

## ПОБУДОВА ПОЛЯ АНОМАЛІЙ СИЛИ ВАГИ ТА ВИСОТ ГЕОЇДА МЕТОДОМ ШВИДКОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР’Є

© Ничвид М.Р., 2008

*Высоты геоида и аномалии в регионе Черного моря вычислены по данным альтиметрических миссий ERS-1, ERS-2, TOPEX/POSEIDON, GFO, ENVISAT, JASON-1 на равномерной сетке 1'×1' быстрым преобразованием Фурье.*

*The geoid heights and the gravity anomaly in the Black sea are computed from altimetry data of ERS-1, ERS-2, TOPEX/POSEIDON, GFO, ENVISAT, JASON-1. The geoid heights and the gravity anomaly in the Black sea are computed at the grid points 1'×1' by FFT method.*

**Постановка проблеми та її зв’язок з науковими завданнями.** За останні два десятиріччя дані супутникової альтиметрії стали ефективним засобом під час розв’язування задачі побудови поля геоїда та аномалій сили ваги в акваторіях морів та океанів. Визначення геоїда в регіоні Чорного і Азовського морів, в локально закритих акваторіях, – є важливою складовою в межах розв’язку задачі побудови регіонального геоїда високої роздільної здатності [3].

**Постановка завдання та його розв’язок.** Для побудови поля аномалій сили ваги та висот геоїда в якості вихідних альтиметричних даних прийнято значення висот поверхні моря CorSSH (Corrected Sea Surface Heights) з шести альтиметричних супутників ERS-1, ERS-2, TOPEX/POSEIDON, GFO, ENVISAT, JASON в регіоні Чорного моря, виправлених в океанографічному центрі AVISO за вплив орбітальних та інструментальних помилок та геофізичних факторів.

Таблиця 1

**Розподіл вихідних даних CorSSH в Чорному морі**

Супутник	Період	Кількість CorSSH для Чорного моря
ERS-1	1992-1996	36 368
ERS-2	1995-2003	163 591
TOPEX/POSEIDON	1992-2005	210 792
GFO	2000-2007	96 863
ENVISAT	2002-2007	84 634
JASON	2002-2007	82 403
	Σ	674 651

**Побудова поля геоїда.** Обчислення висот квазігеоїда  $z$  в першому наближенні Молоденського може ґрунтуватися на інтегралі Стокса

$$z(P) = \frac{R}{4\pi g} \iint_S \Delta g_F S(y) ds, \quad (1)$$

де  $Dg_F$  – аномалії Фая, що являють собою аномалію у вільному повітрі  $Dg$  плюс поправка за рельєф  $G_1$  ( $G_1 = 0$  в акваторіях):

$$\Delta g_F = \Delta g + G_1 \text{ або } \Delta g_F = \Delta g_M + d\Delta g$$

Отже, формулу (1) можна виразити так:

$$z(P) = \frac{R}{4p\bar{g}} \iint_s (\Delta g_M + d\Delta g) S(y) ds = \frac{R}{4p\bar{g}} \iint_s \Delta g_M S(y) ds + \iint_s d\Delta g S(y) ds = z_M + dz \quad (2)$$

У формулі (2):  $R$  – середній радіус Землі;  $\bar{g}$  – середнє значення сили ваги;  $ds$  – елемент сферичної поверхні  $s$ ;  $y$  – сферична відстань від біжучої точки  $P$  до  $ds$ ;  $S(y)$  – функція Стокса.

Отже, висоту квазігеоїда  $z$  в точці  $P(B,L)$  подаємо у такій формі:

$$z(B, L) = dz(B, L) + z_M(B, L), \quad (3)$$

де  $dz(B, L)$  – внесок висот квазігеоїда, що відповідає короткохвильовим особливостям гравітаційного поля, які отримуються на основі інтеграла Стокса, а  $z_M(B, L)$  – внесок висот квазігеоїда, що обчислюється на основі глобальної моделі гравітаційного поля

$$z_M = \frac{GM}{\bar{g}R} \sum_{n=2}^{N^*} \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos mL + \bar{S}_{nm} \sin mL) \bar{P}_{nm}(\sin B), \quad (4)$$

У формулі (4)  $(\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm})$  – повністю нормовані гармонійні коефіцієнти моделі геопотенціалу;  $\bar{P}_{nm}(\cos J)$  – повністю нормовані приєднані функції Лежандра;  $GM$  – добуток гравітаційної сталої на масу Землі;  $R=6371$  км – середній радіус Землі;  $N^*$  – максимальний порядок розкладу в ряд (4).

