

З.А. СТОЦЬКО, Б.І. СОКІЛ, В.Г. ТОПІЛЬНИЦЬКИЙ, Я.М. КУСИЙ, О.Т. ВЕЛИКА

Національний університет “Львівська політехніка”

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТРИКОНТЕЙНЕРНОЇ ОБРОБЛЮВАЛЬНОЇ ВІБРАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ

© Стоцько З.А., Сокіл Б.І., Топільницький В.Г., Кусий Я.М., Велика О.Т., 2007

Розроблено параметризовану математичну модель руху узагальненої триконтейнерної оброблювальної вібраційної системи, що дає змогу дослідити вплив її кінематичних та геометричних параметрів за довільної їх комбінації на продуктивність роботи системи з метою її оптимізації.

Annotation: In work is developed parametric mathematical model of motion of generalized three container processing vibration system, that allows to explore influencing of its kinematics and geometrical parameters at their arbitrary combination on the productivity of work of the system with the purpose of its optimization.

Актуальність досліджень. Вібраційне оброблення виробів (поверхневе зміцнення, шліфування, очищення, сепарація, помол) набуло поширеного розповсюдження у виробництві як ефективний технологічний процес, який реалізують за допомогою вібраційних машин, спектр конструкцій яких надзвичайно різноманітний. Низка питань теорії технологічних процесів та машин вібраційного оброблення не вирішена і навіть не вивчена, хоч вони і являють собою важливі задачі вібраційного переміщення та взаємодії. Розробники цього обладнання, під час вибору параметрів таких машин можуть керуватися переважно наявними даними з експлуатації існуючих типів і розмірів подібних машин. Такий, виключно емпіричний, підхід далеко не завжди призводить до вибору оптимальних рішень. Розповсюджене застосування вібраційних технологій вимагає нового підходу до розрахунку та конструювання відповідного вібраційного обладнання (приводів різного типу, підвіски, корпусів контейнерів, інших динамічно навантажених вузлів), дослідження процесів, що відбуваються із завантаженням у контейнері вібромашини під час її руху, та впливу його параметрів на процес оброблення. Актуальним є розроблення методик комп'ютерного проектування вібраційного обладнання загалом, а відповідно і ґрунтовного математичного опису динамічних процесів, які відбуваються у вібромашинах під час оброблення виробів. Із-за складності конструкцій машин, вібраційних технологічних процесів різноманітність припущень та спрощень у математичному апараті, що використовується при цьому, залишається не вирішеною повністю і сьогодні.

Важливими чинниками впливу на інтенсивність оброблення та зміцнення виробів у вібромашині є амплітуда та частота коливань її робочих органів, а також час оброблення. Очевидно, що на величину амплітуди коливань контейнерів вібромашини впливають параметри неврівноваженої маси дебалансу, маса робочих контейнерів вібромашини, його робочого середовища, завантажених деталей, жорсткість підвіски машини, частоти обертання дебалансів (останні визначаються конструкцією приводу) тощо. Тому важливим є дослідження комплексного впливу цих параметрів на інтенсивність оброблення та зміцнення виробів, а також геометричних параметрів вібромашини – розмірів робочих контейнерів, їх розташування, місця кріплення дебалансу, розташування підвіски, впливу різноманітних комбінацій цих параметрів. Це дасть змогу вже на стадії проектування створювати конструкції, які б, з одного боку, забезпечували якісне цілеспрямоване виконання технологічного процесу оброблення виробів з метою досягнення необхідних показників міцності та якості поверхні, а з іншого, – позитивно відрізнялись би мінімально можливою метало-, і енергомісткістю та максимально усували б чинник забруднення довкілля.

Реалізувати дослідження комплексного впливу параметрів, наведених вище, на інтенсивність оброблення виробів можна за допомогою вивчення динамічних процесів у вібромашині на основі побудови математичних моделей руху робочого органа машини, його середовища та завантажених деталей, використовувати їх на етапах конструювання вібромашини та під час її експлуатації. Визначивши, наприклад, за допомогою розроблених моделей процес впливу параметрів вібромашини на інтенсивність оброблення виробів в ній (вона визначатиметься певними факторами, зокрема амплітудою коливань контейнера) та побудувавши відповідні графічні залежності, їх можна занести в паспортні дані вібромашини, і, на етапі її експлуатації, використовувати для встановлення відповідних технологічних параметрів оброблення виробів. За допомогою побудованих моделей на стадії проектування можна підбирати такі параметри вібромашини, які б забезпечували максимально можливу інтенсивність оброблення і які неможливо змінювати в процесі експлуатації вібромашини (сюди зокрема відносимо геометрію контейнера). Моделі уможливають таке дослідження теоретично, з використанням обчислювальної техніки. За допомогою останнього (це можна зробити порівняно швидко) переглянути всеможливі комбінації параметрів, не затрачаючи на дослідження великих матеріальних коштів, на відміну від емпіричного шляху дослідження, коли треба виготовляти певні фізичні моделі і на них експериментально визначати вплив параметрів процесу на його інтенсивність. Цей шлях порівняно з першим – теоретичним є нераціональним та непрактичним на сьогоднішньому етапі розвитку обчислювальної техніки.

