Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України

Національний університет „Львівська політехніка”

Шаповалов Юрій Іванович

УДК 621.372.061

РОЗВИТОК ТЕОРІЇ СИМВОЛЬНОГО АНАЛІЗУ ЛІНІЙНИХ ПАРАМЕТРИЧНИХ КІЛ У ЧАСТОТНІЙ ОБЛАСТІ

05.09.05 – теоретична електротехніка

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Львів - 2012

Дисертацією є рукопис

Робота виконана у Національному університеті “Львівська політехніка” Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України

Науковий консультант - доктор технічних наук, професор
Мандзій Богдан Андрійович,
професор кафедри теоретичної радіотехніки та радіовимірювань Національного університету „Львівська політехніка”

Офіційні опоненти - доктор технічних наук, професор
Бойко Іван Федорович,
професор кафедри радіоелектроніки Національного авіаційного університету

доктор технічних наук, професор
Мислович Михайло Володимирович,
завідувач відділом теоретичної електротехніки Інституту електродинаміки НАН України

доктор технічних наук, доцент
Рендзіняк Сергій Йосипович,
професор кафедри теоретичної та загальної електротехніки Національного університету «Львівська політехніка»

Захист відбудеться «__» _____________ 2012 р. о ______ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 35.052.02 у Національному університеті "Львівська політехніка" (79013, Львів-13, вул. С. Бандери, 12, ауд. 114 головного корпусу).

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Національного університету "Львівська політехніка" (79013, Львів, вул. Професорська, 1)

Автореферат розісланий «___» _________ 2012 р.

Вчений секретар спеціалізованої вченої ради, к.т.н., доцент В.І.Коруд

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Незважаючи на інтенсивний розвиток методів обчислювальної математики та сучасних комп'ютерних засобів моделювання значення аналітичних методів аналізу електротехнічних та радіоелектронних пристроїв в жодному разі не зменшується. Розробник відповідної апаратури, застосовуючи сучасні потужні обчислювальні засоби, ефективні з точки зору економії часу моделювання об'єкта проектування, завжди повинен використовувати інформацію про аналітичну природу задачі, яку він розв'язує у своїй предметній області. Запис аналітичної залежності характеристик аналізованого об'єкта від параметрів його елементів надає процесові проектування цілеспрямованості, прискорює пошук оптимального варіанту розв'язку і в кінцевому результаті підвищує ефективність проектних процедур.

Останні 10-15 років характеризуються суттєвим розвитком символьних методів та їх використанням при проектуванні електротехнічних та радіоелектронних пристроїв. У першу чергу це пов'язано з впровадженням у практику математичних досліджень при проектуванні таких програм символьної математики, як Mathcad, MATLAB, Mathematica та ін. Поява таких програм наочно продемонструвала шлях розвитку засобів проектування, зокрема, електротехнічних та радіоелектронних пристроїв, від наближених «ручних» формульних розрахунків за допомогою логарифмічної лінійки та таблиць через «точні», але числові розрахунки за допомогою електронних цифрових обчислювальних машин, до необхідно точних символьних розрахунків, виконаних на сучасних персональних комп'ютерах за допомогою предметних програмних засобів символьного моделювання.

Не слід також думати, що з появою згаданих програм символьної математики усі проблеми у галузі символьних обчислень при автоматизованому проектуванні пристроїв знімаються самі по собі. Але ці засоби дають можливість створення потужних символьних методів, їх реалізації у потужних предметних програмах символьного моделювання, які по суті є оболонкою програм символьної математики, і з їх допомогою на якісно вищому рівні розв'язувати конкретні задачі проектування електротехнічних та радіоелектронних пристроїв. З іншого боку зрозуміло, що таким шляхом інтегровувати символьні методи у професійні САПР не завжди доцільно, але глибокі наукові дослідження символьних методів можуть бути виконані. Такий підхід і покладено у основу проведених у дисертації досліджень зі створення символьних методів моделювання та аналізу лінійних кіл зі змінними параметрами у частотній області.

Слід зауважити, що в даний час символьні методи успішно застосовують при проектуванні електричних кіл з постійними параметрами. Але вони, практично, відсутні для лінійних кіл з періодично змінними параметрами (параметричних кіл), представниками яких є такі поширені пристрої як синхронні детектори, підсилювачі, модулятори, генератори та ін. Це пояснюється відсутністю теоретичних засад створення символьних методів аналізу лінійних параметричних кіл, зокрема, методів формування математичних моделей параметричних елементів та кіл в цілому у частотній області, методів оцінки стійкості таких кіл та ін. Тому усунення згаданого недоліку є **актуальною проблемою**, яка заслуговує на самостійне дослідження.

Крім того, у останні роки спостерігається особливе підвищення інтересу до засобів моделювання параметричних кіл, оскільки останні отримують все ширше застосування не тільки у сучасних електротехнічних та радіотехнічних пристроях, а також завойовують нові галузі, включаючи комп'ютерну, лазерну техніку та моделювання живих організмів.

Таким чином розвиток теорії символьного аналізу лінійних параметричних кіл у частотній області є актуальним науковим завданням.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконана у Національному університеті „Львівська політехніка" та спрямована на розв'язання проблем, якими займається кафедра „Радіоелектронні пристрої та системи" в рамках держбюджетної роботи „Розробка методологічних основ побудови адаптивних багатоспектральних засобів спостереження в системах моніторингу і управління для розв'язку загальноінженерних і спеціальних задач" (державний реєстраційний номер 0110U001104) та кафедра «Теоретична радіотехніка та радіовимірювання» в рамках держбюджетної роботи «Розробка моделей, методів та алгоритмів для автоматизованої оцінки показників надійності радіоелектронних та електромеханічних пристроїв і систем (ПНРЛ)» (державний реєстраційний номер 0110U001098).

Мета і задачі досліджень. Метою дисертаційної роботи є розвиток теорії та методів символьного аналізу усталених режимів лінійних параметричних кіл у частотній області, що спираються на теорію лінійних кіл з постійними параметрами та існуючі пакети програм символьної математики.

Для досягнення поставленої мети в роботі слід розв'язати <u>наступні задачі</u>:
- розробити методи визначення передавальних функцій параметричних кіл у символьному або частково символьному вигляді;
- розробити методи обчислення вторинних параметрів параметричних кіл відносно їх зовнішніх вузлів;
- розробити частотні символьні моделі параметричних компонентів кола та нові символьні частотні алгебраїчні моделі параметричних кіл, в тому числі для багатоваріантного аналізу;
- розробити методи оцінки стійкості досліджуваних кіл;
- реалізувати розроблені методи у вигляді оболонки потужного програмного засобу символьної математики MATLAB, що уможливлює проектування кіл з використанням символьних обчислень, що допустимі у цих пакетах, та подальший розвиток цих можливостей при появі нових версій таких пакетів;
- максимально можливо використати існуюче математичне і програмне забезпечення, призначене для дослідження та аналізу лінійних кіл з постійними параметрами.

Об΄єкт дослідження – процеси у лінійних електричних колах, що містять змінні у часі за періодичним законом (параметричні) елементи.

Предмет дослідження – математичні моделі та методи частотного символьного аналізу усталених режимів лінійних параметричних кіл.

Методи дослідження базуються на фундаментальних методах теорії електротехніки та радіотехніки. **Достовірність і обґрунтованість** отриманих автором результатів і запропонованих рішень **підтверджуються** збігом результатів, отриманих розробленим частотним символьним методом у порівнянні з широко відомим пакетом прикладних програм числового аналізу Micro-Cap 7.0.

Наукова новизна одержаних результатів:

1. Запропоновано новий частотний символьний метод аналізу лінійних параметричних кіл, оснований на розв'язуванні лінійного диференціального рівняння Л.А.Заде*, який уможливив підвищення точності обчислень врахуванням більшої кількості гармонічних складових у розв'язку і звівся до формування незалежної від часу системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) та її розв'язування відомими символьними методами у середовищі пакетів символьної математики.

2. Представлено три нові методи виключення змінних у системах лінійних диференціальних рівнянь (СЛДР), що описують лінійне параметричне коло, які дозволили формувати СЛДР та окремі передавальні рівняння параметричних кіл відносно зовнішніх змінних. Зокрема, це: алгебраїчний метод, матричний метод та метод виділення параметричного елемента.

3. Розроблені частотні символьні методи застосовано до визначення нормальних передавальних функцій кола, що вперше дозволило проводити оцінку стійкості лінійних параметричних кіл з високою точністю на інженерному рівні.

4. Показано, що апроксимація нормальних передавальних функцій кола у вигляді тригонометричних поліномів перевела проблему оцінки асимптотичної стійкості кола з аналізу характеристики збіжності бічастотної передавальної функції** кола $W(s,r)$ до суттєво простішої дії – знаходження найбільшої дійсної частини серед дійсних частин усіх коренів знаменника $\Delta(s)$ нормальної параметричної передавальної функції $G(s,\xi)$ виключно інерційної частини кола** (за аналогією кіл з постійними параметрами).

5. Створено нові алгебраїчні частотні символьні моделі параметричного елемента кола у вигляді додаткового незалежного джерела, двополюсника та керованого джерела, які уможливили побудову нових частотних моделей лінійних параметричних кіл у вигляді СЛАР, що можуть бути розв'язані традиційними методами, які застосовуються до лінійних кіл з постійними параметрами.

6. Вперше рівняння Л.А.Заде подано у матричній формі, що дозволило перевести у частотну область не окреме диференціальне рівняння, а СЛДР, що описує параметричне коло, в цілому. На основі цього розроблено нову алгебраїчну частотну символьну модель параметричного кола з багатьма параметричними елементами.

7. Запропоновано числовий адаптивний метод аналізу лінійних параметричних кіл у часовій області, який оснований на адаптації порядку методу інтегрування систем лінійних диференціальних рівнянь до шуканих розв'язків, що у порівнянні з відомими методами забезпечує більшу точність обчислень.

Практичне значення одержаних результатів:

1. Розроблені методи дали змогу формувати параметричні передавальні функції, за допомогою яких можна виявляти якісні та кількісні зв'язки між властивостями лінійного параметричного кола, його параметрами та параметрами

---

* - Zadeh L. A. Frequency Analysis of Variable Networks // Proc. of the IRE, 1950. – Vol.38, Issue 3. – P. 291-299.

** - Солодов А. В., Петров Ф.С. Линейные автоматические системы с переменными параметрами – М.: Наука, 1971. – 620с.

вхідного сигналу.

2. Розроблені методи дозволили на інженерному рівні достатньо точно оцінювати стійкість параметричних кіл.

3. Розроблені методи дозволили формувати частотні символьні моделі параметричних елементів та параметричних кіл в цілому, що дозволяє розв'язувати задачі багатоваріантного аналізу, оптимізації та синтезу лінійних параметричних кіл у частотній області.

4. Розроблені методи поширені на випадок символьного аналізу параметричних кіл з багатьма параметричними елементами.

5. Розроблені теоретичні положення символьного аналізу покладено в основу розробленого під керівництвом автора пакету програм SAPC, призначеного для частотного символьного аналізу лінійних параметричних кіл за оцінки їх стійкості.

6. Результати представлених у роботі досліджень доводять доцільність застосування розроблених методів у сучасних пакетах програм автоматизованого проектування електротехнічної та радіоелектронної апаратури.

