdot \varphi_{2knt} = \frac{r_{rk}}{2 \cdot k_{rk}} \cdot \sin 2\theta_{rk} \cdot \cos \beta \quad (8)$$

де $f'_X(\theta_{rk}) = r_{rk} \cdot k_{rk}$; $f'_Y(\theta_{rk}) = r_{rk} \cdot \sin \theta_{rk}$; knt – індекс, який вказує на те, що відповідний параметр стосується контактної точки.

Залежність (8) та перший вираз системи (5) застосовуємо для визначення центрального кута φ_{2knt} повороту зубчастого колеса у системі координат S_2 , що забезпечує отримання контактної точки на профілі зубця колеса у зачепленні з інструментальною рейкою для відповідного значення параметра θ_{rk} :

$$\varphi_{2knt} = \frac{r_{rk}}{R_2} \cdot \left(\frac{k_{rk} \cdot \theta_{rk}}{\cos \beta} - \frac{\sin 2\theta_{rk} \cdot \cos \beta}{2 \cdot k_{rk}} \right). \quad (9)$$

Центральний кут повороту заготовки циліндричного зубчастого колеса φ_{2knt} – це змінний за величиною кут, який під час побудови спряженого торцевого профілю зубця колеса узгоджує поворот цього колеса з рівномірним і поступальним переміщенням інструментальної рейки, що загалом забезпечує виконання основної теореми зачеплення (Вілліса) – нормаль в точці контакту зубців рейки та колеса проходить через полюс зачеплення, який знаходиться на початковому колі радіуса R_2 .

Вираз (8) можемо використати для отримання системи параметричних виразів, що описують лінію зачеплення синусоїдного зачеплення у нерухомій системі координат $S_0(x_{0rk}, y_{0rk}, z_{0rk})$. Застосовуючи вирази переходу від системи координат S_3 до S_0 , встановлюємо координати контактної точки у нерухомій системі координат для певного торцевого перетину інструментальної рейки. Це дасть можливість отримати вирази, які описують лінію зачеплення:

$$x_{0rkT} = x_{3rkT} - R_2 \cdot \varphi_{2rknt} ; \quad y_{0rkT} = y_{3rkT} ; \quad z_{0rkT} = 0.$$

З врахуванням (9) та (5) попередні залежності набудуть такого вигляду:

$$x_{0rkT} = \frac{r_{rk}}{2 \cdot k_{rk}} \cdot \sin 2\theta_{rk} \cdot \cos \beta_{rk} ; \quad y_{0rkT} = -r_{rk} \cdot \cos \theta_{rk} ; \quad z_{0rkT} = 0. \quad (10)$$

Параметричний вираз (8), який встановлює координати контактної точки у системі координат S_2 , а також співвідношення між координатами точки профілю зубця інструментальної рейки за переходу від системи координат S_3 до системи координат S_2 , що отримані на основі залежностей (7), дають змогу встановити координати торцевого профілю зубця зубчастого колеса:

$$\begin{aligned} x_{2rkT} &= \cos \varphi_{2knt} \cdot (x_{3rkT} - R_2 \cdot \varphi_{2knt}) + \sin \varphi_{2knt} \cdot (R_2 - y_{3rkT}); \\ y_{2rkT} &= \sin \varphi_{2knt} \cdot (x_{3rkT} - R_2 \cdot \varphi_{2knt}) - \cos \varphi_{2knt} \cdot (R_2 - y_{3rkT}); \\ z_{2rkT} &= 0 \end{aligned}$$

або

$$\begin{aligned} x_{2rkT} &= \cos \varphi_{2knt} \cdot \frac{r_{rk}}{2 \cdot k_{rk}} \cdot \cos \beta \cdot \sin 2\theta_{rk} + \sin \varphi_{2knt} \cdot (R_2 + r_{rk} \cdot \cos \theta_{rk}); \\ y_{2rkT} &= \sin \varphi_{2knt} \cdot \frac{r_{rk}}{2 \cdot k_{rk}} \cdot \cos \beta \cdot \sin 2\theta_{rk} - \cos \varphi_{2knt} \cdot (R_2 + r_{rk} \cdot \cos \theta_{rk}); \\ z_{2rkT} &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

де x_{2rkT} , y_{2rkT} , z_{2rkT} – координати точки синусоїдного торцевого профілю зубця циліндричного колеса.

