

## ОПТИМІЗАЦІЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ПІД ЧАС РОЗРАХУНКІВ ДЕТАЛЕЙ У СЕРЕДОВИЩІ *CAD/CAE AutoCAD-Mechanical*

© Лясковська С.Є., Велика О.Т., 2012

**Розглядаються питання щодо оптимізації геометричних засобів евклідового простору у методі скінченних елементів із залученням комп'ютерних засобів під час розрахунків деталей в середовищі CAD/CAE AutoCAD – Mechanical.**

**The problems of geometric optimization of Euclidean space in finite element method with involvement of computer means in the calculation of details in the environment of CAD/CAE AutoCAD – Mechanical.**

**Постановка проблеми.** Використання методу скінченних елементів під час розв'язування практичних задач передбачає дискретизацію області змінних параметрів, границею якої слугують відрізки прямих чи кривих ліній, відсіки площини чи поверхонь тощо.

Елементи як скінченне число підобластей повністю покривають область параметрів. Трикутники і чотирикутники, а також піраміди і призми належать до тих геометричних фігур, які відповідають зазначеній умові. Така їх властивість зумовлює широке практичне використання у дослідженнях і розрахунках об'єктів, процесів та явищ, розв'язуванні багатьох фізичних задач.

Проектуванню і розробленню конструкторської і технологічної документації на виготовлення машин та механізмів різного призначення передують розрахунок статичної і кінематики як виробу загалом, так і окремих його вузлів та деталей. Можливості автоматизованих розрахунків, проектування і виготовлення елементів виробу забезпечують поширені у практиці конструювання САД-системи. Розрахунок і визначення основних конструктивних і технологічних параметрів виробу (міцність, температура, тиск тощо) проводять у двох напрямках. Якщо геометричні моделі основних поверхонь виробу та його деталей становлять канонічні поверхні (циліндр, конус, куля тощо), то розрахунки здійснюють, використовуючи відомі співвідношення [1]. В інших випадках основою розрахунків є поширений у практиці дослідження і конструювання технічних виробів і машин метод скінченних елементів [2].

**Аналіз останніх досягнень і публікацій.** Зростання енергомісткості сучасних машин і механізмів, підвищення їх питомої потужності вимагає ґрунтовного підходу до процесу конструювання як виробу загалом, так і складових його деталей і вузлів зокрема. Окремі їх елементи мають вирішальний вплив на статичну і динамічну установку загалом [1–3]. Достатньо повний для виготовлення виробу є розрахунок усіх без винятку його складових частин. Проте на практиці їх геометрія часто не збігається з канонічним описом, що становить загалом математичну модель виробу. Тому до розрахунків та досліджень залучають спеціально розроблені методи, з-поміж яких поширення набуває метод скінченних елементів (МСЕ).

**Формулювання мети дослідження.** Основною метою роботи є дослідження ефективності використання у виробництві та навчальному процесі геометричних засобів евклідового простору під час автоматизованих розрахунків на основі САД-систем поділом площин та поверхонь як моделей деталей та виробів на скінченні елементи.

**Викладення основного матеріалу.** Під час проектування конструкцій обладнання, деталей і вузлів виробів насамперед виконують завдання розподілу зусиль, напружень тощо. В одних задачах

для визначення умови порушення заданих зазорів між деталями конструкції необхідно обчислити переміщення тільки в окремих точках системи. В інших задачах головними є умови, коли навантаження і поведінка конструкції залежать від часу. Під час розв'язування конкретної задачі проектування окремої деталі чи виробу, що зводиться до визначення значень величин напружень і переміщень, необхідно задати вихідні рівняння. При врахуванні особливостей геометрії виробу рівняння математичної моделі повинні однозначно відображати вимоги до його конструкції. Після формування моделі обладнання наступним є етап розв'язування складених рівнянь. Для двовимірних і тривимірних об'єктів процеси описуються часто рівняннями з частинними похідними. Наприклад, для поперечного перерізу призматичного стрижня з обмеженою областю  $\Omega$  двовимірного простору цього поперечного перерізу маємо його кусково-гладку границю  $\partial\Omega$  (рис. 1).