Щоб обчислити  $Dg_F$  у вузлах інтегрування, достатньо мати аномалії Буге, проінтерполювати аномалії Буге на задані точки інтегрування і відновити за допомогою редукції Буге та моделі топографії аномалії Фая у вузлах інтегрування.

Отже, для обчислення висот квазігеоїда застосовується процедура “видалення-відновлення” [5]. Спочатку обчислюємо в заданих вузлах інтегрування внесок в  $Dg_F$  аномалії сили ваги моделі геопотенціалу

$$Dg_M = \frac{GM}{R^2} \sum_{n=2}^{N^*} \sum_{m=0}^n (n-1) (\bar{C}_{nm} \cos mL + \bar{S}_{nm} \sin mL) \bar{P}_{nm}(\sin B), \quad (5)$$

та виконуємо операцію видалення за формулою

$$dDg = Dg_F - Dg_M. \quad (6)$$

Потім використовуємо залишки  $dDg$  у формулі (6) для знаходження компоненти  $dz(B, L)$  і відновлюємо поле висот квазігеоїда згідно з формулою (3).

Існує ще й інший підхід у побудові поля висот геоїда та аномалій сили ваги. Він сформований на методиці швидкого перетворення Фур’є (FFT). Використовуючи властивості FFT, економиться час за рахунок заміни інтегрування (1) поточкового числового підсумовування. Отже, проблема повільного обчислення пришвидшується і забезпечується однорідне покриття результатів, що є дуже зручним для розв’язку інших задач простим інтерполюванням. Використання спектральної методики рекомендоване для обчислення великих регіональних та континентальних геоїдів.

Виразимо висоти геоїда через збудуючий потенціал за формулою Брунса, використовуючи інтеграл Стокса в сферичному наближенні [6]:

$$dN(B_p, L_p) = \frac{T}{g} = \frac{R}{4pg} \iint_E d\Delta g(B, L) S(B_p, L_p, B, L) \cos dBdL \quad (7)$$

Через грідовані аномалії сили ваги рівняння (7) можна записати в такій формі:

$$dN(B_i, L_k) = \frac{R}{4pg} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} \iint_E d\Delta g(B_j, L_i) \cos B_i S(B_i, L_k, B_j, L_i) \Delta B \Delta L \quad (8)$$

За допомогою різного подання функції Стокса, висоти геоїда можна оцінювати в усіх грідованих точках одночасно або одно- 1D або двовимірним 2D FFT.

Рівняння (8) розв'язується прямим  $F$  та оберненим  $F^{-1}$  перетвореннями Фур'є у такому вигляді:

$$dN(B_i, L_k) = \frac{R}{4pg} F^{-1} \left\{ F \left\{ \Delta g(B_i, L_k) \cos B_i \right\} F \left\{ S(B_i, L_k, \bar{B}) \right\} \right\} \quad (9)$$

де  $\bar{B}$  – середня широта обчислювальної області.

Апроксимація рівняння (7) через (8) уможлиблює обчислення висот геоїда на великих територіях на сфері в усіх точках ґриду однаково, використовуючи 2D двовимірне швидке перетворення Фур'є.

**Попередній розв'язок.** Вихідні дані зображені на сітці  $2' \times 2'$ . Першим кроком зроблено перехід від системи AVISO до системи WGS-84. Для приведення даних в єдину систему відліку використовується процедура “видалення-відновлення”. З вихідних даних виділявся тренд моделі глобального гравітаційного поля EIGEN-GL04C, що подана гармонічними коефіцієнтами до 360 порядку/степеня, за яким одержано модельні значення  $N_M$  та  $\Delta g_M$ . Наступним кроком у розв'язку поставленої задачі було обчислення залишкових значень  $dCorSSH = CorSSH - N_M$ , їх згладження методом високочастотної фільтрації для довжин хвиль  $< 25$  км та обчислення методом 2D FFT залишкових висот геоїда  $dN$ . У результаті одержано відновлене поле висот геоїда. Потім було виконано визначення залишків аномалій сили ваги  $dDg$  також методом 2D FFT, одержання значень аномалій сили ваги та побудова відновленого поля аномалій сили ваги.