Результати роботи використані: у навчальному процесі кафедри „Радіоелектронні пристрої та системи" Національного університету „Львівська політехніка"; у фізико-механічному інституті ім. Г.В. Карпенка НАН України; у Запорізькому державному підприємстві „Радіоприлад", у Львівському науково-дослідному радіотехнічному інституті, що підтверджено відповідними актами.

Особистий внесок здобувача. Представлені у роботі методи розроблені автором особисто, про що свідчить ряд наукових праць, опублікованих одноосібно [1, 3, 9, 10, 11, 13, 16, 19, 23, 24, 25, 26]. У роботах, опублікованих у співавторстві, автору належать постановка задачі, розробка шляхів її розв'язування та оцінка отриманих результатів. Проф. Мандзій Б.А. у роботах [14, 22, 28, 29, 30, 31] виконував загальне керівництво та визначав напрямки досліджень. У роботі [18] Шувару Б.А. належить перевірка коректності застосування автором математичного методу розв'язування рівняння Л.А.Заде. У інших роботах [2, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 14, 15, 17, 20, 21, 27, 28, 29, 30, 31] співавторами є аспіранти та студенти, які розробляли алгоритми, програми та проводили необхідні обчислювальні експерименти.

Апробація результатів дисертації. Основні положення та результати виконаних у дисертації досліджень доповідались і обговорювались на таких міжнародних науково-технічних конференціях, форумах і семінарах: міжнародна науково-технічна конференція „Сучасні проблеми засобів телекомунікацій, комп'ютерної інженерії та підготовки кадрів", (TCSET - 2000), 14-19 лютого 2000 р., Львів-Славсько, Україна; міжнародна науково-технічна конференція "Сучасні проблеми радіоелектроніки, телекомунікацій та комп'ютерної інженерії" (TCSET - 2006), 28 лютого – 4 березня 2006 р., Львів-Славсько, Україна; дев'ята міжнародна конференція "The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics" (CADSM 2007), 20-24 лютого 2007 р., Львів-Поляна, Україна; четверта міжнародна молодіжна науково-технічна конференція „Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций" (РТ- 2008), 21- 25 квітня 2008 р., м. Севастополь, Україна; науково-методична конференція "Сучасні проблеми телекомунікацій і підготовка фахівців в галузі телекомунікацій", 28- 30 жовтня 2008 р., м. Львів; міжнародній науково-технічній конференції „Modern problems of radio engineerings, telecommunications and computer science” (TCSET-2008), 19- 23 лютого 2008 р., Львів-Славсько, Україна; міжнародна науково-практична конференція "Современные информационные и электронные технологии" (СИЕТ 2009), 18- 22 травня 2009 р., м.Одеса, Україна; десятий міжнародний семінар “Computation Problems of Electrical Engineering” (CPEE-2009), September 16- 19, 2009. Waplewo, Poland; науково-практична конференція "Сучасні проблеми телекомунікацій 2009", 29- 31 жовтня 2009 р., м. Львів; міжнародна науково-технічна конференція “The experience of designing and application of CAD systems in microelectronics” (CADSM- 2009), 24- 28 лютого 2009 р., Львів- Поляна, Україна; міжнародна науково-технічна конференція „Modern problems of radio engineerings, telecommunications and computer science” (TCSET 2010), 23- 27 лютого 2010 р., Львів-Славсько, Україна; міжнародний семінар “Computational Problems of Electrical Engineering” (CPEE 2010), 13–16 вересня 2010 р., Лазне-Кінжварт, Чехія; чотирнадцята міжнародна конференція “System modelling and control” (SMC’11), 27-29 червня 2011 р., Лодзь, Польща; XII міжнародний семінар «Computational Problems of Electrical Engineering» (CPEE 2011), 5-7 вересня 2011р., Кострина, Україна.

Публікації. За темою дисертації опубліковано 31 наукову працю, з яких 27 – у фахових виданнях, 3 – у зарубіжних виданнях, що входять до науково-метричних баз даних [28, 29, 30], та 14 тез доповідей на національних та міжнародних науково-технічних конференціях та семінарах.

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається із вступу, шести розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків.

Робота викладена на 413 сторінках друкованого тексту, містить 260 сторінок основного тексту, 91 рисунків, 73 таблиці.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі відображено актуальність проблеми, обґрунтовано мету та основні задачі досліджень. Показано зв’язок роботи із науковими програмами, планами, темами. Сформульовано наукову новизну отриманих результатів та їх практичне значення. Наведено дані про публікації, апробацію результатів дисертаційних досліджень та особистий внесок здобувача.

У першому розділі розглянуто стан питання і існуючі методи символьного аналізу лінійних параметричних кіл. Відмічено вклад у розвиток символьних методів таких українських вчених, як Сігорський В.П., Трохименко Я.К., Блажкевич Б.І., Максимович М.Г., Дмитришин Р.В., Матвійчук Я.М., Ястребов М.І., автор цієї дисертації та інші.

Інакше виглядає справа з лінійними параметричними колами, математична модель яких, зазвичай, має вигляд диференціального рівняння:

$$a_n(t)y^{(n)} + a_{n-1}(t)y^{(n-1)} + \ldots + a_0(t)y = b_m(t)x^{(m)} + b_{m-1}(t)x^{(m-1)} + \ldots + b_0(t)x, \quad (1)$$

де y – вихідна (шукана) та x – вхідна (задана) змінні, відповідно; t – незалежна змінна (час); $a_i(t)$, $b_j(t)$ – відомі функції часу t.

Відомо, що рівняння виду (1) не можуть бути в загальному випадку алгебраїзовані, тому й методи аналізу кіл з постійними параметрами не можуть бути безпосередньо застосовані до цього випадку. При потребі такі рівняння розв’язуються числовими методами з типовими для них особливостями та недоліками. Аналітичні розрахунки якщо й виконуються, то у досить обмежених випадках (метод гармонічного балансу, метод функцій В.К. Туркіна).

Ряд вітчизняних авторів, серед яких Арбузніков В.А., Рибін О.І., російські вчені (Бірюк Н.Д., Нечаев Ю.Б., Алехин С.Ю.), а також фахівці далекого зарубіжжя Vanassche P., Gielen G., Sansen W., Müller R., Jentschel H.-J. та інші спрямовують свої зусилля на побудову символьних методів аналізу параметричних кіл, але на сьогоднішній день такої загальної і цілісної теорії побудувати не вдалося.

У 1950р. Л.А.Заде для параметричного кола, яке описане диференціальним рівнянням (1), вивів диференціальне рівняння, що описує це коло у частотній області:

$$\frac{1}{n!}\frac{d^{n}A(s,t)}{ds^{n}}\frac{d^{n}W(s,t)}{dt^{n}}+\ldots+\frac{dA(s,t)}{ds}\frac{dW(s,t)}{dt}+A(s,t)W(s,t)=B(s,t), \qquad (2)$$

де s - комплексна змінна, t – час; $W(s,t)=Y(s,t)/X(s)$ - спряжена параметрична передавальна функція кола; $A(s,t)=a_n(t)s^n+\ldots+a_1(t)s+a_0(t)$; $B(s,t)=b_m(t)s^m+\ldots+b_1(t)s+b_0(t)$; $a_i(t),b_j(t)$- відповідні коефіцієнти рівняння (1); $Y(s,t),X(s)$- зображення вихідної та вхідної змінної у частотній області, відповідно.

Хоча перехід від (1) у область комплексної змінної s залишає математичну модель лінійного параметричного кола у вигляді диференціального рівняння (2), все ж у ньому відсутня змінна, пов'язана з вхідним сигналом x. Тому, один раз розв'язавши рівняння (2), можемо за визначеною параметричною передавальною функцією кола $W(s,t)$ досліджувати реакції кола $Y(s,t)$ при дії різних вхідних сигналів $X(s)$:

$$Y(s,t)=W(s,t)\cdot X(s). \qquad (3)$$

Л.А.Заде у тій же роботі подав два методи наближеного розв'язування рівняння (2), які так і не були вдосконалені та з позиції сьогодення не забезпечують ні допустиму складність рівняння (2), ні точність його розв'язку.

За кордоном набули розповсюдження методи аналізу лінійних періодично змінних у часі систем, які основані на опублікованому у 2002р. методі, так званих, гармонічних передавальних матриць (ГПМ), що базується на періодичності імпульсної перехідної функції і описує цю систему за допомогою ГПМ у вигляді:

$$\begin{bmatrix}\vdots\\ Y(s-s_0)\\ Y(s)\\ Y(s+s_0)\\ \vdots\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \iddots\\ \ldots & H_0(s-s_0) & H_1(s) & H_2(s+s_0) & \ldots\\ \ldots & H_{-1}(s-s_0) & H_0(s) & H_1(s+s_0) & \ldots\\ \ldots & H_{-2}(s-s_0) & H_{-1}(s) & H_0(s+s_0) & \ldots\\ \iddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}\vdots\\ U(s-s_0)\\ U(s)\\ U(s+s_0)\\ \vdots\end{bmatrix}, \qquad (4)$$

де (n,m)-й елемент ГПМ представляє собою передавальну функцію гармонічної складової ms_0 вхідного сигналу $U(s\pm ms_0)$ у гармонічну складову ns_0 вихідного сигналу $Y(s\pm ns_0)$.

Порівнюючи підхід Л.А.Заде та методи ГПМ, можемо відмітити наступне. На відміну від методів ГПМ, метод Л.А.Заде описує параметричне коло одним виразом, а не матрицею функцій з тим більшим порядком, чим більше гармонічних складових сигналу враховується. При формуванні матриці ГПМ часто виникає необхідність обертання утворюючих її матриць, що ускладнює символьні вирази і їх формування, а елементи таких матриць не мають дробово-раціонального виду, що суттєво ускладнює проведення оцінки стійкості кіл.

Таким чином, метод Л.А.Заде, маючи, на нашу думку, значні переваги над методами, основаними на ГПМ та іншими символьними методами, має один суттєвий недолік, який полягає у відсутності ефективних методів розв'язування рівняння (2). Подоланню цього недоліку і присвячений розділ 2 дисертації.

У висновках до розділу 1, сформульовані напрямки та зміст досліджень, що забезпечили досягнення обраної мети.

Розділ 2 дисертації присвячено розробленню частотного символьного методу (ЧС-методу) визначення спряжених параметричних передавальних функцій $W(s,t)$ та оцінці їх адекватності [13,1,2,29].

Формування символьної спряженої параметричної передавальної функції лінійного параметричного кола з одним елементом, параметр якого періодично змінюється у часі, за ЧС-методом відбувається наступним чином [3,18,22,].

1. Формується основне диференціальне рівняння кола (1) відносно вхідного $x(t)$ та вихідного $y(t)$ сигналів у часовій області.
2. За рівнянням (1) формується рівняння Л.А.Заде (2) для частотної області відносно шуканої передавальної функції $W(s,t)$.
3. Обирається апроксимуючий вираз $\hat{W}(s,t)$ функції $W(s,t)$ у вигляді тригонометричного полінома з певною кількістю k гармонічних складових з частотами $i\Omega$, де $i=1,2,\ldots,k$; $\Omega=2\pi/T$, T - період зміни параметра параметричного елемента. Особливості обраної апроксимації $\hat{W}(s,t)$ полягають у тому, що:

   а) основна частота Ω зміни функції $W(s,t)$ задана у вигляді символу;

   б) гармонічні складові визначають явну залежність від часу t;

   в) невідомі коефіцієнти розкладу залежать тільки від комплексної змінної s та не залежать від часу t.