Вибір предмета дослідження. Для побудови моделі системи “вібраційна машина (пристрій) – оброблювальне середовище – оброблювані вироби” необхідно зупинитись на певному класі вібромашин (вібраційних систем), який широко використовується в промисловості, має певні позитивні відмінності перед іншими типами вібромашин. Дослідження динамічних процесів у вібромашинах під час віброоброблення на основі цього класу машин забезпечить ще більше використання останніх, і відповідно певний економічний ефект в галузі експлуатації цих машин. Для цього у цій роботі, на основі аналізу наявних конструкцій вібромашин, для розгляду вибрано, побудовано і досліджено комплексну модель руху робочого органа та середовища узагальненої вібромашини з трьома контейнерами – робочими органами та незалежно привідним дебалансним віброзбудником. Оброблювальні вібраційні системи цього типу мають ряд особливостей, що обумовлюють перевагу їхнього використання перед іншими вібромашинами. До них належать:

а) відносна простота їх конструкцій та відносно висока надійність їх вузлів під час експлуатації;

б) можливість автоматизації процесу поверхневого віброоброблення, помолу, сепарації з використанням розробленого програмного забезпечення на базі отриманих адекватних математичних моделей та результатів досліджень динамічних процесів у вібромашинах.

Шляхом аналізу конструкції вібромашин об’ємного оброблення з трьома контейнерами та привідним дебалансом була вибрана типова симетрична конструкція (рис. 1). Вона складається з трьох контейнерів 1, дебалансного вузла 2 та підвіски 3 (пружинна, пневматична, маятникова).

Оброблювальна вібраційна система з трьома контейнерами та дебалансним віброзбудником має нескладне конструктивне виконання. Розміри вібромашини визначаються розмірами деталей, які оброблятимуть, та їх кількістю для одночасного оброблення. Побудована на базі цих вібромашин комплексна модель системи “вібраційна машина (пристрій) – оброблювальне середовище – оброблювані вироби” шляхом створення двох взаємопов’язаних моделей руху робочого органа вібромашини, його середовища та деталей, а також дослідження на її основі динамічних процесів у вібромашині, з метою визначення вагомості впливу окремих параметрів машини та її середовища на інтенсивність оброблення виробів у ній, уможливають зменшення затрат під час виготовлення та експлуатації не тільки цього класу різноманітних триконтейнерних дебалансних вібромашин, а й цілої низки вібромашин інших типів, зокрема з одним та двома контейнерами.

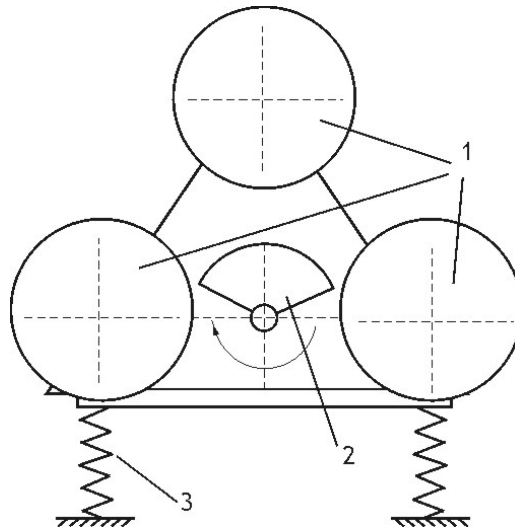


Рис. 1. Принципова схема досліджуваної триконтейнерної вібромашини для поверхневого оброблення виробів: зміцнення, шліфування, очищення, помолу, сепарації

Постановка задач дослідження та розроблення розрахункової схема узагальненої триконтейнерної оброблювальної вібраційної системи. При побудові математичних моделей динаміки комплексних систем: “вібраційна машина (пристрій) – оброблювальне середовище – оброблювані вироби” необхідно враховувати чинник адекватності їх реальним фізичним процесам у вібромашині. Якщо модель не адекватна, то сенс в проведенні досліджень на їх основі зводиться нанівець, і результати дослідження можуть бути хибними. З другого боку, необхідно враховувати чинник уніфікації (узагальнення) в побудові моделей: маючи групу вібромашин, об’єднаних за певною ознакою, наприклад, з однаковою кількістю робочих контейнерів чи дебалансів, слід будувати параметризовану модель, яка б відображала основні властивості усіх машин цієї групи, а шляхом “занулення” певних параметрів (наприклад, маси контейнера чи маси дебалансу, зміни певних геометричних параметрів машини тощо) можна домогтись відображення уніфікованою моделлю впливу параметрів реальної вібромашини, або використати її для іншої групи. Так, наприклад, “занулюючи” масу одного з контейнерів в моделі триконтейнерної вібромашини, її можна було б використати для відображення впливу параметрів у двоконтейнерній машині з довільним їх розміщенням, а “занулення” одразу двох мас контейнерів – до адекватного відображення в одноконтейнерній. Такий принцип побудови і використання уніфікованої моделі значно скоротить час дослідження та проектування, оскільки відпаде необхідність побудови щоразу нової моделі при розробці нової вібромашини – в розпорядженні конструктора будуть створені бази моделей складних синтезованих типових уніфікованих конструкцій вібромашин. Як бачимо з наведеного вище, до створення моделей руху робочого органа машини та його сипкого середовища необхідно підходити комплексно, враховуючи чинники адекватності та уніфікації. І хоча забезпечення їх виконання при побудові моделей процесу віброоброблення є доволі складним, використання в підсумку моделей в процесі розробки та експлуатації вібромашини є зручним та вигідним.