**Остаточний розв'язок.** На основі моделі високої роздільної здатності EGM08 [8], поданої гармонічними коефіцієнтами до 2190 порядку/степеня обчислено модельні значення аномалій сили ваги ( $5' \times 5'$ ) на берегову частину Чорного моря. З врахуванням цих аномалій сили ваги на континентальній частині та аномалій сили ваги відновленого поля побудовано поле висот геоїда (рис. 1). Тепер застосовуючи методику швидкого перетворення Фур'є ітеративним уточненням, одержимо поле аномалій сили ваги (рис. 2).

Таблиця 2

**Порівняльна таблиця характеристик відновленого поля для регіону Чорного моря, одержаного методами колокації та FFT**

Статистики	FFT				Метод колокації	
	Попередній розв'язок		Остаточний розв'язок		N, м	Dg, мГал
	N, м	Dg, мГал	N, м	Dg, мГал		
Мінімальне значення	11.84	-128.28	12.45	-126.89	11.87	-122.04
Максимальне значення	40.80	130.20	40.37	142.25	40.47	97.62
Середнє значення	23.02	-21.43	23.49	-20.03	23.02	-22.03
Стандартне відхилення	6.66	38.57	6.53	38.20	6.65	37.08

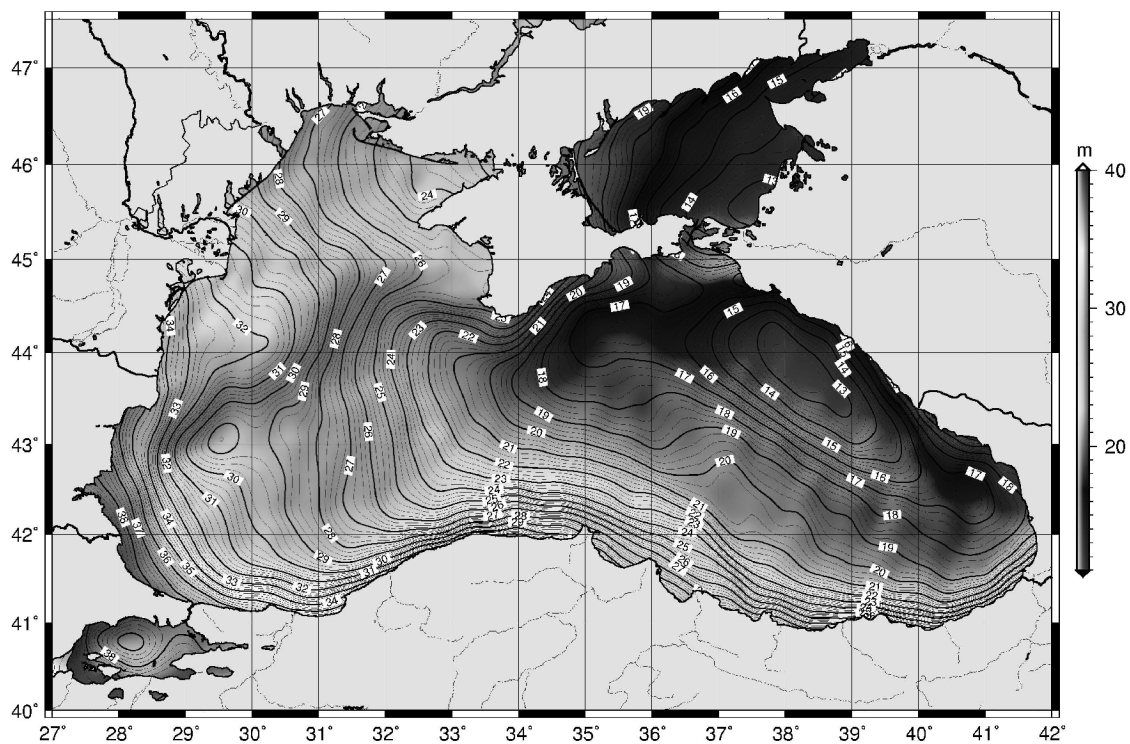


Рис. 1. Висоти геоїда, одержані за даними супутникової альтиметрії високочастотним методом фільтрації (Ізолінії проведено через 0,25 м)