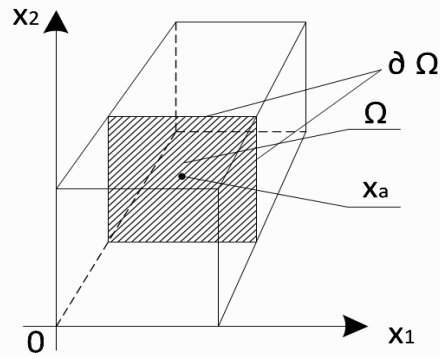


Рис. 1. Поперечний переріз призматичного стрижня з обмеженою областю  $\Omega$  двовимірного простору

Нехай  $x = x(x_1, x_2)$  і знаходиться в області  $\Omega$ . Модуль зсуву матеріалу стрижня позначимо через  $G(x)$ . Тоді задача про кручення призматичного стрижня може бути зведена до знаходження функції напружень:

$$u(x) = u(x_1, x_2).$$

Така функція задовольняє рівняння в частинних похідних:

$$f(x) = -(\partial^2 u / \partial x_A^2 + \partial^2 u / \partial y_A^2), \quad (1)$$

де

$$u = 0 \quad (2)$$

на границі  $\partial\Omega$  цього поперечного перерізу стрижня.

У наведеному рівнянні прийнято  $f(x) = 2G(x)$ . Тоді розв'язок поставленої задачі полягає у знаходженні такої функції  $u(x)$ , яка задовольняє рівняння (1) у кожній точці  $x \in \Omega$  і тотожно дорівнює 0 для всіх значень  $x \in \partial\Omega$  згідно з рівнянням (2). Точні розв'язки подібних до (1) рівнянь існують поодинокі і рідко можна побудувати наближені розв'язки таких рівнянь з невеликою кількістю членів апроксимації. Тому для полегшення розв'язування диференціальних рівнянь з частинними похідними як складовими математичних моделей обладнання використовується комп'ютерна техніка.

Для автоматизованого дослідження деталей чи механізмів за допомогою МСЕ першим кроком є визначення геометричної моделі, а саме: конструктор розробляє математичний опис форми об'єкта, який визначає вихідні дані множиною точок чи ліній (каркасне подання), граней (поверхневе), об'ємів (твердотільне). На практиці використовують лінійні, плоскі (2D) і просторові (3D) геометричні моделі. Наступним кроком є визначення робочої площини, тобто поточної площини простору, у якій реалізуються операції 2D моделювання. Під час розбудови просторової геометричної моделі постає завдання щодо подання 2D фігури у різних координатних площинах. Для робочої площини, як правило, використовують декартову чи полярну систему координат. Геометрична сутність етапу розбиття на скінченні елементи впливає на кінцевий результат, оскільки від розміру і форми скінченного елемента, а саме – від довжини його сторін залежить кінцевий результат обчислень.

З-поміж САD-систем особливого значення набула система *AutoCAD – Mechanical* [5], яку використано для досліджень. Зручний інтерфейс, простота роботи в інтерактивному режимі розрахунків за методом скінченних елементів для двовимірних і тривимірних об'єктів виділяє це програмне середовище з-поміж інших.

У середовищі *AutoCAD – Mechanical* є вбудовані клавіші, які відповідають за подальше визначення сторін скінченного елемента (рис. 2) та задання густини сітки, оскільки густіша сітка (з елементами меншого розміру) дає змогу досягнути вищої точності розрахунків, але одночасно приводить до зростання системи рівнянь. Тому перед вибором функції розбиття в розділі *Mesh (Сітка)* МСЕ конструкторові необхідно визначити оптимальні розміри скінченного елемента, його характеристики. Для побудови сітки потрібна наявність замкненого контуру. При розрахунках використовуються переважно трикутні скінченні елементи. Якщо виходять дуже короткі відрізки біля границь (наприклад, навантаження і опори поряд з кутом полілінії), то в районі середньої точки розрахунок деталізується.

У цьому розділі виділений рядок, в якому задається базова густина сітки. Це значення є середнім значенням сторін трикутника. Значення по замовчуванню залежить від області контуру і вибирається таким, щоб перше обчислення зайняло якомога менше часу. Натискання кнопки “>>>” покаже сітку без виконання розрахунків.