Аналіз руху вібраційних машин показує, що амплітуда коливань контейнера оброблювальної вібраційної системи у вертикальній площині (площині обертання дебалансу) набагато більша за амплітуду його коливань в горизонтальній площині. Останнє, з достатньою точністю, дає змогу припустити, що контейнери вібраційної машини рухаються тільки у вертикальній площині (в площині обертання дебалансів), тобто перебувають у плоскому русі. Тому розрахункову схему вібраційної машини можна зобразити як плоску механічну систему, яка має чотири ступені вільності (три ступені мають контейнери і один – дебаланс, який обертається навколо горизонтальної осі). В такому випадку розрахункова схема матиме вигляд, показаний на рис. 2.

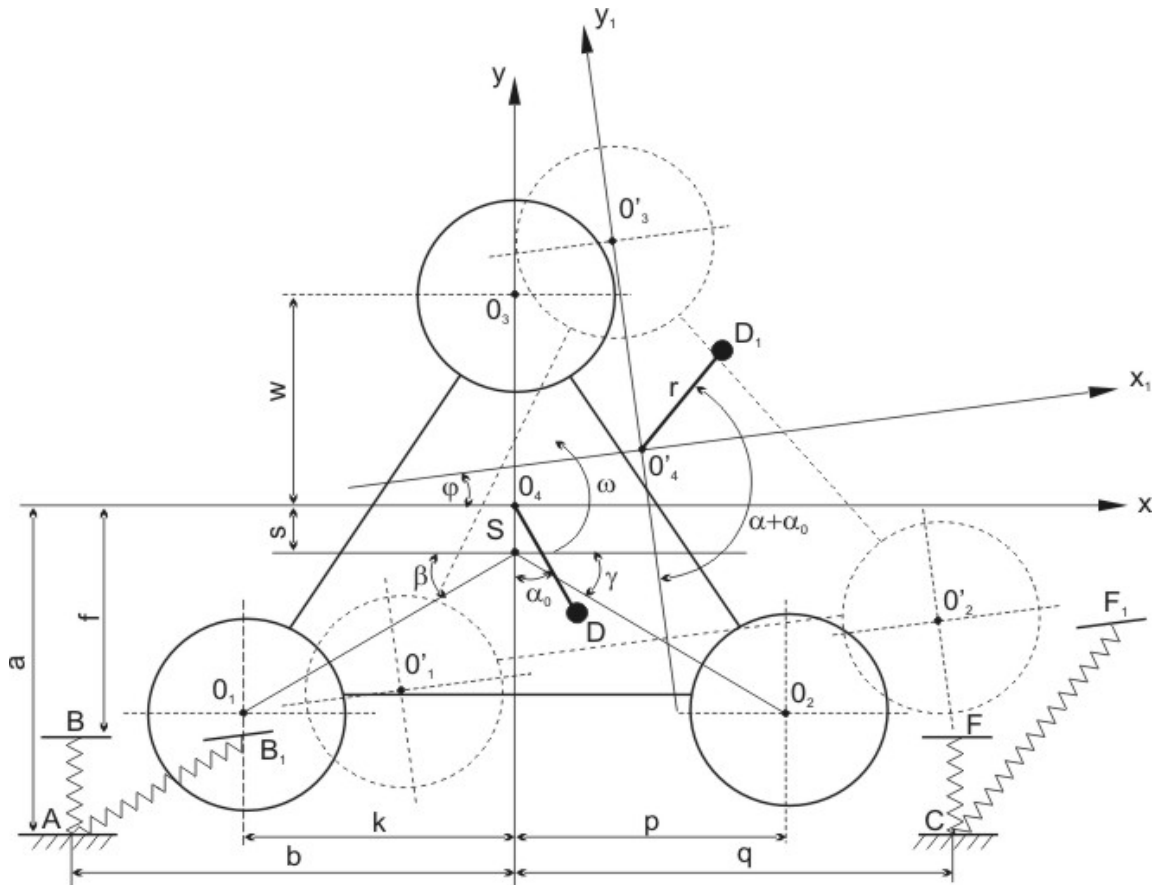


Рис. 2. Розрахункова схема узагальненої триконтейнерної оброблювальної вібраційної системи