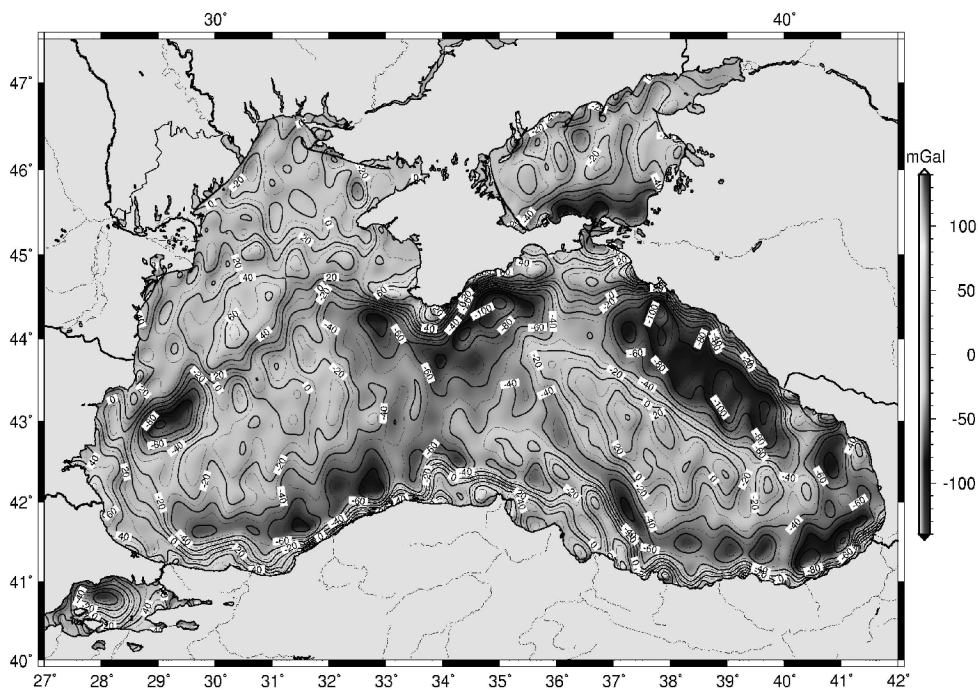


Рис. 2. Поле аномалій сили ваги, одержане за даними супутникової альтиметрії ERS-1, ERS-2, TOPEX/POSEIDON, GFO, ENVISAT, JASON-1 (Ізолінії проведено через 10 mGal)

**Висновки.** Використовуючи дані CorSSH з шести альтиметричних місій ERS-1, ERS-2, TOPEX/POSEIDON, GFO, ENVISAT, JASON (на загальному інтервалі часу 15 років), розв'язано задачу побудови рівномірного ґриду  $2' \times 2'$  осереднених у часі/просторі CorSSH. Побудовано поле висот геоїда на аномалій сили ваги в регіоні Чорного моря та Азовського морів. Порівняно з результатами, одержаними методом колокації. Одержані значення добре узгоджені з результатами, отриманими за методом колокації [1, 2] при зменшенні часу обчислень більше ніж в 1000 разів.

1. Марченко О.М., Тартачинська З.Р., Якимович О. Регіональне поле аномалій сили ваги і середньої поверхні Чорного і Азовського морів за даними альтиметричних місій // *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*", Львів, 2003.– С.89–94. 2. Марченко О.М., Ярема Н.П. Визначення середніх рівнів Балтійського і Чорного морів та їх зміна з часом // *Вісник геодезії та картографії*", №6, 2006, Алушта (Україна, Крим). – С.2–9. 3. Марченко О. М., О. В. Кучер, О. В. Ренкевич // *Результати побудови квазігеоїда УКГ2006 для регіону України // Вісник геодезії та картографії*. – Київ, 2007, №2. – С.3–13. 4. Marchenko A.N., Tartachynska Z.R., Zablotzkyj F.D., Zazulyak P.M. Geoid heights and gravity anomalies from satellite altimetry and BGI gravimetry data in the Mediterranean sea area . – *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*", Львів, 2004. – С.27–40. 5. Marchenko A.N. Parameterization of the Earth's gravity field. Point and line singularities. – *Lviv Astron Geod Soc*, 1998. – 150 p. 6. Michel G. Sideris. Geoid determination by FFT techniques. – *International school for the determination and use of the geoid, Budapest, Hungary, January 31 – February 4, 2005*. 7. Moritz H. *Advanced physical geodesy*,–Wichmann, Karlsruhe, 1980. – 468 p. 8. Nikolaos K. Pavlis, Simon A. Holmes, Steve C. Kenyon, and John K. Factor. *An Earth Gravitational Model to Degree 2160:EGM2008*. – *EGU General Assembly 2008, Vienna, Austria, April 13-18, 2008*.