Особливості (а)-(в) уможливлюють формування виразів для похідних від апроксимації $\hat{W}(s,t)$ по змінній t.

4. Апроксимація $\hat{W}(s,t)$ та її похідні по часу t підставляються у рівняння Л.А.Заде, чим формується алгебраїчне рівняння $\delta(s,t)=0$, що містить $(2k+1)$ невідомих коефіцієнтів апроксимації $\hat{W}(s,t)$, нехай $W_0(s)$, $W_{ci}(s)$, $W_{si}(s)$, та відомі вирази біля них, які визначаються заданим колом і містять змінні s,t та обрані параметри елементів кола у вигляді символів.
5. Функціонал $\delta(s,t)$ за побудовою є періодичний у часі t з періодом $T=2\pi/\Omega$, тому розкладаємо його по періоду T на k гармонічних складових, прирівнюємо їх до нуля і отримуємо $(2k+1)$ рівнянь, які утворюють СЛАР з $(2k+1)$ невідомими

$W_0(s)$, $W_{ci}(s)$, $W_{si}(s)$. Розв'язання цієї СЛАР і визначає коефіцієнти апроксимації $\hat{W}(s,t)$ параметричної передавальної функції $W(s,t)$.

Ілюстрація ЧС-методу у роботі виконана для одного з найпростіших випадків параметричного кола, яке складається з однієї параметричної ємності $c(t)=c_0(1+m\cos(\Omega t))$ і описується диференціальним рівнянням $i(t)=c(t)\cdot u'(t)+c'(t)\cdot u(t)$, де c_0 - постійна складова, $0\le m<1$ - глибина модуляції, $\Omega=2\pi/T$, T - період зміни ємності, $i(t)$ - заданий струм та $u(t)$ - напруга на ємності, відповідно. Рівняння (2) у цьому випадку відносно передавальної функції $W(s,t)=U(s,t)/I(s)$, де $U(s,t),I(s)$ - зображення за Лапласом змінних $u(t),i(t)$, у частотній області має вигляд $c(t)\cdot[dW(s,t)/dt]+(c(t)s+c'(t))\cdot W(s,t)=1$, аналітичний розв'язок якого є $W(s,t)=1/(s\cdot c(t))$. Порівняння значень напруги $u(t)$, визначених за ЧС-методом та аналітичним розв'язком показало наступне. Ці значення тим ближчі до аналітичного розв'язку, чим більше гармонічних складових враховано у передавальній функції $W(s,t)$. Зокрема, при обчисленнях з чотирма цифрами після коми врахування першої гармоніки забезпечує відносну похибку $(2{,}6-4{,}9)\cdot 10^{-3}$, перших двох – $(0-2{,}8)\cdot 10^{-4}$, перших трьох – 0. У дисертації показано, що, чим більше враховано гармонічних складових k у апроксимації $\hat{W}(s,t)$, тим ближчі значення коефіцієнтів розкладу, отримувані за ЧС-методом, до значень коефіцієнтів розкладу у ряд Фур'є аналітичного розв'язку рівняння Л.А.Заде.

Щодо вибору гармонічних складових у апроксимації $\hat{W}(s,t)$, то у роботі показано, що, зазвичай: найвища точність $\hat{W}(s,t)$ отримується при включенні у апроксимацію гармонічних складових підряд, починаючи з основної частоти зміни параметричного елементу Ω [20]; відносна похибка визначення кожного коефіцієнта апроксимації суттєво зменшується при зростанні кількості гармонічних складових у ній; у апроксимації точність коефіцієнта тим менша, чим до вищої гармонічної складової він належить; точність отриманої передавальної функції з врахованими у апроксимаційному виразі постійною та першими k гармонічними складовими достатня, якщо збільшення їх кількості у апроксимації на n не приводить до більшого за допустиме відхилення отримуваних на її основі результатів, недостатня – якщо навпаки. У останньому випадку необхідно збільшити k та повторити обчислення. На нашу думку остаточне визначення кількості необхідних гармонічних складових k у апроксимації передавальної функції залишається за проектантом даного лінійного параметричного кола, який розуміє електричні процеси і може прогнозувати вибір «вагомих» гармонічних складових. Питання збіжності у нашому випадку не актуальне, оскільки формується не ряд, а апроксимуюча функція у вигляді тригонометричного полінома.

У цьому ж розділі дисертації приділено увагу вибору форми апроксимуючого полінома: тригонометричної чи тригонометричної комплексної. Зазначено, що апроксимація у комплексній формі забезпечує вищу швидкодію та більше допустиме значення k [7]. Зазначено, що центральне місце ЧС-методу – це символьне розв'язування СЛАР, яке виявило обмежені можливості блоків символьної математики пакету програм MATLAB 7 [7]. Так, для наведеного у дисертації одноконтурного параметричного підсилювача отримати $\hat{W}(s,t)$ при кількості гармонічних складових у ній більше дванадцяти не вдалось. Очевидно, що для складніших схем цей показник буде ще меншим. Враховуючи, що матриця СЛАР має стрічкову структуру, у дисертації запропоновано суттєво підвищити швидкодію і складність символьно розв’язуваних СЛАР і замінити засоби MATLAB 7 застосуванням добре розвинених топологічних методів. На рис.1 показані три криві (отримані разом з аспірантом Маньковським С.В.), які визначають відносний час розв’язування СЛАР (визначається відношенням реального часу до часу розв’язування СЛАР при одній гармонічній складовій у апроксимації), що відповідає одноконтурному параметричному підсилювачу, в залежності від кількості гармонічних складових k у апроксимації передавальної функції: крива (а) – за апроксимації передавальної функції тригонометричним поліномом та застосування у MATLAB 7 стандартної функції «det»; крива (б) – тригонометричним комплексним поліномом та застосування у MATLAB 7 стандартної функції «det»; крива (в) – тригонометричним комплексним поліномом та застосування програми, що реалізує топологічний метод d-дерев [7].

Відносний час розв’язування СЛАР

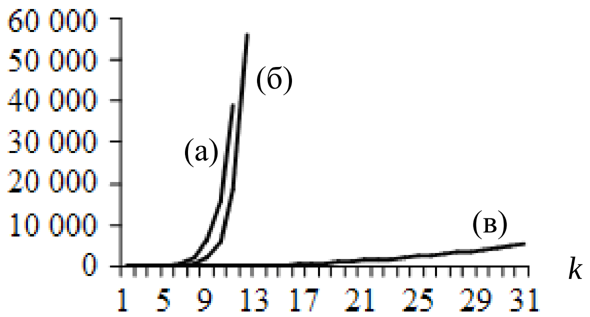

Рис.1. Відносний час розв’язування СЛАР від кількості гармонік k

Порівняння кривих з рис.1 дозволяє зробити наступний важливий висновок про те , що заміна стандартної функції «det» у MATLAB 7 при символьному розв`язанні СЛАР на програму, що реалізує метод d-дерев, забезпечує: а) суттєве збільшення кількості допустимих гармонік у апроксимаціях функції передавання, що підвищує точність розрахунків; б) суттєве (у десятки і сотні разів) зменшення комп’ютерного часу моделювання параметричних кіл.

У дисертаційній роботі за основу оцінки адекватності параметричних передавальних функцій прийнято порівняння миттєвих значень напруг та струмів кола, отриманих за цими функціями, з тими ж напругами та струмами, визначеними за програмами числового аналізу кіл, зокрема, всесвітньо відомою програмою Micro-Cap 7.0 [21]. **Вважаємо, що збіг значень напруг чи струмів, отриманих за ЧС-методом та програмою Micro-Cap 7.0, свідчить про адекватність результатів, отриманих за ЧС-методом.**

З іншого боку, можемо взяти на себе сміливість та зазначити, що у деяких випадках навіть згадана програма Micro-Cap 7.0 може не забезпечити необхідної точності розрахунків та дає стійкий, але не достатньо точний результат. У роботі розглянуто один з таких випадків – ідеальний коливальний контур. Тому у дисертації розроблено більш точний адаптивний метод числового інтегрування диференціальних рівнянь, оснований на їх лінійності [9]. Забезпечення високої точності результату таким методом полягає у тому, що на кожному кроці інтегрування значення шуканої функції уточнюється за рядом Тейлора (при умові його збіжності) стільки разів, скільки наступний член ряду змінює суму, утворену попередніми його членами. Розрядна сітка комп'ютера обмежена, тому завжди досягається межа, після якої додавання наступного члену ряду його суму не змінює. Таке уточнене значення функції і вважаємо істинним. Після цього відбувається перехід по часу на один крок, і все повторюється спочатку [8]. Як показали експерименти, зміна вибраного кроку інтегрування у представленому адаптивному методі менше впливає на результат, а точність обчислень може бути вищою, ніж за програмою Micro-Cap 7.0 [6,15].

Третій розділ дисертації містить методи формування символьного рівняння (1), оскільки це є окремою проблемою, яка недостатньо висвітлена у літературі. Більше того, у цьому розділі ставиться і розв'язується задача у ширшому сенсі, який полягає у наступному. У розділі розроблено і представлено методи виключення внутрішніх змінних у символьній СЛДР параметричного кола, чим перетворюють її, по суті, у макромодель лінійного параметричного кола відносно його зовнішніх вузлів у часовій області [11].

Складність такого перетворення полягає у тому, що дія одного диференціального оператора на інший не комутативна. **Останній факт робить неможливим застосування для таких СЛДР методів виключення змінних, що використовуються для виключення змінних у СЛАР**. Продемонструємо це, і нагадаємо, що виключення змінних у СЛАР основано на вирівнюванні виразів у двох різних рівняннях, розташованих біля змінної, що виключається, з наступною заміною одного з цих рівнянь їх різницею. Вирівнювання виразів виконується множенням кожного з цих рівнянь на вираз, що розташований при змінній у іншому рівнянні. У сформованому таким чином новому рівнянні СЛАР вказана змінна відсутня, оскільки

$$A(p)\cdot B(p)\cdot x = B(p)\cdot A(p)\cdot x, \qquad (5)$$

де x - невідома, яка виключається з СЛАР; $A(p)=a_0+a_1p+\cdots+a_np^n$, $B(p)=b_0+b_1p+\cdots+b_mp^m$ - степеневі поліноми від p при невідомій x у різних рівняннях до вирівнювання. Оскільки СЛАР описує коло з постійними параметрами у частотній області, то символ p визначає комплексну змінну перетворення Фур'є чи Лапласа. У цьому випадку рівність (5) очевидна. Враховуючи, що комплексному оператору p відповідає оператор d/dt у часовій області, виконані вище алгебраїчні дії опишемо у часовій області мовою диференціальних рівнянь. Тому у СЛДР, яка витікає з відповідної частотної СЛАР при заміні у ній p на d/dt, вираз (5) містить дії одного диференціального оператора на інший:

$$A(p)[B(p)x] = B(p)[A(p)x], \qquad (6)$$

де символ p позначає дію диференціювання d/dt, оператори $A(p), B(p)$ мають вигляд $A(p)=a_0+a_1x'+\cdots+a_nx^{(n)}$, $B(p)=b_0+b_1x'+\cdots+b_mx^{(m)}$. У розгорнутому вигляді вираз (6) записується як:

$$a_0(b_0+b_1x'+\cdots+b_mx^{(m)})+a_1(b_0+b_1x'+\cdots+b_mx^{(m)})'+\cdots+a_n(b_0+b_1x'+\cdots$$
$$+b_mx^{(m)})^{(n)} = b_0(a_0+a_1x'+\cdots+a_nx^{(n)})+b_1(a_0+a_1x'+\cdots+a_nx^{(n)})'+\cdots$$
$$+b_m(a_0+a_1x'+\cdots+a_nx^{(n)})^{(m)}.$$

Для описаних дій з виключення змінних навіть не важливо, що ми розуміємо під символом p – чи алгебраїчну змінну, чи оператор d/dt, оскільки ці дії у даному випадку (при постійних коефіцієнтах a_i, b_j) збігаються.