У полярній системі координат радіус-вектор R_{2rkTP} точки на торцевому синусоїдному профілі зубчастого колеса визначається за виразом

$$R_{2rkTP} = \sqrt{x_{2rkT}^2 + y_{2rkT}^2} = \sqrt{(R_2 + r_{rk} \cdot \cos \theta_{rk})^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{r_{rk}}{k_{rk}} \cdot \sin 2\theta_{rk} \cdot \cos \beta \right)^2}. \quad (12)$$

Своєю чергою, полярний кут φ_{rkTP} повороту радіус-вектора R_{2rkTP} можна встановити із залежності

$$\operatorname{tg} \varphi_{rkTP} = \frac{y_{2rkT}}{x_{2rkT}}.$$

Тоді, використовуючи (11), отримаємо:

$$\varphi_{rkTP} = \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi_{2knt} \cdot r_{rk} \cdot \cos \beta \cdot \sin \theta_{rk} \cdot \cos \theta_{rk} - k_{rk} \cdot (R_2 + r_{rk} \cdot \cos \theta_{rk})}{r_{rk} \cdot \cos \beta \cdot \sin \theta_{rk} \cdot \cos \theta_{rk} + k_{rk} \cdot (R_2 + r_{rk} \cdot \cos \theta_{rk}) \cdot \operatorname{tg} \varphi_{2knt}} \right). \quad (13)$$

Аналіз (9) засвідчує, що $\varphi_{2knt} = f(\theta_{rk})$, отже, вираз (13) також залежить від параметра θ_{rk} . Хоча з практичних міркувань доцільно отримати протилежні співвідношення, тобто встановити залежність параметра θ_{rk} від полярного кута φ_{rkTP} . Для цього запишемо вираз для $\operatorname{tg} \varphi_{rkTP}$ у такому вигляді:

$$\frac{\sin \varphi_{rkTP}}{\cos \varphi_{rkTP}} = \frac{\sin \varphi_{2knt} \cdot \frac{r_{rk}}{2 \cdot k_{rk}} \cdot \cos \beta \cdot \sin 2\theta_{rk} - \cos \varphi_{2knt} \cdot (R_2 + r_{rk} \cdot \cos \theta_{rk})}{\cos \varphi_{2knt} \cdot \frac{r_{rk}}{2 \cdot k_{rk}} \cdot \cos \beta \cdot \sin 2\theta_{rk} + \sin \varphi_{2knt} \cdot (R_2 + r_{rk} \cdot \cos \theta_{rk})}$$

Після певних перетворень отримаємо:

$$\sin(\varphi_{2knt} - \varphi_{rkTP}) \cdot \frac{r_{rk}}{2 \cdot k_{rk}} \cdot \cos \beta \cdot \sin 2\theta_{rk} = \cos(\varphi_{2knt} - \varphi_{rkTP}) \cdot (R_2 + r_{rk} \cdot \cos \theta_{rk});$$

$$\varphi_{2knt} = \varphi_{rkTP} + \operatorname{arctg} \left(\frac{R_2 + r_{rk} \cdot \cos \theta_{rk}}{\frac{r_{rk}}{2 \cdot k_{rk}} \cdot \cos \beta \cdot \sin 2\theta_{rk}} \right).$$

Підставляючи у попередній вираз значення кута φ_{2knt} для контактної точки з виразу (9), отримаємо трансцендентне рівняння для визначення методом простих ітерацій параметра θ_{rk} залежно від певного полярного кута φ_{rkTP} :

$$\theta_{rk} = \frac{\cos \beta}{k_{rk}} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \sin 2\theta_{rk} \cdot \frac{\cos \beta}{k_{rk}} + \frac{R_2}{r_{rk}} \cdot \left(\varphi_{rkTP} + \operatorname{arctg} \left(\frac{R_2 + r_{rk} \cdot \cos \theta_{rk}}{\frac{1}{2} \cdot r_{rk} \cdot \frac{\cos \beta}{k_{rk}} \cdot \sin 2\theta_{rk}} \right) \right) \right]. \quad (14)$$

Отже, на основі (12) та (14) маємо полярне рівняння торцевого профілю синусоїдних зубців колеса, яке є функцією тільки полярного кута φ_{rkTP} , тобто $R_{2rkTP} = R_{2rkTP}(\varphi_{rkTP})$.