Введемо такі позначення і припущення: робочі контейнери мають маси M_{k1} , M_{k2} , M_{k3} ; XOY – нерухома система координат; $X_1O_4Y_1$ – рухома система координат, пов’язана з центром обертання дебалансу і вертикальною віссю симетрії контейнерів, рухається разом з ними, причому її початок координат – точка O_4 збігається з центром обертання дебалансу; φ – кут повороту контейнерів щодо початкового положення під час свого руху (кут повороту рухомої системи координат відносно нерухомої). У початковий момент часу центри рухомої і нерухомої систем координат збігаються, геометричний центр контейнера знаходиться в точці O_4 , а його центр мас – точка S , лежить на осі Y . Нехай O_1, O_2, O_3 – геометричні центри контейнерів вібраційної машини, $O_4D = r$ – радіус обертання дебалансів (величина ексцентриситету дебалансів). Припускаємо, що маса M_d – дебалансу зосереджена в одній точці, ω – кутова швидкість обертання дебалансів (приймаємо її сталою величиною для певного режиму оброблення), α_0 і ψ_0 – початкові фази положення дебалансів, $\alpha = \omega t$ – кут повороту дебалансу в довільний момент часу щодо початкового положення, C – сумарна жорсткість пружних елементів, C_1 і C_2 – жорсткості відповідно правої і лівої підвісок, L_{np} – довжина недеформованої підвіски (пружин), AB_1 і CF_1 – довжини пружин в будь-який момент часу руху контейнера, AB і CF – довжини пружини у початковий момент часу, b і q – відстані від опор лівої і правої підвісок до осі OY – нерухомої системи координат.

Прийняті припущення і позначення загалом відображають конструкційні і кінематичні параметри вібраційної машини, дають змогу побудувати адекватну параметризовану уніфіковану математичну модель руху узагальненої вібраційної машини, дослідити вплив конструктивних параметрів і технологічних режимів на інтенсивність помалу сипких середовищ у ньому.

Побудова математичної моделі триконтейнерної оброблювальної вібраційної системи.

Основою дослідження руху вібраційної машини (руху будь-якої точки робочого контейнера протягом довільного інтервалу часу оброблення виробів у вібраційній машині) є система аналітичних виразів, куди входять усі необхідні її параметри. Ці вирази – розв’язання системи диференціальних рівнянь, які описують рух вібраційної машини (математична модель її руху). Підставивши сюди координати точки контейнера, рух якого потрібно дослідити, та необхідні параметри вібраційної машини, отримаємо вирази для побудови траєкторій руху вибраної точки контейнера та визначення її амплітудних, амплітудно-частотних характеристик. Виразом, який ляже в основу математичної моделі руху контейнера (робочого органа) вібраційної машини, є закон руху його певної “базової” точки, наприклад, його геометричного центра (точки O_4 , див. рис. 2) або його центра мас та кута повороту контейнера навколо свого центра мас. Часові зміни вертикальних і горизонтальних координат дебалансу і центра мас контейнерів складаються з комбінації геометричних і кінематичних параметрів системи, а також змінних координат геометричного центра контейнера – точки O_4 , тобто є функціями останніх (відповідно можна записати аналогічні залежності для будь-якої точки контейнера). Тому за узагальнені координати руху системи приймемо лінійні переміщення геометричного центра (центра обертання дебалансу) досліджуваної оброблювальної триконтейнерної вібраційної системи – x_{0_4} , y_{0_4} і кут повороту φ рухомої системи координат щодо нерухомої (кут повороту вібромашини навколо свого центра мас).

Диференціальні рівняння коливного руху цієї механічної системи (опису руху системи) виведено з рівнянь Лагранжа II роду

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0, \quad (1)$$

де $L = T - (П + П_p)$ – функція-Лангранжіан; $T = T_k + T_D$ – кінетична енергія системи, що складається із суми кінетичних енергій контейнерів та енергії одного дебалансу; $П$ – потенціальна енергія системи (контейнерів та дебалансу); $П_p$ – потенціальна енергія пружної підвіски контейнерів; q_j – узагальнені координати, тобто $q_1 = x_{0_4}$, $q_2 = y_{0_4}$, $q_3 = \varphi$, а $\dot{q}_1 = \dot{x}_{0_4}$, $\dot{q}_2 = \dot{y}_{0_4}$, $\dot{q}_3 = \dot{\varphi}$, відповідно їх узагальнені швидкості.

Під час моделювання дебаланс, як було сказано вище, вважається матеріальною точкою, в якій зосереджена маса дебалансу, а тому для запису кінетичної енергії дебалансу використано вираз для знаходження кінетичної енергії матеріальної точки.