Принципово інша ситуація у випадку, коли коефіцієнти a_i, b_j у виразі (6) змінні у часі. Легко переконатись, що у цьому разі рівність (6) не виконується, тому що дія одного диференціального оператора на інший не комутативна:

$$A(p,t)[B(p,t)x] \neq B(p,t)[A(p,t)x]. \qquad (7)$$

Описане у літературі виключення змінних у СЛДР зі змінними коефіцієнтами методом зрівняльних операторів полягає у вирівнюванні операторів за допомогою невідомих операторів $X(p,t), Y(p,t)$, що забезпечують рівність

$$X(p,t)[B(p,t)x] = Y(p,t)[A(p,t)x] \qquad (8)$$

і які визначаються з умови цієї рівності. У роботі вказані недоліки цього методу [25] і розроблено три нові методи такого виключення.

1. Алгебраїчний метод полягає у наступному [25,5,28]. Оскільки вирівнювання за (7) не може бути застосоване до операторів в цілому, то у методі вирівнюються почергово окремі коефіцієнти цих операторів $A(p,t) = a_0(t) + a_1(t)x' + \cdots + a_n(t)x^{(n)} = a_0(t) + a_1(t)p + \cdots + a_n(t)p^n$ та $B(p,t) = b_0(t) + b_1(t)x' + \cdots + b_m(t)x^{(m)} = b_0(t) + b_1(t)p + \cdots + b_m(t)p^m$ при обраній невідомій x, починаючи, наприклад, з вищої і закінчуючи нульовою її похідною (власне, змінною). Так, спочатку, у обраних двох рівняннях диференціюванням одного з них вирівнюємо порядки операторів $A(p,t), B(p,t)$. При $n = m$ обрані два рівняння, відповідно, множаться на $b_m(t)$ і $a_n(t)$, і у їх різниці зникає m-та похідна змінної x, оскільки $b_m(t)\cdot a_n(t)\cdot x = a_n(t)\cdot b_m(t)\cdot x$. Далі, одне початкове рівняння і різницеве, відповідно, множаться на отримані у попередньому кроці $b_{m-1}(t)$ і $a_{n-1}(t)$, тому у їх різниці зникає $(m-1)$-а похідна змінної x, оскільки $b_{m-1}(t)\cdot a_{n-1}(t)\cdot x = a_{n-1}(t)\cdot b_{m-1}(t)\cdot x$. І так далі. Коли у всіх рівняннях СЛДР, крім одного, у результаті таких дій зникає змінна x, то і це рівняння з системи викреслюється, чим змінна x з СЛДР виключається повністю. Якщо для похідної деякого порядку змінної x у деякому рівнянні СЛДР не знаходиться пари у іншому рівнянні, то вона утворюється диференціюванням (одноразовим чи багаторазовим) цього іншого рівняння.

Алгебраїчний метод реалізовано у пакеті програм SAPC.

2. Матричний метод полягає у наступному [19,5,28]. Нерівність (7), якщо один з операторів або обидва є нульового порядку, перетворюється у рівність і дія диференціювання збігається з алгебраїчним множенням:

$$b_0(t)[A(p,t)x] = b_0(t)\cdot a_0(t) + b_0(t)\cdot a_1(t)x' + \cdots + b_0(t)\cdot a_n(t)x^{(n)} =$$
$$= b_0(t)\cdot a_0(t) + b_0(t)\cdot a_1(t)p + \cdots + b_0(t)\cdot a_n(t)p^n = b_0(t)\cdot[A(p,t)x], \qquad (9)$$

$$a_0(t)[b_0(t)x] = b_0(t)[a_0(t)x] = a_0(t)\cdot b_0(t)\cdot x, \qquad (10)$$

де $p = d/dt$.

Рівності (9), (10) складають основу матричного методу. Задана СЛДР попередньо перетворюється до так званого квазіалгебраїчного, виду. Так, у заданій СЛДР внутрішні змінні і їх похідні вважаються різними невідомими і при матричному записі СЛДР переносяться у вектор невідомих. Елементи матриці таким чином видозміненої системи рівнянь, які відповідають таким новим невідомим, за побудовою є диференціальні оператори нульового порядку. Але кількість невідомих у системі зросла і стала більшою, ніж кількість рівнянь. Цей недолік усуваємо наступним чином. Диференціюємо видозмінену систему і результат диференціювання об'єднуємо з нею у одному матричному записі. За такої дії кількість рівнянь у системі збільшується на кількість рівнянь у початковій системі n_1, а кількість нових невідомих збільшується на кількість внутрішніх змінних n_2. Оскільки $n_1 > n_2$, то різниця між кількістю рівнянь і невідомих у таким чином перетворюваній системі рівнянь зменшилась. Повторне диференціювання попередньо отриманої диференціюванням початкової системи повторюються, і результат диференціювання об'єднується з попередньо утвореною системою до тих пір, поки кількість рівнянь і невідомих у ній не зрівняється. Отримана таким чином СЛДР, названа нами квазіалгебраїчною, тому що має таку властивість, яка при виключенні внутрішніх змінних у ній приводить до вирівнювань, що описуються тільки виразами (9) та (10). Цей факт говорить про те, що таку квазіалгебраїчну СЛДР можемо розв'язувати, хоча й у часовій області, але усіма методами, що застосовуються до СЛАР.

Матричний метод реалізовано у пакеті програм SAPC.

3. Метод виділення параметричного елемента полягає у наступному [12,24]. З заданого кола параметричні елементи видаляються, а пара вузлів, до яких кожний з них був під'єднаний, вважається зовнішньою. Для отриманої частини кола з постійними параметрами формується система диференціальних рівнянь відносно її зовнішніх вузлів (як для багатополюсника), яка визначається з СЛАР заміною у ній змінної p на оператор d/dt, яка, своєю чергою, отримується традиційними методами (матричними чи топологічними) за допомогою існуючих програм символьного аналізу. Далі, кожна сторона багатополюсника, де був під'єднаний параметричний елемент і яка присутня у системі рівнянь зовнішніми змінними, наприклад, u та i, доповнюється компонентним рівнянням, наприклад, для параметричної ємності $i = c(t) \cdot u' + c'(t) \cdot u$, і у системі рівнянь після нескладних дій з двох змінних залишається тільки одна, для прикладу u. Очевидно, коли так буде виконано для кожного параметричного елемента, то у системі рівнянь залишиться змінна, що відповідає вхідному сигналу, та по одній змінній кожного параметричного елемента (у простішому випадку напруги на параметричних ємностях, струми параметричних котушок індуктивності та, довільно, струми чи напруги параметричних резисторів).

Метод формує систему рівнянь не відносно вихідних сигналів, а відносно змінних на параметричних елементах. Як показано у розділі 5, це дуже важливий випадок, оскільки зручний для формування частотних символьних моделей параметричних елементів, а вирази для диференціальних рівнянь у цьому випадку – найпростіші. Недоліки методу компенсуються його простотою, а сам метод не вимагає складання спеціальних програм.

У розділі 3 розглянуто перерахунок початкових умов змінних СЛДР, що описує задане коло, у початкові умови змінних макромоделі [4], що виконано за представленим у роботі матричним методом.

Четвертий розділ дисертації присвячено розробці методу оцінки стійкості лінійних параметричних кіл, який основано на розв’язуванні ЧС-методом рівняння, сформованого відносно, так званої, нормальної параметричної передавальної функції $G(s,\xi)$, що за структурою нагадує рівняння Л.А.Заде. Такий підхід виявився вдалим і забезпечив позитивний результат.

У роботі показано, що ЧС-метод не ефективний для оцінки стійкості на періоді спостереження, але дуже ефективний для оцінки асимптотичної стійкості [16]. Метод простий, реалізований у пакеті символьного аналізу лінійних параметричних кіл SAPC, довів свою адекватність на ряді представлених у дисертації тестових схем.

У розділі 2 дисертації визначалась спряжена передавальна функція $W(s,t)$ параметричного кола. Крім цієї функції відомі ще, так звані, нормальна передавальна функція $W(s,\xi)$ та бічастотна передавальна функція $W(s,r)$, де ξ - момент подачі на вхід кола дельта-імпульсу, r - комплексна змінна повторного застосування перетворення Лапласа до функції $W(s,\xi)$ чи функції $W(s,t)$, відповідно. Асимптотична стійкість параметричного кола описаним у літературі методом визначається за коренями функції $W(s,r)$, шляхом формування за нею, так званої, характеристики збіжності та аналізу цієї характеристики. Але застосування методу було проблематичним у зв’язку з неефективними методами обчислення $W(s,r)$.

У дисертації показано, що за ЧС-методом при апроксимації нормальної передавальної функції $W(s,\xi)$ тригонометричним чи тригонометричним комплексним поліномом крім того, що відповідне їй рівняння ефективно розв’язується, оцінка асимптотичної стійкості переводиться з аналізу характеристики збіжності функції $W(s,r)$ до звичайного знаходження найбільшої дійсної частини серед дійсних частин усіх коренів знаменника $\Delta(s)$ цієї нормальної передавальної функції $W(s,\xi)$ [14]. При цьому для оцінки асимптотичної стійкості лінійного параметричного кола за критерієм абсолютної збіжності інтегрального виразу

$$\int_0^\infty\int_0^\infty |w(t,\xi)| dt d\xi, \quad (0<\xi<\infty), \tag{11}$$

де $w(t,\xi)$- імпульсна перехідна функція кола, достатньо:

а) знайти частотним символьним методом апроксимацію $\hat{W}(s,\xi)$ нормальної передавальної функції цього кола;

б) знайти корені знаменника $\Delta(s)$ функції $\hat{W}(s,\xi)$;

в) серед коренів $\Delta(s)$ визначити корені з нульовими або додатніми дійсними частинами; якщо такі корені існують, то коло нестійке, якщо їх немає – коло є стійким асимптотично.

У розділі 4 також показано, що за апроксимації $\hat{W}(s,\xi)$ нормальної параметричної передавальної функції кола тригонометричним чи тригонометричним комплексним поліномом її знаменник $\Delta(s)$ дорівнює знаменнику апроксимації $\hat{G}(s,\xi)$ нормальної параметричної передавальної функції [10,17], яка визначається тільки інерційною частиною заданого параметричного кола. Функція $G(s,\xi)$, на відміну від функцій $W(s,t)$ та $W(s,\xi)$, які визначаються з усього рівняння (1), визначається тільки лівою частиною рівняння (1). Сказане і є проявом аналогії з колами з постійними параметрами, стійкість яких оцінюється за характеристичним рівнянням, яке витікає теж тільки з лівої частини диференціального рівняння, що описує коло. Така аналогія, на нашу думку, виявлена вперше і у інших методах не спостерігалась.