Профіль синусоподібних зубців циліндричного зубчастого колеса отриманих радіально-коловим формоутворенням.

Процес нарізання косозубих циліндричних синусоїдних зубчастих коліс способом радіально-колового формоутворення здійснюється на зубофрезерному верстаті за умов безперервного ділення дисковим інструментом (фрезою) при налагодженнях, які аналогічні до налагодження зубофрезерного верстата під час застосування черв'ячних фрез. Дисковий інструмент встановлюється на шпindelній оправці із ексцентриситетом e (рис. 3).

Ексцентриситет e – один з основних показників процесу радіально-колового нарізання зубців коліс, який вибирають за величиною нормального модуля m_n та кута профілю зубця на ділильному колі колеса радіусом R_2 . Для відображення специфіки нарізання зубців синусоподібного профілю далі використовуємо поняття серединного кола, радіус якого дорівнює R_{m2} (серединне коло – коло, що симетричне до синусоподібного профілю зубців колеса). Під час моделювання процесу зубонарізання вважаємо, що формування синусоподібного профілю зубців здійснюється ексцентрично встановленим формуючим колом, радіус якого дорівнює зовнішньому радіусу R дискового інструмента (фрези). Половина ширини різальної робочої поверхні дискового інструмента (фрези) враховується параметром δ , що відображається зміщенням формуючого кола радіусом R вздовж осі дискового інструмента.

Нарізання синусоподібних зубців здійснюється за взаємноузгоджених обертових рухів довкола відповідних осей дискового інструмента та заготовки, якщо кути їх повороту пов'язані співвідношенням $\theta = Z_2 \cdot \varphi_2$ (Z_2 – кількість зубців колеса), а також за гвинтового переміщення дискового інструмента вздовж осі Z_2 на величину $\psi = p_Z \cdot \varphi_2$ (p_Z – гвинтовий параметр, що дорівнює величині осьового переміщення у гвинтовому русі за повороту на один радіан ($p_Z = R_2 / \operatorname{tg} \beta$)).

Схема формоутворення передбачає рух по колу радіусом e системи S_1 , що відображений поворотом її на кут θ , а також враховує поворот самої системи S_1 на кут φ_1 . Крім того, нарізання косозубих коліс із гвинтовими зубцями потребує розташування осі обертання шпindelної оправки

та осі циліндричного колеса з кутом перехрещування осей – γ . Загалом кут γ може бути відмінним від кута нахилу зубців колеса β .

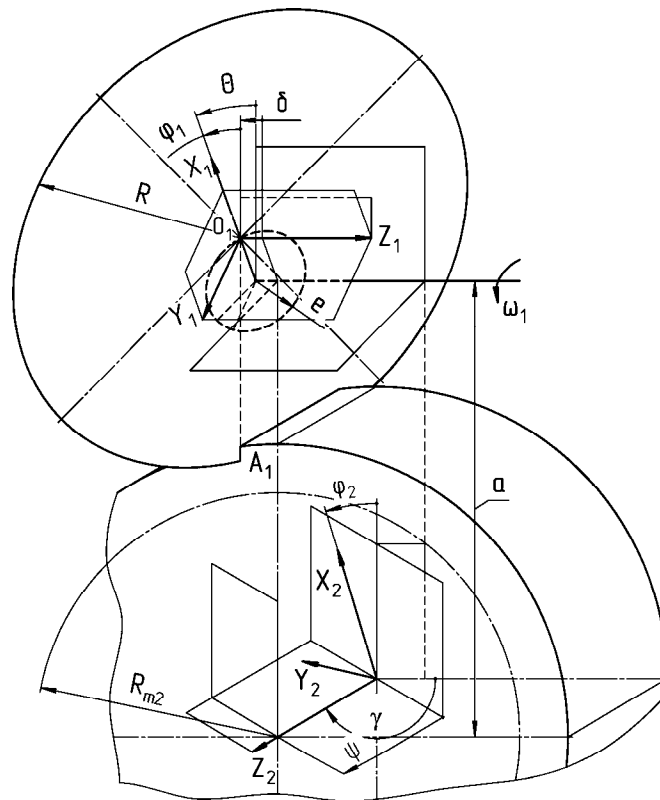


Рис. 3. Схема радіально-колового формоутворення зубців синусоподібного профілю дисковим інструментом