Лагранжіан цієї механічної системи з врахуванням вищенаведеного матиме такий вигляд:

$$\begin{aligned} L = & \frac{M_D}{2} ((\dot{x}_{0_4} + r \cos(\omega t + \varphi + \alpha_0)(\omega + \dot{\varphi}))^2 + (\dot{y}_{0_4} + r \sin(\omega t + \varphi + \alpha_0)(\omega + \dot{\varphi}))^2) + \\ & + \frac{M_{K_1}}{2} ((\dot{x}_{0_4} + \dot{y}_K \sin \varphi + \dot{\varphi}(K \operatorname{tg} \beta + S) \cos \varphi)^2 + (\dot{y}_4 - \dot{\varphi} K \cos \varphi + \dot{\varphi}(K \operatorname{tg} \beta + S) \sin \varphi)^2) + \frac{1}{2} j \dot{\varphi}^2 + \\ & + \frac{M_{K_2}}{2} ((\dot{x}_{0_4} - \dot{\varphi} P \sin \varphi + \dot{\varphi}(P \operatorname{tg} \gamma + S) \cos \varphi)^2 + (\dot{y}_{0_4} + \dot{\varphi} P \cos \varphi + \dot{\varphi}(P \operatorname{tg} \gamma + S) \sin \varphi)^2) + \\ & + \frac{M_{K_3}}{2} ((x_{0_4} - \dot{\varphi} W \cos \varphi)^2 + (y_{0_4} - \dot{\varphi} W \sin \varphi)^2) - \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 & - \left[\frac{C_1}{2}((x_{0_4} - b \cos \varphi + d \sin \varphi + b)^2 + (y_{0_4} - b \sin \varphi - \right. \\
 & \left. - d \cos \varphi + d)^2 - (d - f)^2) + \frac{C_2}{2}((x_{0_4} + q \cos \varphi + f \sin \varphi - q)^2 + \right. \\
 & \left. + (y_{0_4} + q \sin \varphi - \cos \varphi + d)^2 - (d - f)^2 \right] + \\
 & + \left[M_{K_1} g(y_{0_4} - K \sin \varphi - \cos \varphi (K \operatorname{tg} \beta + S) - (K \operatorname{tg} \beta + S)) + \right. \\
 & \left. + M_{K_2} g(y_{0_4} + P \sin \varphi - (P \operatorname{tg} \gamma + S) \cos \varphi - (P \operatorname{tg} \gamma + S)) + \right. \\
 & \left. + M_{K_3} g(y_{0_4} + W \cos \varphi - W) + \right. \\
 & \left. + M_D g(r \cos \alpha_0 + y_{0_4} - r \cos(\omega t + \varphi + \alpha_0)) \right].
 \end{aligned}$$

Підставивши вирази похідних по кожній узагальненій координаті в рівняння Лагранжа II роду (1) зведемо їх до такого вигляду, щоб у лівій частині системи диференціальних рівнянь залишалась лише сума другої похідної узагальненої координати і добутку цієї координати на деякий коефіцієнт, а інші доданки переносимо в праву частину рівняння. Цим самим рівняння зводиться до системи збурених (з математичної точки зору – в них присутня змінна по часу функція в правій частині, з фізичної – наявність зовнішньої періодичної збурювальної сили (або кількох сил), що приводить систему в рух – сила приводу вібраційної машини) нелінійних диференціальних рівнянь, яка і буде математичною моделлю руху триконтейнерної вібраційної машини:

$$\begin{cases} \ddot{x}_c + \omega^2 x_c = \varepsilon f_x(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0); \\ \ddot{y}_c + \omega^2 y_c = \varepsilon f_y(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0); \\ \ddot{\varphi} + \omega_\varphi^2(t) \varphi = \varepsilon f_\varphi(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \dot{x}_c, \dot{y}_c), \end{cases} \quad (3)$$

де $\varepsilon = \frac{1}{M}$, $\varepsilon' \approx \varepsilon$; M – сумарна маса контейнерів із завантаженням та дебалансного вузла;

$\omega = \sqrt{\frac{c}{M}}$ – власна частота коливань контейнера; $\omega_\varphi(t)$ – “частота” кругових коливань контейнерів із врахуванням дебалансу.

Примітка. Очевидно, що $\varepsilon \ll 1$ для реальних вібраційних машин. Тому назвемо ε малим параметром.

Розглянемо третє рівняння системи (3). Кут повороту контейнера φ змінюється на практиці на незначну величину – від 0^0 до 4^0 . Тому можна стверджувати, що $\sin \varphi \approx \varphi$, а третє рівняння системи (3) можна записати як

$$\ddot{\varphi} + k_1^2 \varphi = 0,$$

де $k_1 = \sqrt{\frac{b_1}{d_1}}$, $b_1 = C_1(b^2 + d^2) + C_2 q^2 + df - M_{K_1} g(K \operatorname{tg} \beta + S) -$;
 $- M_{K_2} g(P \operatorname{tg} \gamma + S) + M_{K_3} gW$

$$d_1 = M_D r^2 + J + M_{K_1} K^2 + M_{K_2} P^2 + M_{K_3} W^2.$$

Його розв’язок можна подати як

$$\varphi(t) = L_1 \sin kt + L_2 \cos kt,$$

де L_1, L_2 – визначаються початковими параметрами досліджуваної нелінійної механічної системи.