У розділі *Refining (Апроксимація)* (рис. 3) містяться команди модифікації сітки в заданій користувачем моделі розрахункової деталі. При натисканні лівої кнопки, що міститься у цьому розділі, відбувається зміна сітки скінченних елементів в підобласті, яка визначається відповідно до деяких вказаних точок, а при натисканні правої підобласть визначається прямокутником, що задається по двох точках. Розділ *Refining (Апроксимація)* відповідає за вкорочування сторін трикутника. Зазначену процедуру можна виконати автоматично або вручну. Щоб використати автоматичне вкорочування, потрібно вибрати виділений квадратик біля позначення *Autom. (Автом)* (рис. 3).

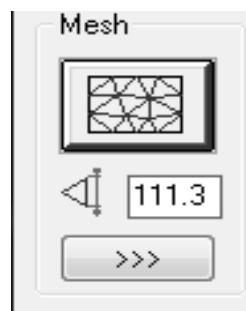


Рис. 2. Клавіші, які відповідають за визначення сторін скінченного елемента у системі *AutoCAD Mechanical*

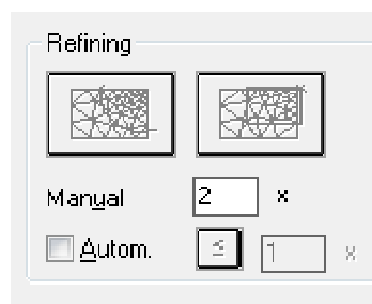


Рис. 3. Розділ *Refining (Апроксимація)* в системі *AutoCAD Mechanical*

Найпростіші з елементів одночасно являють собою симплекси фазового простору. Зокрема, трикутник і тетраедр є симплекси відповідно дво- і тривимірного простору. До числа геометричних фігур, які можна використовувати як елементи, зарахуємо також такі образи площини, як, зокрема, ромб та правильний шестикутник. Використовуючи ромбоподібні скінченні елементи на границі області параметрів, маємо випадки, коли одна зі сторін ромба межує з граничною криволінійною підобластю або збігається з нею. Подібні можливості надають дискретні області із залученням поданих правильними шестикутниками елементів. Елементи областей простору можна одержати різними способами, одним з яких є кінематичний. Рухом елемента у просторі за обраним законом одержуємо геометричну фігуру як скінченний елемент. Рухом плоского елемента вздовж прямої, наприклад, осі системи координат, одержуємо призматичний скінченний елемент, зокрема, похилу чи пряму призму. Якщо розміри елемента під час руху одночасно зменшуються до нуля, одержимо пірамідальний скінченний елемент. Обертанням скінченного елемента навколо прямої осі, одержимо просторовий скінченний елемент у вигляді поверхні обертання, зокрема, конус, циліндр тощо. Геометричне подання сітки, а саме – її густина впливає на збіжність розв'язків. Одну і ту саму геометричну модель можна розбити на скінченні елементи з різним ступенем густини або

використовувати в сітці різні типи скінченних елементів, які відрізняються порядком апроксимації (порядок функції форми). Якщо одержані з використанням різних сіток результати відрізняються незначно, існує збіжність розв'язку. У протилежному випадку можна зробити висновки, що запропонований спосіб розбиття не забезпечує необхідної точності обчислень. Тоді потрібно змінити геометрію скінченного елемента. На рис. 4 показана послідовність впливу обраних геометричних засобів на якість розбиття МСЕ досліджуваного об'єкта.

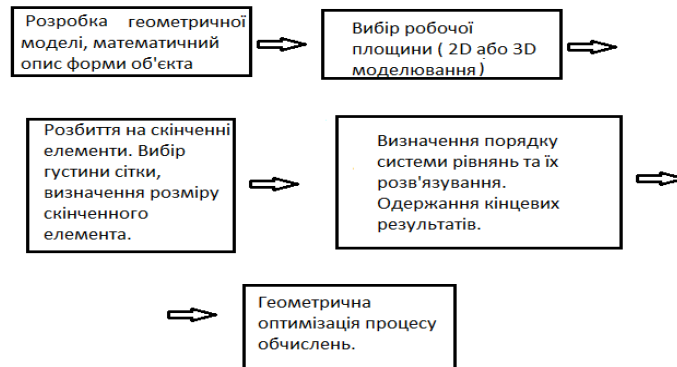


Рис. 4. Послідовність впливу геометричних засобів на розбиття об'єкта засобами МСЕ