Враховуючи взаємозв'язок між системами координат, а також беручи до уваги параметричні рівняння профілюючого кола дискового інструмента в системі S_1 ($x_1 = R \cdot \cos \varepsilon$; $y_1 = R \cdot \sin \varepsilon$; $z_1 = 0$), отримаємо в системі координат S_2 рівняння тороподібної поверхні, що утворена складним рухом профілюючого кола дискового інструмента радіусом R :

$$\begin{aligned} x_2 &= R \cos \varepsilon \cdot (\cos \varphi_2 \cos \varphi_1 + \cos \gamma \sin \varphi_2 \sin \varphi_1) + R \sin \varepsilon \cdot (-\cos \varphi_2 \sin \varphi_1 + \cos \gamma \sin \varphi_2 \cos \varphi_1) + \\ &+ e \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi_2 + e \cdot \sin \theta \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_2 - \delta \sin \varphi_2 \sin \gamma + a \cdot \cos \varphi_2; \\ y_2 &= R \cos \varepsilon \cdot (-\sin \varphi_2 \cos \varphi_1 + \cos \gamma \cos \varphi_2 \sin \varphi_1) + R \sin \varepsilon \cdot (\sin \varphi_2 \sin \varphi_1 + \cos \gamma \cos \varphi_2 \cos \varphi_1) + \\ &- e \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi_2 + e \cdot \sin \theta \cdot \cos \gamma \cdot \cos \varphi_2 - \delta \cos \varphi_2 \sin \gamma - a \cdot \sin \varphi_2; \\ z_2 &= [R \cdot \sin(\varepsilon + \varphi_1) + e \cdot \sin \theta] \cdot \sin \gamma + \delta \cos \gamma + \psi. \end{aligned}$$

Якщо дисковий інструмент стосовно інструментальної оправки верстата не обертається, тобто здійснює коловий рух разом з інструментальною оправкою, тоді приймаємо, що $\varphi_1 = \theta$. Вважаємо, що профіль синусоподібного зубця кінцево формується точкою A_1 кола R , яка найбільше віддалена від точки O_1 – центра рухомої системи S_1 . Тоді кутова координата точки A_1 на профілюючому колі дорівнює $\varepsilon = \pi - \theta$. Беручи до уваги, що міжосьова віддаль дорівнює $a = R + R_{m2}$, після спрощення попередні вирази набудуть такого вигляду:

$$\begin{aligned} x_2 &= (R_{m2} + e \cdot \cos \theta) \cdot \cos \varphi_2 + (e \cdot \sin \theta \cdot \cos \gamma - \delta \cdot \sin \gamma) \cdot \sin \varphi_2; \\ y_2 &= -(R_{m2} + e \cdot \cos \theta) \cdot \sin \varphi_2 + (e \cdot \sin \theta \cdot \cos \gamma - \delta \cdot \sin \gamma) \cdot \cos \varphi_2; \\ z_2 &= e \cdot \sin \theta \cdot \sin \gamma + \delta \cos \gamma + \psi. \end{aligned} \quad (15)$$

Порівняння синусоїдного та синусоподібних профілів зубців циліндричних коліс. Залежності (11) та (15) дають змогу здійснити візуальне якісне оцінювання відмінностей між синусоїдними та синусоподібними профілями зубців циліндричних коліс під час накладання їх один на одного для спільних показників зубчастого колеса (рис. 4).