Зауважимо, що перенесення визначення оцінки асимптотичної стійкості лінійного параметричного кола з аналізу коренів знаменника бічастотної функції $W(s,r)$ у аналіз коренів знаменника функції $G(s,\xi)$ за обчислювальним сенсом суттєво спрощує та прискорює розв'язування задачі оцінки стійкості кола, оскільки робить непотрібним формування функцій $W(s,r)$ та $W(s,\xi)$, а передбачає формування за відомими формулами диференціального рівняння відносно функції $G(s,\xi)$, і за ЧС - методом визначення тільки знаменника $\Delta(s)$ цієї функції.

У розділі 4 розглянуто важливе питання контролю точності оцінки стійкості. Так, збільшення кількості k гармонічних складових у апроксимації $\hat{G}(s,\xi)$ за ЧС-методом очікувано приводить до збільшення степеня полінома $\Delta(s)$, а, значить, і до зростання кількості коренів у ньому. Але кількість різних дійсних частин коренів, як показали експерименти, обмежена, тому після деякого k вони починають повторюватись. При цьому розглянемо наступне. Нехай маємо два варіанти коренів, визначених за поліномом $\Delta(s)$ при кількостях гармонік у $\hat{G}(s,\xi)$ – k та $k+n$, відповідно. Оскільки більша кількість гармонік повинна приводити до зростання точності обчислень, то вважатимемо, що поліном $\Delta(s)$ вищої степені містить «уточнені» корені полінома $\Delta(s)$ нижчої степені і інші корені. Порівнюючи по черзі одні і ті ж корені між цими варіантами, визначаємо, чи знаходяться вони (уявна та дійсна частини) у межах заданої точності σ. Якщо так, то вважаємо, що даний корінь визначено з достатньою точністю і переходимо до наступного кореня. Якщо ні – то, як зазначено вище, повторюємо обчислення $\Delta(s)$ з більшим значенням k. Цей процес завершується, коли при збільшенні k серед «точних» коренів припинять з'являтися корені з «новими» дійсними частинами. Далі за дійсними частинами знайдених «точних» коренів проводиться оцінка асимптотичної стійкості кола.

Очевидно, що вказаний підхід не дає гарантій щодо точності результатів. Але чим більше n, тим більша ймовірність, що при заданій кількості гармонічних складових k пропонований спосіб контролю точності забезпечить адекватний результат [14]. На нашу думку остаточний вибір необхідних («вагомих») гармонік та їх кількості у апроксимації функції $\hat{G}(s,\xi)$ залишається за проектантом даного лінійного параметричного кола.

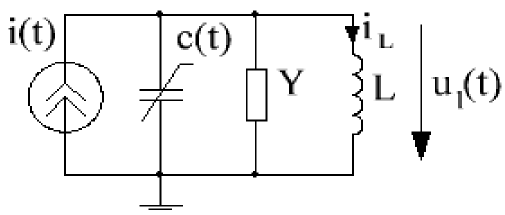

Рис.2. Одноконтурний параметричний підсилювач

Приклад. Оцінити стійкість параметричного підсилювача з рис.2 з наступними параметрами $i(t) = I_m \cdot \cos(\omega t + \varphi)$; $I_m = 1$А; $\omega = 1$рад/с; $Y = 0{,}25$См; $L = 1$Гн; $c(t) = c_0 \cdot (1 + m \cdot \cos(\Omega \cdot t))$; $c_0 = 1$Ф; $\Omega = 2 \cdot \omega$рад/с (виконано разом з аспірантом Маньковським С.В.).

Знаменник нормальної параметричної передавальної функції $G(s,\xi)$ від струму сигналу $i_{вх}(t)$ у струм котушки індуктивності $i_L(t)$ кола з рис.2, визначеної ЧС - методом [30] у вигляді тригонометричного полінома при $k = 1$, має вигляд:

$$\Delta(s) = \Delta(s,m) = (-31{,}01 + 15{,}50 \cdot m^2) \cdot s^6 + (-23{,}25 + 3{,}88 \cdot m^2) \cdot s^5 + (139{,}53 \cdot m^2 - 346{,}88)s^4 + (-171{,}02 + 15{,}50m^2) \cdot s^3 + (186{,}04 \cdot m^2 - 618{,}19)s^2 - 149{,}22s - 286{,}81, \quad (12)$$

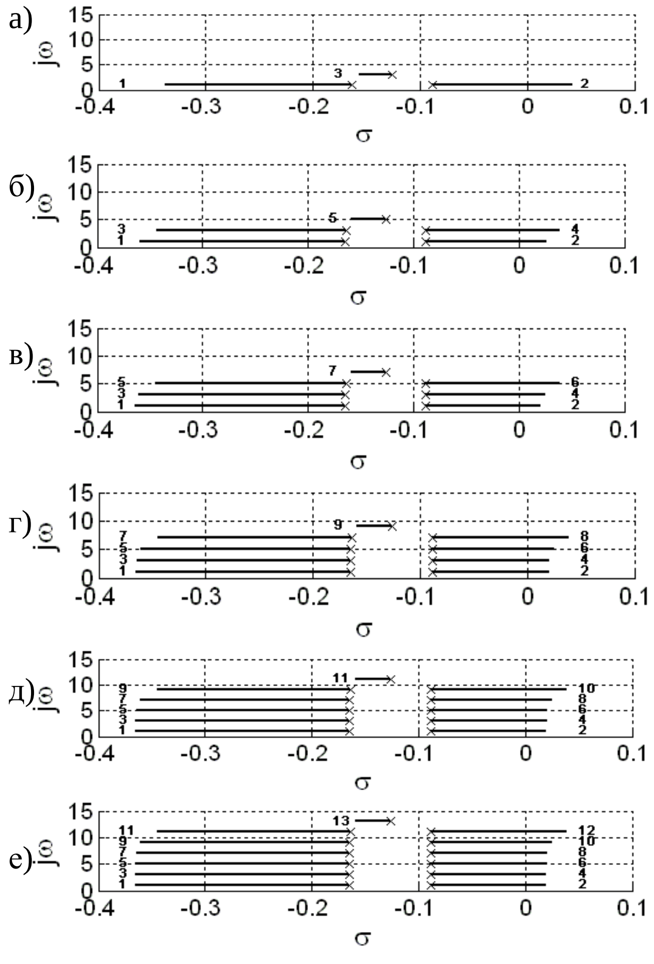

Рис.3. Траєкторії коренів $\Delta(s,m)$ при зміні m від 0,15 до 0,7 та кількості k гармонічних складових: (а) $k = 1$, (б) $k = 2$, (в) $k = 3$, (г) $k = 4$, (д) $k = 5$, (е) $k = 6$

де m - глибина модуляції ємності $c(t)$. Функція $G(s,\xi)$ витікає з диференціального рівняння:

$$[1 + \left(-Lc(\xi) + LY\right)s + Lc(\xi)s^2] \cdot G(s,\xi) + (Lc'(\xi) - LY - 2Lc(\xi)s) \cdot G'(s,\xi) + Lc(\xi) \cdot G''(s,\xi) = 1, \quad (13)$$

яке визначається диференціальним рівнянням, що описує коло з рис.2:

$$c(t)L \cdot i_L''(t) + [c'(t)L + Y \cdot L] \cdot i_L'(t) + i_L(t) = i_{вх}(t). \quad (14)$$

На рис.3,а – рис.3,е наведено траєкторії коренів у площині $\sigma j\omega$, які отримані при зміні m від 0,15 до 0,7 та при зміні кількості гармонічних складових у апроксимації $\hat{G}(s,\xi)$ від однієї до шести, відповідно.

Початок кожної траєкторії на рис.3 позначений символом «×», та у кінці траєкторії розташований номер кореня, який її утворює. Траєкторії спряжених коренів є симетричні відносно осі σ і на рис.3 не наведені.

З рис.3 витікає наступне:

- раєкторії коренів 1 та 2, змінюючись на рис.3,а та рис.3,б, на рис.3,в - рис.3,е вже практично, однакові, тобто «уточнені»;
- траєкторії коренів 3 та 4, змінюючись на рис.3,б та рис.3,в, на рис.3,г - рис.3,е вже практично, однакові («уточнені») і рівні траєкторіям коренів 1 та 2, відповідно;
- траєкторії коренів 5 та 6, змінюючись на рис.3,в та рис.3,г, на рис.3,д та рис.3,е вже практично, однакові («уточнені») і рівні траєкторіям коренів 1, 3 та 2, 4, відповідно;

- вважаємо, що траєкторії коренів 7, 9 та 8, 10 при збільшенні кількості гармонік у $\Delta(s)$ стануть рівні траєкторіям 1, 3, 5 та 2, 4, 6, відповідно, і так далі;
- траєкторій «уточнених» коренів з різними дійсними частинами є тільки дві, і вони лежать у межах дійсних значень σ від – 0,17 до – 0,36 та від – 0,09 до + 0,02, відповідно;
- траєкторії «уточнених» коренів, що перетинають вісь $j\omega$, мають однакову дійсну частину, тому й розглянемо її детальніше на прикладі кореня 2.

Фрагмент траєкторії кореня 2 для значень m від 0,544 до 0,564 через 0,004 (початок траєкторії позначено символом «×») представлений на рис.4 у збільшеному масштабі і, як витікає з рисунку, перетинає вісь $j\omega$ при $m = 0{,}554 \pm 0{,}002$. Це означає, що при $m < (0{,}554 \pm 0{,}002)$ коло з рис.2 асимптотично стійке, а при $m \geq (0{,}554 \pm 0{,}002)$ - нестійке. Цей результат повністю збігається з результатом, отриманим для кола з рис.2 числовим методом за програмою Micro-Cap 7.0.

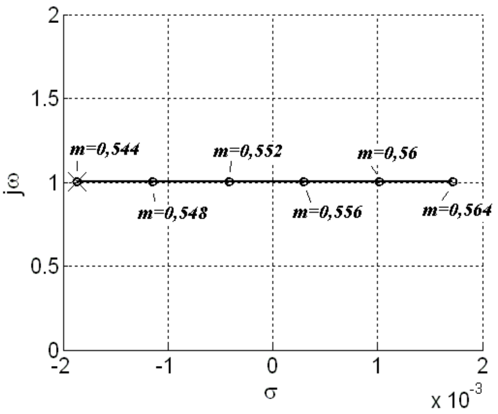

Рис.4. Траєкторія кореня 2 при зміні m від 0,544 до 0,564

У розділі 4 дисертації наведені результати оцінки стійкості двоконтурного параметричного підсилювача, які теж повністю збігаються з розрахунками, отриманими за програмою Micro-Cap 7.0 [31].

П'ятий розділ дисертації містить розроблені методи побудови частотних символьних моделей параметричних елементів, параметричних кіл та параметричних схемних функцій для багатоваріантного аналізу [23,26,27]. Усі методи основані на визначенні за ЧС-методом спряженої параметричної передавальної функції, яка зв'язує вхідний сигнал та прийняту за вихідну іншу змінну кола у частотній області у вигляді (3). У розділі 5 серед інших представлено наступні три методи побудови частотної символьної моделі параметричного кола (для випадку кола з одним параметричним елементом), що має вигляд системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР), сформованої за методом вузлових напруг.