Точність розрахунків величин параметрів значною мірою залежить від правильного вибору вигляду і кількості перерізів деталі. Важливо підкреслити, що області, які досліджуються, можуть бути плоскі або просторові. Відповідно їх перерізи являють собою одновимірні або двовимірні фігури. Дискретизацію здійснюють, перерізаючи одну і другу області проєкціонуючими площинами (рис. 5, а) чи поверхнями (рис. 5, б) особливого положення.

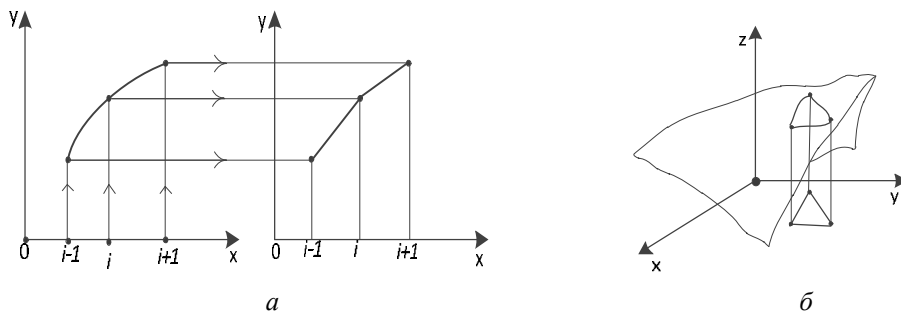


Рис. 5. Перерізи плоских і просторових обводів

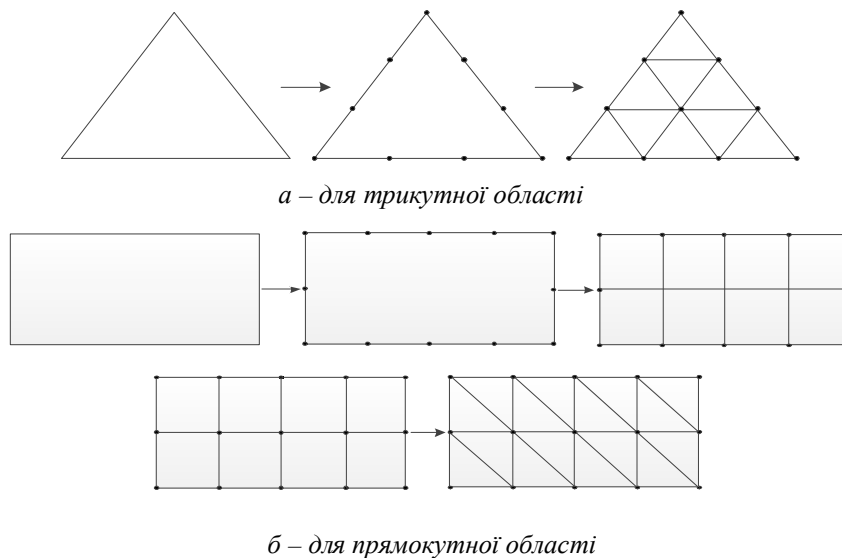


Рис. 6. Порядок розбиття області на елементи

Варто звернути увагу на особливості дискретизації об'єктів: за криволінійних сегментів точність розрахунків підвищується. Усі скінченні елементи у математичних моделях об'єктів являють собою, як правило, прості геометричні фігури, що належать площині чи тривимірному просторові. Удосконалення методу істотно відзначається розвитком геометричних засобів подання окремих елементів [6].

Підкреслимо також важливість подання порядку розбиття області на елементи (рис. 6), що впливає на зручність і простоту реалізації методу.