У такому разі, з урахуванням вищевказаного, кінцева система диференціальних рівнянь матиме такий вигляд:

$$\ddot{x}_{0_4} + \frac{C}{M} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\begin{aligned} & k^2 (L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) (M_{\mathcal{D}} r \cos(\omega t + L_1 \sin kt + L_2 \cos kt + \alpha_0) + \\ & + M_{K_1} \left[\begin{aligned} & K \sin(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) + \\ & + (K \operatorname{tg} \beta + S) \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) \end{aligned} \right] + \\ & + M_{K_2} \left[\begin{aligned} & (P \operatorname{tg} \gamma + S) \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) - \\ & - P \sin(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) \end{aligned} \right] - \\ & - M_{K_3} W \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) - (L_1 k \cos kt - L_2 k \sin kt)^2 \times \\ & \times \left[\begin{aligned} & M_{K_1} (K \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) - \\ & - (K \operatorname{tg} \beta + S) \sin(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt)) - \\ & - M_{K_2} (P \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) + \\ & + (P \operatorname{tg} \gamma + S) \sin(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt)) + \\ & + M_{K_3} W \sin(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) \end{aligned} \right] + \\ & + M_{\mathcal{D}} r (\omega + L_1 k \cos kt - L_2 k \sin kt) (-C_2 q + C_1 b) - \\ & - \sin(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) (C_1 d - C_2 f) + C_2 q - C_1 b \end{aligned} \right], \tag{4}$$

$$\ddot{y}_{0_4} + \frac{C}{M} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\begin{aligned} & k^2 (L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) (M_{\mathcal{D}} (r \sin(\omega t + L_1 \sin kt + \\ & + L_2 \cos kt + \alpha_0) + M_{K_1} ((K \operatorname{tg} \beta + S) \sin(L_1 \sin kt + \\ & + L_2 \cos kt) - K \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt)) + \\ & + M_{K_2} (P \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) + (P \operatorname{tg} \gamma + \\ & + S) \sin(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt)) - M_{K_3} W \sin(L_1 \sin kt + \\ & + L_2 \cos kt)) - (L_1 k \cos kt - L_2 k \sin kt)^2 \times \\ & \times (M_{K_1} (K \sin(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) + (K \operatorname{tg} \beta + S) \times \\ & \times \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt)) + M_{K_2} ((P \operatorname{tg} \gamma + S) \times \\ & \times \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) - P \sin(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt)) - \\ & - M_{K_3} W \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt)) - M_{\mathcal{D}} r (\omega + L_1 k \cos kt - \\ & - L_2 k \sin kt)^2 \cos(\omega t + L_1 \sin kt + L_2 \cos kt + \alpha_0) + \\ & + \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) (C_1 d + C_2 f) + \\ & + \sin(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) (C_1 b - C_2 q) - \\ & - d (C_1 + C_2) + (M_{K_1} + M_{K_2} + M_{K_3} + M_{\mathcal{D}}) g \end{aligned} \right],$$

$$\ddot{\varphi} + k_1^2 \varphi = 0.$$

Звівши отриману систему диференціальних рівнянь руху вібраційної машини до системи рівнянь вигляду (3), наступним кроком є побудова її аналітичного розв'язку для отримання в підсумку моделі руху триконтейнерної оброблювальної вібраційної системи.

Використовуючи метод Пуанкаре, розв'язок збуреної системи нелінійних диференціальних рівнянь, яка описує рух (малі коливання) цієї механічної системи (вібраційна машина працює в стаціонарному режимі), можна подати у вигляді рядів, зіставлених по степенях ε , які абсолютно збіжні за достатньо малих ε):

$$x_{0_4}(t) = x_0 \sin\left(\sqrt{\frac{C}{M}}t + \alpha_x\right) + \varepsilon \chi_x(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega t + \alpha_0) + \varepsilon^2 \chi'_x(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega t + \alpha_0) + \dots,$$

$$y_{0_4}(t) = y_0 \sin\left(\sqrt{\frac{C}{M}}t + \alpha_y\right) + \varepsilon \chi_y(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega t + \alpha_0) + \varepsilon^2 \chi'_y(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega t + \alpha_0) + \dots,$$

де $\varepsilon = \frac{1}{M} \ll 0$ – умова малості виконується; $\chi_i^j(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega t + \alpha_0)$ – деякі функції, які визначаються згідно з методом Пуанкаре.

Якщо брати, наприклад, величину впливу збурення на точність розв’язку системи 1 % (вплив другого члена ряду – степінь за $\varepsilon = 0.01$ одиниця), лепта третього відповідно становитиме лише 0,1 % (степінь за $\varepsilon = 0.01$ два), четвертого – лише 0,01 % тощо, то їх невраховування матиме дуже мізерний вплив на точність кінцевого розв’язку. Тому, аналізуючи систему по величині вагомості параметрів $\varepsilon^i = \left(\frac{1}{M}\right)^i$, де $i \in [0; \infty)$, обмежуємося в побудові розв’язку першими двома членами ряду – перший

являє собою розв’язок незбуреної системи, другий – вплив зовнішнього збурення.