1. Метод додаткового незалежного джерела

ЧС-методом за аналогією з (3) для кола визначається параметрична передавальна функція $\mathrm{A}(s,t)$ вхідного струму $I(s)$ у струм, що протікає через параметричний елемент $I_p(s,t)$, у вигляді

$$I_p(s,t) = \mathrm{A}(s,t) \cdot I(s). \tag{15}$$

З відомої теореми підстановки (одна з основних теорем теорії кіл) витікає, що напруги та струми у параметричному колі не зміняться, якщо його гілку з параметричним елементом замінити гілкою з джерелом струму $I_p(s,t)$, що визначений з виразу (15). Після такої заміни дане параметричне коло перетворюється у коло з постійними параметрами та двома джерелами струму – вхідним джерелом $I(s)$ та джерелом струму $I_p(s,t)$, відповідно. Таке трактування параметричного кола безпосередньо дає можливість побудувати його частотну модель у вигляді системи лінійних алгебраїчних рівнянь, складеної, як для кола з постійними параметрами:

$$Y(s_i)\cdot U(s_i,t) = J(s,t), \tag{16}$$

де матриця провідності $Y(s_i)$ містить параметри елементів заданого параметричного кола, крім параметричного; вектор джерел струмів $J(s,t)$ має ненульові значення тільки у тих елементах, які відповідають вузлам під'єднання у колі джерел $I(s)$ та $I_p(s,t)$; $U(s_i,t)$ - вектор невідомих вузлових напруг кола; s - комплексна змінна вхідного сигналу та параметричної передавальної функції з вектора $J(s,t)$; s_i - комплексна змінна, яка свідчить про те, що сигнал $I_p(s,t)$ містить гармонічні складові з частотами $(\omega \pm i\Omega)$, $i = 0,1,2,\ldots,k$. Тому при визначенні невідомих вузлових напруг вектора $U(s_i,t)$, враховуючи принцип суперпозиції, СЛАР (16) мали б розв'язати $(2k+1)$ разів, кожного разу підставляючи у неї інше значення комплексної частоти $j(\omega \pm i\Omega)$, та результати додати. Оскільки ЧС-метод символьний, то СЛАР (16) достатньо розв'язати тільки один раз з комплексною частотою у матриці Y, заданою символом (позначений як s_i). У отриманому розв'язку за відповідними поданими у дисертації правилами символ s_i слід «розщепити» на символи комплексних частот з ряду $s_{-k},\ldots,s_{-1},s,s_{+1},\ldots,s_{+k}$ та сформувати часові значення шуканих вузлових напруг у вигляді сумм виразів, визначених для кожної гармонічної складової сигналу з вектора $I(s,t)$.

Наголошуємо, що у сформованих за моделлю (16) комплексних виразах для схемних функцій (передавання сигналів, вхідного чи вихідного опору і т. ін.), для напруг чи струмів містяться дві символьні комплексні змінні s та s_i. При обчисленнях часових залежностей напруг чи струмів за відповідними комплексними виразами змінна s_i «розщепляється» на символьні змінні з ряду s, s_{-i}, s_{+i}, $i = 1,2,\ldots,k$. Це значить, що обчислення часових залежностей необхідно виконати з певними особливостями, які витікають з принципа суперпозиції сигналів і стосуються алгебраїчних дій множення та додавання комплексних виразів (подані у роботі).

2. Метод частотної символьної моделі параметричного елемента

За виразом (15) визначається струм, що протікає через параметричний елемент. За аналогічним йому виразом $U_p(s,t) = Z(s,t)\cdot I(s)$ з (3) визначається напруга $U_p(s,t)$ на параметричному елементі. Відношення цих величин

$$I_p(s,t)/U_p(s,t) = [\mathrm{A}(s,t)\cdot I(s)]/[Z(s,t)\cdot I(s)] = \mathrm{A}(s,t)/Z(s,t) = S(s,t) \tag{17}$$

в силу лінійності заданого параметричного кола не залежить від напруг та струмів кола, а тому визначає деякий параметр (за розмірністю Sm) $S(s,t)$, який названо у роботі частотною символьною моделлю, зокрема, провідністю параметричного елемента кола.

Параметр частотної символьної провідності (17), як і постійні параметри інших елементів кола, є алгебраїчним виразом, тому за методом вузлових напруг вписується у Y-матрицю, чим і формується частотна символьна модель параметричного кола в цілому у вигляді наступної СЛАР:

$$Y(s,s_i)\cdot U(s_i,t)=J(s), \tag{18}$$

у якій змінні s,s_i мають той же зміст, що й у моделі (16).

3. Метод керованого джерела є розвитком попереднього методу частотної символьної моделі параметричного елемента. Останній має таку особливість, що частотна символьна модель елемента визначається у вигляді дробового виразу (17). Але наявність дробових виразів приводить до незручності виконання символьних алгебраїчних дій з ними. Метод керованого джерела усуває таку незручність шляхом повного усунення знаменників у виразах, аналогічних виразу (17). При цьому параметр параметричного елемента можемо визначити не відношенням його струму до напруги на ньому, а відношенням його струму до довільної іншої напруги кола. Таке відношення визначає кероване джерело, у якому керуючою гілкою виступає обрана напруга, а керованою – струм параметричного елемента. Якщо керуючою обрати напругу на одиничному опорі $R=1$Ом, увімкненому послідовно з джерелом вхідного струму, то знаменник у параметрі керованого джерела зникає, і загальний вираз параметра провідності $S(s,t)$ керованого джерела

$$S(s,t)=I_p(s,t)/U_i(s,t)=\mathrm{A}(s,t)/Z_i(s,t) \tag{19}$$

приводиться до вигляду

$$S(s,t)=I_p(s,t)/U_R(s,t)=\mathrm{A}(s,t)/R. \tag{20}$$

Параметр такого керованого джерела разом з постійними параметрами провідності інших елементів кола за традиційними правилами (як для кіл з постійними параметрами) вписується у матрицю провідності $Y(s,s_i)$ кола в цілому, що й приводить до формування алгебраїчної символьної моделі кола у вигляді (18).

Представлені три методи формування частотних символьних моделей лінійних параметричних кіл дозволяють проводити розрахунки та подальше їх дослідження за аналогією з лінійними колами з постійними параметрами, виключно у частотній області.

Розділ 5 дисертації містить ряд прикладів побудови моделей за розглянутими методами для резистивних кіл, кіл першого та другого порядку.

У розділі 5 розглянуто також метод побудови моделі параметричного кола, яка містить тільки одну комплексну частоту s, у вигляді:

$$Y(s,t)\cdot U(s,t)=J(s). \tag{21}$$

Метод передбачає побудову частотних символьних моделей параметричних та реактивних елементів кола за виключенням резисторів з постійними параметрами. Дисертація містить ряд прикладів побудови таких моделей, зокрема, й другого порядку.

Розроблені у роботі моделі параметричного кола (16), (18), (21) є основою формування параметричних схемних функцій, які у дисертації представлені у варіанті двох s, s_i та однієї s комплексних змінних, та містять найбідьш концентровану інформацію про параметричне коло. Такі схемні функції дозволяють швидко отримувати їх значення для обраних величин змінних s, t, параметрів кола, що задані символами, а також обчислювати їх похідні по цим параметрам.

У роботі зазначено, що максимальна швидкодія обчислення пропонованих схемних функцій параметричних кіл для багатоваріантного аналізу може бути досягнута за використання методу генерації програм.

Шостий розділ дисертації присвячено поширенню ЧС-методу та розроблених моделей параметричних кіл на випадок кіл з декількома та багатьма параметричними елементами.

Зроблено висновок про те, що для визначення за ЧС-методом передавальної функції $W(s,t)=Y(s,t)/X(s)$ кола з двома параметричними елементами, параметри яких змінюються з періодом $T_1=2\pi/\Omega$ та $T_2=2\pi/\Psi$, відповідно, апроксимацію $\hat{W}(s,t)$ та функціонал $\delta(s,t)$ слід розкладати по основній частоті, визначеній як найбільший спільний дільник від частот Ω та Ψ $НСД(\Omega;\Psi)$. Якщо основні частоти змін параметрів параметричних елементів однакові, то, очевидно, що $НСД(\Omega;\Omega)=\Omega$. При наявності у колі трьох і більше параметричних елементів з різними основними частотами, апроксимацію $\hat{W}(s,t)$ та функціонал $\delta(s,t)$ слід розкладати по основній частоті, рівній $НСД$ від цих частот. Якщо у параметричному колі усі елементи параметричні, але основна частота зміни цих параметрів однакова і рівна Ω, то апроксимацію $\hat{W}(s,t)$ та функціонал $\delta(s,t)$, як і для випадку одного параметричного елемента у колі, достатньо розкласти по періоду $T=2\pi/\Omega$.

Для ілюстрації поданого матеріалу визначимо спряжену параметричну передавальну функцію опору $Z(s,t)=U(s,t)/I(s)$ для кола, що складається з трьох паралельно з'єднаних параметричних ємностей.

Диференціальне рівняння такого кола відносно напруги на ємностях $u(t)$ та сумарного струму $i(t)$, наступне:

$$[c_1(t)+c_2(t)+c_3(t)]\cdot u'+[c_1'(t)+c_2'(t)+c_3'(t)]\cdot u=i. \qquad (22)$$

Рівняння Л.А.Заде для параметричної передавальної функції опору $Z(s,t)=U(s,t)/I(s)$ має вигляд:

$$\begin{aligned}&[c_1(t)+c_2(t)+c_3(t)]\cdot Z'(s,t)+\\&+\{[c_1(t)+c_2(t)+c_3(t)]s+[c_1'(t)+c_2'(t)+c_3'(t)]\}\cdot Z(s,t)=1.\end{aligned} \qquad (23)$$

Вибір кола для даного прикладу визначився, головним чином, тим, що рівняння (23) має аналітичний розв'язок

$$Z(s,t)=1/[sc_1(t)+sc_2(t)+sc_3(t)], \qquad (24)$$

з яким можемо порівняти результати обчислень, отримані за ЧС - методом. Нехай $c_1(t)=c_{01}(1+m_1 cos(\Omega t))$, $c_2(t)=c_{02}(1+m_2 cos(\Psi t))$, $c_3(t)=c_{03}(1+m_3 cos(\Theta t))$, $\Omega=2$ рад/с, $\Psi=4$ рад/с, $\Theta=6$ рад/с. Тоді НСД$(2;4;6)=2$, та для апроксимації $\hat{Z}(s,t)$ і функціоналу $\delta(s,t)$ обираємо основну частоту розкладу 2 рад/с. При цьому частотний символьний метод, наприклад, для апроксимації $\hat{Z}(s,t)$ однією гармонічною складовою дає наступний результат:

$$\hat{Z}(s,t)=Z_0(s)+Z_{c1}(s)\cdot cos(2t)+Z_{s1}(s)\cdot sin(2t), \qquad (25)$$

де , $Z_{c1}(s)=2c_{01}m_1/D(s)$, $Z_{s1}(s)=0$,

$$D(s)=s(-2c_{01}{}^2-2c_{03}{}^2-2c_{02}{}^2+c_{01}{}^2m_1{}^2-4c_{01}c_{03}-4c_{02}c_{03}-4c_{01}c_{02}-c_{02}{}^2m_2-c_{02}m_2c_{01}-$$
$$-c_{02}m_2c_{03}).$$

У роботі наведено результати обчислень напруги заданого кола $u(t)=Re[\hat{Z}(s,t)\cdot exp(s\cdot t)]$ при $c_{01}=1\Phi$, $c_{02}=1\Phi$, $c_{03}=1\Phi$, $m_1=0{,}1$, $m_2=0{,}1$, $m_3=0{,}1$, $s=j\omega$, $\omega=1$рад/с та різній кількості гармонічних складових k у $\hat{Z}(s,t)$ від 1 до 7, а також за аналітичним розв'язком (24). З порівняння значень цих напруг у часових точках $t=100{,}101{,}102{,}103{,}104{,}105$с, витікає, що значення функції $\hat{Z}(s,t)$при зростанні кількості гармонічних складових у ній наближаються до аналітичного розв'язку (24) та при 7 гармонічних складових збігаються з ним.