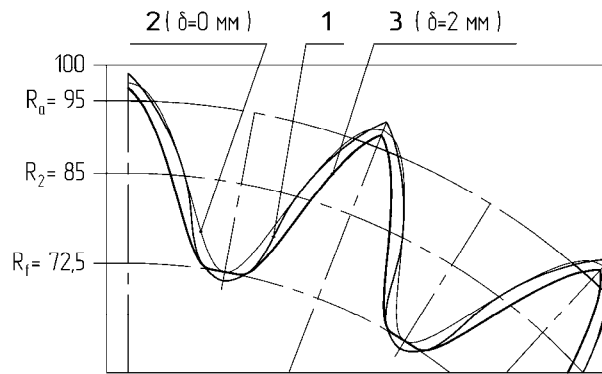


Рис. 4. Профілі зубців прямозубого циліндричного колеса:

1 – синусоїдний профіль, отриманий методом обкату за допомогою інструментальної рейки;
 2, 3 – синусоподібні профілі, отримані дисковим інструментом під час радіально-колового формоутворення
 ($m_n = 10$ мм, $Z_2 = 17$, $e = 12,5$ мм, $\alpha_0 = 20^\circ$, δ – половина ширини робочої частини дискового інструмента)

Синусоїдний профіль 1, який отриманий методом обкату за допомогою зубчастої рейки, майже збігається лише з синусоподібним профілем 2 на ділянці головки зубця колеса за умови, за якої формуюча частина дискового інструмента загострена, тобто $\delta = 0$, що для реальних процесів різання фактично не може бути реалізована внаслідок низької стійкості різальних дискових інструментів. Під час застосування дискових інструментів із формуючою частиною, яка близька до реальної, наприклад, половина робочої ширини дискового інструмента дорівнює $\delta = 2$ мм для модуля колеса $m_n = 10$ мм, спостерігається значне зменшення товщини зубця з синусоподібним профілем 3, що, звісно, значно зменшує характеристики міцності зубців колеса. Однак збільшення величини ексцентриситету e , що спонукає до корегування синусоподібних зубців колеса, дає можливість залишити ширину зубців, що близька до ширини зубців для випадку $\delta = 0$. З іншого боку, доцільно виконати дослідження, у яких встановити розташування нормалей до синусоподібних профілів зубців косозубих коліс та дотримання умов зачеплення.

Висновки. Зубчасті передачі з синусоїдним профілем зубців, отримані методом обкату, характеризуються нижчим рівнем шуму, більшою контактною міцністю та навантажувальною здатністю, вищою довговічністю, що може вплинути на зменшення матеріаломісткості зубчастих передач. Вихідний синусоїдний контур косозубої рейки доцільно описувати за допомогою співвідношень, які використовуються для описання циклоїд шляхом врахування їх трансформації, що забезпечує отримання профілів бажаної форми із необхідним кутом профілю на початковій прямій рейки. Визначене рівняння лінії зачеплення дає змогу обґрунтовано вибрати висоту головки зубця з метою отримання синусоїдної зубчастої передачі з мінімальними шумовими характеристиками. Синусоподібний профіль зубців колеса, отриманий радіально-коловим формоутворенням дисковими інструментами за умови непевного ділення, якісно відмінний від синусоїдного профілю. Досягнення очікуваних експлуатаційних показників синусоїдної передачі можливе за умови здійснення процедури корегування профілю за одночасного оцінювання можливості виконання умов зачеплення.

1. Аникин Ю.В. Синусоїдальне зачеплення. Основи геометро-кінематическої теорії. – Воронеж: Изд-во Воронежского ун-та, 1975. – 61 с. 2. Грицай І.Є. Синусоїдальні зубчасті передачі як альтернатива традиційним передачам та новий метод їх виготовлення / І.Є. Грицай, Я.М. Литвиняк // Вісник НТУ „ХПІ”: зб. наук. пр. – Темат. вип. – Харків: НТУ „ХПІ”, 2009. – № 19: Проблеми механічного приводу. – С. 43–53. 3. Литвиняк Я.М. Підвищення технологічної гнучкості операцій формоутворення зубців циліндричних зубчастих коліс в автоматизованому виробництві / Я.М. Литвиняк, І.Є. Грицай, Є.М. Махоркін: Міжгалуз. Зб. наук. пр. – Львів: Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2008. – Вип. 42: Автоматизація виробничих процесів в машинобудуванні та приладобудуванні. – С. 157–163. 4. Литвиняк Я.М. Розрахунок параметрів дискових інструментів для радіально-колового нарізання зубчастих вінців циліндричних зубчастих коліс / Я.М. Литвиняк // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». – 2011. – № 702: Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. – С. 24–31. 5. Литвин Ф.Л. Теорія зубчастих зачеплень. – М.: Наука, 1968. – 584 с.