На рис. 6, а показано етапи розбиття трикутної області, на рис. 6, б – для чотирикутної області. Важливо засвоїти етапи розбиття простих геометричних фігур, оскільки робота над розбиттям складних форм чи поверхонь [6] вимагає використання поданих алгоритмів. Перший етап полягає у визначенні досліджуваного об'єкта, наступним є позначення вузлів на границях, які задаються умовою задачі, далі виконується з'єднання вузлів; на рис. 7, а і рис. 7, б прийняті довільні значення вузлів на сторонах елементів. При розбитті будь-якої двовимірної області спочатку тіло поділяється на чотирикутні і трикутні підобласті або зони, які потім поділяються на трикутники.

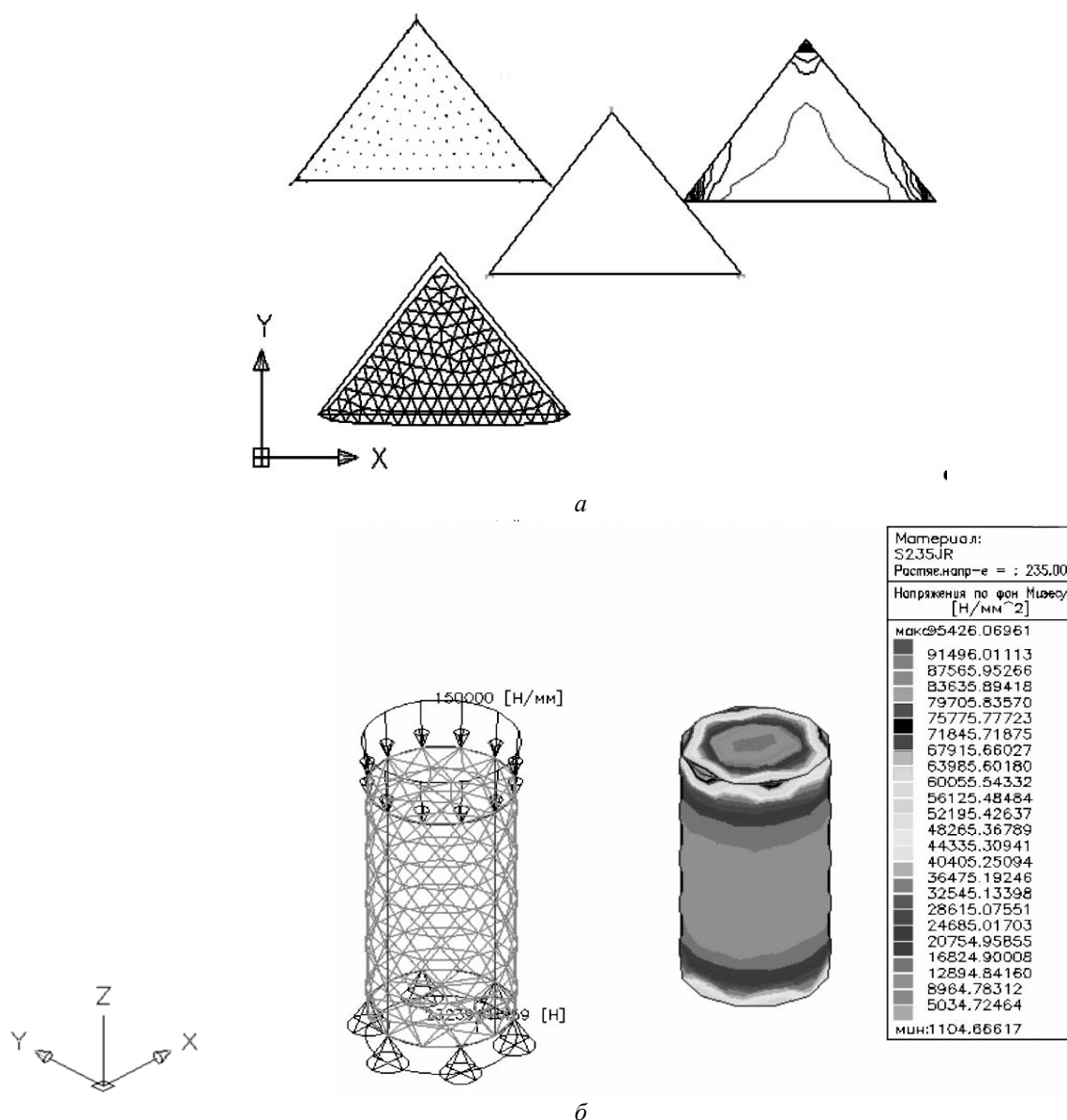


Рис. 7. Режими розрахунків:  
а – двовимірних; б – тривимірних об'єктів системи AutoCAD – Mechanical