Розділ 6 містить результати обчислювальних експериментів з резистивними колами, колами першого та другого порядків, які демонструють адекватність ЧС- методу у випадку кіл з декількома параметричними елементами.

У розділі 6 дисертації розміщено матеріал, який демонструє формування частотних символьних моделей кола з декількома параметричними елементами. По суті це є поширення методів: а) додаткового незалежного джерела, б) методу параметричного двополюсника та в) методу керованого джерела з розділу 5 дисертації на випадок кіл з декількома параметричними елементами [23]. Ці методи формують моделі з двома комплексними змінними s та s_i.

Особливість представлених моделей (б) та (в) кола полягає у тому, що моделі параметричних елементів, які вони містять, є відношенням параметричних передавальних функцій, що, своєю чергою, містять відношення виразів. Цей факт вимагає додаткових зусиль по врахуванню дій зі знаменниками, особливо, коли кількість параметричних елементів у колі достатньо велика. Тому у розділі 6 окремо розглянуто методи формування моделей кіл, які містять декілька (1 чи 2) параметричних елементів (згадані вище), та методи формування моделей кіл з багатьма параметричними елементами. Серед останніх найбільш привабливим є метод, який об'єднує метод однієї комплексної змінної з методом керованих джерел. За цим методом кожний параметричний та реактивний елемент кола представляється керованим джерелом, у кожному з яких керовані гілки – це струми парметричних та реактивних елементів кола, а керуюча гілка у всіх керованих джерелах одна – це напруга на резисторі $R=1$Ом, що під'єднаний послідовно до джерела струму вхідного сигналу. Останній метод, на нашу думку, забезпечує формування схемних функцій параметричних кіл у найпростішому вигляді.

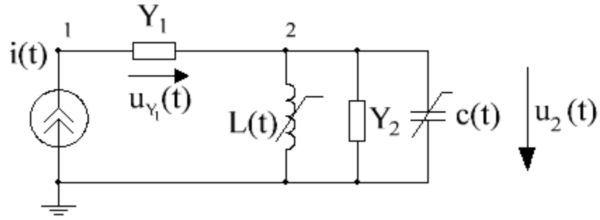

Рис.5. Параметричне коло з двома параметричними елементами

Проілюструємо застосування об'єднаного методу однієї комплексної змінної та керованих джерел на колі з рис. 5.

Для цього формуємо три диференціальні рівняння, які зв'язують струм конденсатора i_c, струм котушки індуктивності i_L та напругу u_{y1} з вхідним струмом i, відповідно. За кожним з них ЧС-методом визначаємо параметричні передавальні функції:

$$I_c(s,t)=\mathrm{A}_c(s,t)\cdot I(s),\qquad I_L(s,t)=\mathrm{A}_L(s,t)\cdot I(s),\qquad U_{Y_1}(s,t)=\frac{1}{Y_1}\cdot I(s),\qquad (26)$$

з яких витікають параметри двох керованих джерел:

$$S_c = \frac{I_c(s,t)}{U_{y1}(s,t)} = Y_1 \cdot A_c(s,t),\ S_L = \frac{I_L(s,t)}{U_{y1}(s,t)} = Y_1 \cdot A_L(s,t). \qquad (27)$$

За сформованими керованими джерелами:

$$I_c(s,t) = S_c(s,t) \cdot U_{Y_1}(s,t), \qquad I_L(s,t) = S_L(s,t) \cdot U_{Y_1}(s,t) \qquad (28)$$

складаємо еквівалентну схему (рис.6) кола з рис.5 у частотній області і за нею визначаємо його частотну символьну модель у вигляді:

$$\begin{bmatrix} Y_1 & -Y_1 \\ -Y_1 + S_L(s,t) + S_c(s,t) & Y_1 + Y_2 - S_L(s,t) - S_c(s,t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I(s) \\ 0 \end{bmatrix}. \qquad (29)$$

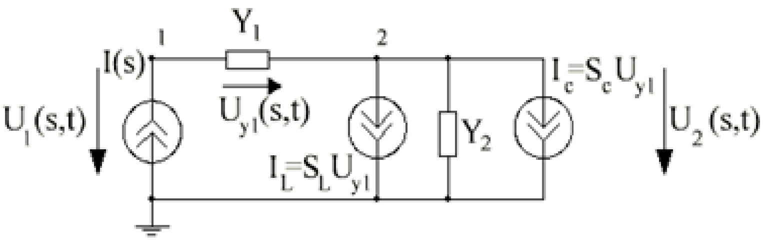

Рис. 6. Еквівалентна схема кола з рис.5

Особливість останньої розглянутої моделі для символьних обчислень полягає у тому, що параметри залежних джерел визначаються окремими процедурами, тому можуть мати різні знаменники. Однаковий знаменник може бути забезпечений тільки у одному випадку – коли параметричні передавальні функції, що формують ЧС-моделі параметричних та реактивних елементів, формуються однією процедурою і є розв'язком однієї СЛАР. Останнє приводить нас до необхідності формування рівняння Л.А.Заде не для рівняння (1), а для системи лінійних диференціальних рівнянь, що описує задане коло, тобто у матричному вигляді.

Нехай система лінійних диференціальних рівнянь розмірності r, що описує лінійне параметричне коло відносно його r зовнішніх вузлів (крім нульового), має наступний операторний вигляд:

$$A(p,t) \times Y = B(p,t) \times X, \qquad (30)$$

де t - змінна час, p - оператор, що позначає виключно дію диференціювання d/dt; $Y(t) = [y_1(t), y_2(t), \ldots, y_r(t)]^t$ - r - мірний вектор змінних параметричного кола; $A(p,t) = [\{A_{ij}(p,t)\}]$ - $(r \times r)$- мірна матриця диференціальних операторних виразів $A_{ij}(p,t) = a_{ij,n}(t)p^n + \cdots + a_{ij,1}(t)p + a_{ij,0}(t)$ n-го порядку; $a_{ij,n}(t), \ldots, a_{ij,1}(t), a_{ij,0}(t)$ - відомі, визначені за заданим колом, дійсні функції часу t; $B(p,t) = [\{B_{ii}(p,t)\}]$ - $(r \times r)$-мірна діагональна матриця операторних диференціальних виразів $B_{ii}(p,t) = b_{ii,m}(t)p^m + b_{ii,(m-1)}(t)p^{m-1} + \ldots + b_{ii,0}(t)p^0$; $b_{ii,m}(t), b_{ii,(m-1)}(t), \ldots, b_{ii,0}(t)$ - відомі, визначені за заданим колом, дійсні функції часу t; $X = [x_1(t), x_2(t), \ldots, x_r(t)]^t$ - r-мірний вектор поданих на коло сигналів $x_1(t), x_2(t), \ldots, x_r(t)$; $i, j = 1,2,\ldots,r$; r, n, m - цілі додатні числа.

Матрична система диференціальних рівнянь (30) у часовій області визначає матричне рівняння Л.А.Заде для частотної області. Останнє має вид рівняння (2), у якому $A(s,t)$- матриця $A(p,t)$, в якій змінна $p = d/dt$ замінена комплексною змінною s, $W(s,t) = \left[\{W_{ij}(s,t)\}\right]$ - $(r \times r)$- мірна матриця параметричних передавальних функцій, $i, j = 1,2,\ldots,r$, $W_{ij}(s,t) = Y_i(s,t)/X_j(s)$- параметрична передавальна функція від вхідного сигналу $X_j(s)$ у змінну $Y_i(s,t)$ лінійного параметричного кола у частотній області s; $B(s,t) = \left[\{B_{ii}(s,t)\}\right]$- $(r \times r)$-мірна діагональна матриця, сформована з матриці $B(p,t)$ заміною змінної p на змінну s; похідні матриць $W(s,t)$ та $A(s,t)$ визначаються за звичайними правилами диференціювання матриць за змінною t чи s, відповідно.

У дисертації розглянуто випадок формування рівняння Л.А.Заде відносно усіх вузлів кола. Якщо матричне рівняння (30) описує лінійне параметричне коло відносно усіх його r вузлів, не враховуючи нульового (див. розд.3), то матричне рівняння Л.А.Заде описує дане параметричне коло відносно усіх його r вузлів у частотній області. Якщо у системі (30) кількість змінних r, то у матричному рівнянні Л.А.Заде їх r^2. Якщо у колі один зовнішній вузол (крім нульового), то система (30) містить одне рівняння виду (1), і матричне рівняння Л.А.Заде збігається з рівнянням (2).

Робота містить приклад, що свідчить про адекватність матричного рівняння Л.А.Заде та коректність його застосування.

Для визначення параметричних передавальних функцій від вхідного джерела струму у струми параметричних та реактивних елементів (цього вимагає об'єднаний метод однієї комплексної змінної та керованих джерел для подальшого формування ЧС-моделі кола за методом вузлових напруг) систему (30) доцільно формувати за допомогою т. зв. табличного методу.

Додатки містять результати символьного аналізу типових лінійних параметричних кіл з оцінкою їх стійкості (параметричний генератор пилоподібних сигналів, перетворювач частоти, синхронний детектор, модулятор, одноконтурний та двоконтурний параметричні підсилювачі), інструкцію користувача пакетом програм SAPC, акти про використання результатів дисертаційної роботи.

ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі **вирішена актуальна проблема** аналізу лінійних параметричних кіл у частотній області на підставі розвитку теорії та методів символьного моделювання, що уможливило виявлення в аналітичному вигляді залежності результатів аналізу від параметрів елементів кола і тим самим сприяло підвищенню цілеспрямованості та змістовності процесу аналізу.

В дисертаційній роботі **отримано такі результати**:

1. Апроксимація передавальної функції лінійного параметричного кола тригонометричним поліномом та застосування проекційних методів інтегрування диференціальних рівнянь на базі використання сучасних засобів символьної математики забезпечили ефективне і адекватне розв'язування рівняння Л.А.Заде, на основі чого автором розроблено новий ефективний та адекватний ЧС-метод визначення символьних параметричних передавальних функцій кіл у частотній області (Розд.2), який вперше дозволив отримати адекватні параметричні передавальні функції ряду практичних лінійних параметричних кіл (Додатки А).