Отже, розв’язки збуреної системи (системи рівнянь визначення узагальнених координат – координат центра обертання дебалансу вібраційної машини для опису її руху) в першому наближенні (врахування перших двох членів ряду) в загальному випадку набули такого вигляду:

$$x_{0_4}(t) = x_0 \sin\left(\sqrt{\frac{c}{M}}t + \alpha_x\right) + \varepsilon \int_0^t f_x(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega t + \alpha_0) \sin\left(\sqrt{\frac{c}{M}}(t-u)\right) du,$$

$$y_{0_4}(t) = y_0 \sin\left(\sqrt{\frac{c}{M}}t + \alpha_y\right) + \varepsilon \int_0^t f_y(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega t + \alpha_0) \sin\left(\sqrt{\frac{c}{M}}(t-u)\right) du, \quad \varphi(t) = L_1 \sin kt + L_2 \cos kt,$$

де $f_x(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega t + \alpha_0)$ і $f_y(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega t + \alpha_0)$ – функції правої частини рівнянь по узагальнених координатах x_{0_4} і y_{0_4} системи рівнянь, даних вище.

Отже, розв’язок системи (4) у першому наближенні матиме такий вигляд:

$$x_{0_4}(t) = x_0 \sin\left(\sqrt{\frac{C}{M}}t + \alpha_x\right) + \varepsilon \int_0^t \left[\begin{aligned} &k^2 (L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) (M_{Dr} \cos(\omega t + L_1 \sin kt + L_2 \cos kt + \alpha_0) + \\ &+ M_{K_1} \left[\begin{aligned} &K \sin(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) + \\ &+ (Ktg\beta + S) \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) \end{aligned} \right] + \\ &+ M_{K_2} \left[\begin{aligned} &(Ptg\gamma + S) \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) - \\ &- P \sin(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) \end{aligned} \right] - \\ &- M_{K_3} W \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) - (L_1 k \cos kt - L_2 k \sin kt)^2 \times \\ &\times \left[\begin{aligned} &M_{K_1} (K \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) - (Ktg\beta + \\ &+ S) \sin(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt)) - \\ &- M_{K_2} (P \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) + \\ &+ (Ptg\gamma + S) \sin(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt)) + \\ &+ M_{K_3} W \sin(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) \end{aligned} \right] + \\ &+ M_{Dr} (\omega + L_1 k \cos kt - L_2 k \sin kt) (-C_2 q + C_1 b) - \\ &- \sin(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) (C_1 d - C_2 f) + C_2 q - C_1 b \end{aligned} \right] \times \sin\left(\sqrt{\frac{C}{M}}(t-u)\right) du, \end{aligned} \tag{5}$$

$$y_{0_4}(t) = y_0 \sin\left(\sqrt{\frac{C}{M}}t + \alpha_y\right) + \varepsilon \int_0^t \left[\begin{aligned} & k^2(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt)(M_{\mathcal{D}}(r \sin(\omega t + L_1 \sin kt + \\ & + L_2 \cos kt + \alpha_0) + M_{K_1}((K \operatorname{tg} \beta + S) \sin(L_1 \sin kt + \\ & + L_2 \cos kt) - K \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt)) + \\ & + M_{K_2}(P \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) + (P \operatorname{tg} \gamma + \\ & + S) \sin(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt)) - M_{K_3} W \sin(L_1 \sin kt + \\ & + L_2 \cos kt)) - (L_1 k \cos kt - L_2 k \sin kt)^2 \times \\ & \times (M_{K_1}(K \sin(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) + (K \operatorname{tg} \beta + \\ & + S) \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt)) + M_{K_2}((P \operatorname{tg} \gamma + \\ & + S) \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt) - P \sin(L_1 \sin kt + \\ & + L_2 \cos kt)) - M_{K_3} W \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt)) - \\ & - M_{\mathcal{D}} r(\omega + L_1 k \cos kt - L_2 k \sin kt)^2 \cos(\omega t + L_1 \sin kt + \\ & + L_2 \cos kt + \alpha_0) + \cos(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt)(C_1 d + C_2 f) + \\ & + \sin(L_1 \sin kt + L_2 \cos kt)(C_1 b - C_2 q) - \\ & - d(C_1 + C_2) + (M_{K_1} + M_{K_2} + M_{K_3} + M_{\mathcal{D}})g \end{aligned} \right] \times \\ \times \sin\left(\sqrt{\frac{C}{M}}(t - u)\right) du,$$