На рис. 7 показано режими побудови сітки і розрахунки для двовимірних і тривимірних об'єктів в середовищі *AutoCAD – Mechanical*, зокрема на рис. 7, а зображено розподіл вузлів, кінцевих елементів та розрахованих напружень у трикутній пластині, а на рис. 7, б – відповідно схема навантаження, закріплення та розраховані напруження по об'єму циліндричної деталі.

**Висновки.** Систематизоване і ґрунтовне оволодіння геометричними засобами двовимірного і тривимірного простору являє собою істотний елемент в освоєнні комп'ютерних технологій проектування машин із залученням CAD-систем. Важливим етапом у використанні МСЕ є оптимізація геометричних параметрів та раціональний вибір вигляду скінченних елементів. Базовими під час конструювання скінченних елементів є симплекси дво- і тривимірного простору. Оптимізацію параметрів та розбудову скінченних елементів у площині та у просторі необхідно здійснювати із використанням геометричних засобів формування образів охоплюючого простору. Перспективними є подальші дослідження проведених обчислень і порівняльного аналізу впливу форми скінченних елементів та оптимізації геометричних параметрів на якість розрахунків деталей та механізмів із залученням CAE/CAD-систем.

1. Павлице В.Т., Харченко Є.В., Барвінський А.Ф., Гаринев Ю.Г. *Прикладна механіка: навч. посіб.* / за ред. В. Т. Павлице – Львів: “Інтелект-Захід”, 2004 – 368 с. 2. Сегерлинд Л. *Применение метода конечных элементов.* – М.: Мир, 1979. – 392 с. 3. Кодра Ю.В., Стоцько З.А. *Технологічні машини. Розрахунок і конструювання: навч. посіб.* / за ред. З.А. Стоцька. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2004. – 468 с. 4. Савула Я.Г. *Метод скінченних елементів.* – Львів: НУ ім. Івана Франка, 1993. – 80 с. 5. [www.cad-cae-cat.ru/docs/FEM/Rozin.pdf](http://www.cad-cae-cat.ru/docs/FEM/Rozin.pdf). 6. Хомченко А. Н. *Комбінований алгебро-геометричний метод моделювання базису просторового серендипового скінченного елемента з 20 вузлами* / А.Н. Хомченко, О.І. Литвиненко, І.О. Астіоненко // *Прикладна геометрія та інженерна графіка.* – К: КНУБА, 2010. – Вип. 85. – С. 232–236.

УДК 534.29:66.084

Л.І. Шевчук, І.С. Афтаназів, О.І. Строган, П.П. Волошкевич  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра нарисної геометрії та інженерної графіки

## ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ ВІБРОРЕЗОНАНСНОЇ КАВІТАЦІЙНОЇ ОБРОБКИ РІДИН

© Шевчук Л.І., Афтаназів І.С., Строган О.І., Волошкевич П.П., 2012

Описано спосіб віброрезонансної кавітаційної обробки рідинних субстанцій та прилад для визначення резонансних частот власних коливань наявних в оброблюваних рідинах зародків кавітації. Доведено, що оптимальними є режими, за яких частоти коливань збудувачів кавітації кратні частотам власних коливань зародків кавітації.

The method of vibration of cavitation treatment of substances of liquids and device is described for determination of frequencies of resonances of own vibrations of present in the processed liquids embryos of cavitation. It is proved that optimum are the modes which frequencies of vibrations of cavitation are multiple frequencies of own vibrations of embryos of cavitation at.

**Постановка проблеми.** Наростаючі темпи промислового застосування кавітації як засобу доброго високоенергетичного впливу на оброблювані рідинні субстанції не тільки переконливо підтверджують унікальність її технологічних можливостей, а й широко застосовуються у різноманітних хіміко-технологічних процесах. Тому останнім часом збільшується кількість наукових