$$\varphi(t) = L_1 \sin kt + L_2 \cos kt.$$

Система рівнянь (5) описує рух центра обертання дебалансу вібраційної машини впродовж довільного проміжку часу його роботи. Використовуючи систему рівнянь та зв'язок між координатами точок контейнера щодо двох систем відліку – нерухомої і рухомої (зв'язок з центром обертання дебалансу):

$$x_n = x_{0_4} + x_i \cos \varphi(t) - y_i \sin \varphi(t),$$

$$y_n = y_{0_4} + x_i \sin \varphi(t) + y_i \cos \varphi(t),$$

можна визначити горизонтальну та вертикальну складові амплітуди коливань будь-якої точки контейнерів вібраційної машини в площині її руху – в площині коливань дебалансу в довільний момент часу або за проміжок часу роботи вібраційної машини під час оброблення виробів, та побудувати траєкторію руху цієї точки протягом досліджуваного часового інтервалу оброблення, знайти вплив усіх кінематичних і геометричних параметрів вібраційної машини (закладених в модель у символічному вигляді) на амплітуду коливань будь-якої точки робочих контейнерів, дослідити їх вагомість за впливом на величину амплітуди та характер коливань контейнерів, а також за довільної їх варіації між собою на усьому інтервалі можливої зміни цих параметрів.

В останньому співвідношенні x_n , y_n – координати довільної точки контейнерів вібраційної машини щодо нерухомої системи координат; x_i , y_i – координати довільної точки контейнерів щодо рухомої системи координат, пов'язаної з ними його геометричним центром, яка рухається разом з ним (ці координати знаходять геометрично – ними визначають положення точки в площині руху контейнера, амплітуду коливань та траєкторію руху якої необхідно дослідити).

Отримана модель є цілком параметризована і включає в себе як геометричні параметри вібраційної машини, так і кінематичні параметри оброблення виробів у ній.

Висновки. Розроблена математична модель руху трикутної оброблювальної вібраційної системи дає змогу дослідити також різноманітні режими її роботи (вплив реверсування приводу, вплив

оброблювального середовища контейнера вібраційної машини, вплив оброблених деталей, які вводяться шляхом збільшення маси контейнера на величину маси середовища, зменшеної на коефіцієнт зависання робочого середовища), моделювати можливі нестационарні – резонансні режими, які можуть зустрічатись під час роботи вібраційної машини.

1. Субач А.П. Динамика процессов и машин объемной обработки. – Рига: Зинатне, 1991. – 240 с. 2. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. – Изд. 4-е. – М.: Физматиз, 1974. – 501 с. 3. Stotsko Z.A., Sokil B.I., Topilnytskiy V.H. Intensification of processes of strengtening machine parts by volumetric vibration treatment, III International Conference Transport Systems Telematics TST'03, 13–15 November 2003, Katowice – Ustron, Poland, s. 73, 493–504. 4. Стоцько З.А., Дівеев Б.М., Сокіл Б.І., Топільницький В.Г. Математичні моделі керування віброактивністю технологічних машин // Машинознавство. – 2005. – №2. – С. 37–42.

I. VOJTKO, R. MATIJA, L. GREGOVÁ

Technical University Košice,
Faculty of Manufacturing Technologies of TU in Košice with seat in Prešov

MEASUREMENT VIBRATIONS

© Vojtko I., Matija R., Gregová L., 2007

In the paper measuring of machine vibrations with application of new measuring equipment are considered. Fundamentals for usage of OVERAL and Multiparametric measurement are presented.

In the paper measuring of machine vibrations with application of new measuring equipment are considered. Fundamentals for usage of OVERAL and Multiparametric measurement are presented.

Introduction. Vibrations are an expression of mechanical parts of machines, reacting on internal and external forces of a system. Vibrations are always annoying aspect of running of mechanical plant. Majority of failures developing in rotary machines show itself by excessive vibrations. Therefore is able to use vibration signals as indicators of mechanical condition of machines. Every mechanical failure or defect generates specifically vibrations. To identify causation of failure and to select proper steps for its improvement it is necessary to identify type of vibration. Vibration diagnostic is set of measuring and of evaluating methods permitting objective determination of machine condition. Differences between determinations of failures and analyzes of developing of failure's causes are considerable. Early identification of failure is main premise for planning of improvement interventions, rise of reliability and minimalization of failure rate.

Total vibrations – overall. When vibration signal is analyzed, two components are important: amplitude and frequency. Amplitude is magnitude of vibration signal and it is related with severity. The bigger amplitude, the higher vibrations and higher of severity are. Frequency indicates failure ratio of certain time duration. Types of failures can be appreciated according frequency of vibrations. If we find frequency at which vibrations develops, causes of its generation are more clearly. Total vibrations present total vibrational energy measured in certain frequency rate. Measuring of total vibrations and comparing of its value with a standard leads to acquisition of information about condition of machine. Vibrations are considered to most significant operating parameter according that low-frequency conditions can be appreciated, as for example: imbalance, unalignment, mechanical bearing clearance, resonance of construction, not enough rigid foundation, bent shaft, undue wear of bearing or breaking of rotor blade.