ЧС-метод містить ряд науково-практичних рішень, основні з яких:

- обрано тригонометричний комплексний поліном, що у порівнянні з тригонометричним забезпечило стрічкову структуру матриці СЛАР та зменшило наповненість її ненульовими елементами;
- застосовано топологічний метод до символьного розв'язування СЛАР, що підвищило можливості символьного ядра MATLAB 7, які, своєю чергою, суттєво розширили ряд допустимих параметричних кіл за складністю та кількістю допустимих гармонічних складових у передавальних функціях.

Адекватність отримуваних параметричних передавальних функцій у дисертаційній роботі показана шляхом порівняння обчислених напруг та струмів ряду лінійних параметричних кіл, що визначені на основі ЧС-методу та двома програмами числового розрахунку кіл: а) всесвітньо відомої програми Micro-Cap 7.0 та б) програми, що реалізує запропонований автором адаптивний метод інтегрування СЛДР підвищеної точності.

2. Розроблений числовий адаптивний метод інтегрування систем лінійних диференціальних рівнянь, поряд з програмою Micro-Cap 7.0, може бути не тільки ефективним засобом перевірки адекватності параметричних передавальних функцій, але й виконувати роль окремого методу числового аналізу лінійних кіл з постійними та змінними параметрами у часовій області з підвищеною точністю.

3. Запропоновано ряд нових методів (Розд.3), які за заданою СЛДР, що описує лінійне параметричне коло і складена одним з відомих методів на основі рівнянь Кірхгофа та компонентних рівнянь, формують модель кола у вигляді СЛДР, побудованої відносно зовнішніх вузлів кола (яка містить напруги, струми та їх похідні тільки зовнішніх вузлів кола), у тому числі й відносно вхідного та вихідного сигналів, яка у цьому випадку вироджується у одне диференціальне рівняння. Методи основано на виключенні внутрішніх змінних кола.

Зокрема, запропоновано:

3.1. Алгебраїчний метод виключення змінних у СЛДР через диференціювання окремих її рівнянь, який є узагальненням методу Гаусса і поширенням його на СЛДР зі змінними коефіцієнтами. Не накладає обмежень на кількість параметричних елементів у колі.

3.2. Матричний метод виключення змінних у СЛДР поширює на СЛДР відомі матричні та топологічні методи виключення змінних у СЛАР. Не накладає обмежень на кількість параметричних елементів у колі.

3.3. Виключення змінних СЛДР методом виділення параметричного елемента дозволяє описати мовою матриць рівняння постійної частини параметричного кола, яке у подальшому модифікується до рівняння усього кола. Розглянуто для випадку одного параметричного елемента у колі.

3.4. Побудову, основану на матричному методі, математичної моделі параметричного кола відносно його зовнішніх вузлів (як багатополюсника) при довільній кількості параметричних елементів у ньому.

3.5. Метод, оснований на матричному методі, перерахунку початкових умов змінних кола у початкові умови вихідних сигналів.

Розроблені методи визначають моделі у символьному виді, і, хоча застосовуються до СЛДР, використовують методи виключення змінних у СЛАР. Такий підхід є достатньо зручним, оскільки дозволяє використовувати наявне програмне забезпечення моделювання лінійних кіл з постійними параметрами.

4. Автором показано (Розд.4), що на відміну від оцінки стійкості на інтервалі оцінка асимптотичної стійкості лінійних параметричних кіл може бути виконана за частотним символьним методом при апроксимації нормальної передавальної функції кола тригонометричним поліномом. Зокрема, показано, що:

4.1. Апроксимація $\hat{W}(s,\xi)$ нормальної параметричної передавальної функції у вигляді тригонометричного полінома за частотного символьного методу переводить проблему оцінки асимптотичної стійкості кола від побудови і дослідження характеристики збіжності бічастотної функції $W(s,r)$ до звичайного знаходження кореня знаменника $\Delta(s)$ нормальної передавальної функції кола $W(s,\xi)$ з найбільшою дійсною частиною.

4.2. Знаменники передавальної функції $W(s,\xi)$ параметричного кола та передавальної функції $G(s,\xi)$ інерційної частини цього кола за апроксимації тригонометричними поліномами – однакові, у зв'язку з чим корені знаменника функції $W(s,\xi)$ вперше рекомендовано визначати за коренями знаменника функції $G(s,\xi)$, що суттєво спростило оцінку стійкості.

Результати числових експериментів, отримані на основі частотного символьного методу та за програмою Micro-Cap 7.0, збіглися, що переконує у коректності викладеного матеріалу.

5. На основі поданих моделей параметричного елемента автором розроблено (розд.5, розд.6) ряд методів побудови частотних символьних моделей лінійних параметричних кіл, зокрема:

- модель кола з додатковими незалежними джерелами сигналу;
- модель колаз моделями параметричних двополюсників;
- модель кола з керованими джерелами;
- модель кола з однією комплексною змінною;
- модель кола, що об'єднує метод однієї змінної та керованих джерел.

Розглянуто особливості кожної запрпонованої частотної символьної моделі параметричного кола. Результати проведених числових експериментів переконують у коректності застосування математичного апарату та адекватності отриманих моделей.

Запропоновані частотні моделі параметричних кіл дозволяють виключно у частотній області проводити аналіз, статистичні дослідження та оптимізацію параметричних кіл за допомогою та на основі традиційних методів і програм, що використовуються при символьному аналізі лінійних кіл з постійними параметрами.

6. Запропонована частотна символьна модель параметричного кола для багатоваріантного аналізу, яка дозволяє швидко отримувати значення схемних функцій для обраних значень змінних s, t та параметрів елементів кола, а також обчислювати похідні схемних функцій по цим змінним та параметрам.

7. Частотний символьний метод визначення параметричних передавальних функцій лінійних параметричних кіл автором поширено (Розд.6) на випадок кола з кількістю параметричних елементів, більшою одного.

8. Методи побудови частотних символьних моделей кіл за зручністю користування та обчислювальним затратам запропоновано (Розд.6) поділити на дві групи згідно наступних випадків: а) у колі декілька (один, два) параметричних елементів; б) у колі більшість чи всі елементи параметричні. У дисертації зроблено висновок про те, що у останньому випадку найбільш привабливим методом формування частотної символьної моделі кола є запропонований автором об'єднаний метод однієї комплексної змінної та керованих джерел, у якому параметричні та реактивні елементи кола представляються частотними символьними моделями, та схемні функції формуються без зайвих дробів.

9. Застосування моделі кола з однією комплексною змінною та керованими джерелами виявило доцільність формування рівняння Л.А.Заде у матричній формі, яка може бути застосована як до СЛДР, що описує коло в цілому, так і до СЛДР, що описує коло відносно його зовнішніх вузлів.

10. Запропонована автором матрична форма рівняння Л.А.Заде, розроблені методи його розв'язування та формування на цій основі частотних моделей за оцінки стійкості створюють загальну та цілісну теорію символьного аналізу лінійних параметричних кіл у частотній області, яка уможливила подальший багатоваріантний аналіз, оптимізацію та синтез таких кіл проводити виключно у частотній області та при максимальному використанні програмного забезпечення, створеного для символьного аналізу лінійних кіл з постійними параметрами.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Шаповалов Ю. Аналіз параметричного модулятора частотним символьним методом // Вісн. ДУ "Львівська політехніка". Радіоелектроніка та телекомунікації. - 2000. – № 387 – С. 182-186.

2. Шаповалов Ю. Аналіз параметричних підсилювачів частотним символьним методом / Ю. Шаповалов, І. Шмотолоха // Вісн. ДУ "Львівська політехніка". Радіоелектроніка та телекомунікації, 2000. – № 399. – С. 40-48.

3. Шаповалов Ю. І. Визначення коефіцієнтів передачі параметричних кіл частотним символьним методом // Вісник ДУ "Львівська політехніка". Радіоелектроніка та телекомунікації, 1998. - №352. - С.52-55.

4. Шаповалов Ю. І. Визначення початкових умов для вихідного сигналу у лінійному параметричному колі / Ю. І. Шаповалов, С. В. Маньковський // Зб. Наук. Пр.. ІПМЕ НАН України. – Вип. 54. – К. : 2009. – С. 199-206.

5. Шаповалов Ю. І. Два методи формування диференціальних рівнянь лінійних параметричних кіл у символьному вигляді / Ю. І. Шаповалов, С. В. Маньковський // Вісн. НУ „Львівська політехніка". Радіоелектроніка та телекомунікації. – 2009. – №645. – С. 161-167.

6. Шаповалов Ю. І. Дослідження ітераційного методу розрахунку перехідних процесів у параметричних колах / Ю. І. Шаповалов, С. Ю. Дуриманов // Вісник ЛПІ. Теорія проектування напівпровідникових та радіоелектронних пристроїв, 1995. - №289. – С. 86-89.

7. Шаповалов Ю. І. Застосування топологічних методів за символьного аналізу лінійних параметричних кіл / Ю. І. Шаповалов, С. В. Маньковський // Вісн. НУ

«Львівська політехніка». Радіоелектроніка та телекомунікації. – 2008. – № 618.– С.76–81.

8. Шаповалов Ю. І. Ітераційний метод розрахунку перехідних процесів у лінійних параметричних колах / Ю. І. Шаповалов, С. Ю. Дуриманов // Вісник ЛПІ. Теорія проектування напівпровідникових та радіоелектронних пристроїв, 1994. - № 280. – С. 63-65.

9. Шаповалов Ю. И. Итерационные методы расчета переходных процессов в линейных цепах // Известия вузов СССР.Радиоэлектроника. – 1990. – №6. – С. 86-88.

10. Шаповалов Ю. І. Метод оцінки асимптотичної стійкості лінійних параметричних кіл у частотній області // Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. Моделювання та інформаційні технології. – Вип. 58. – К. : 2010. – С. 195-201.

11. Шаповалов Ю. І. Метод побудови математичних моделей лінійних параметричних кіл відносно зовнішніх вузлів // Зб. Наук. Пр.. ІПМЕ НАН України. – Вип.49. – К. : 2008. – С. 158-168.

12. Шаповалов Ю. І. Метод формування рівнянь лінійних параметричних кіл / Ю. І. Шаповалов, А. Є. Гуляйгродський // Вісник НУ «Львівська політехніка». Радіоелектроніка та телекомунікації – Львів, 2006. - № 557. – С. 3-9.

13. Шаповалов Ю. Моделювання лінійних параметричних кіл частотним символьним методом // Вісн. ДУ "Львівська політехніка", 1998. – №343. – С. 126-132.

14. Шаповалов Ю. И. Об оценке устойчивости линейных параметрических цепей при частотном символьном анализе / Ю. И. Шаповалов, Б. А. Мандзий, С. В. Маньковский // Изв. Вузов: Радиоэлектроника. – 2010. – № 9. – С 11-17.

15. Шаповалов Ю. І. Обчислення похідних заданого сигналу на ЕОМ / Ю. І. Шаповалов, С. Ю. Дуриманов // Вісник ДУ "Львівська політехніка". Теорія і проектування напівпровідникових та радіоелектронних пристроїв, 1996. - №302. - С.69-71.

16. Шаповалов Ю. І. Особливості оцінки асимптотичної стійкості лінійних параметричних кіл частотним символьним методом // Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. Моделювання та інформаційні технології. – Вип.56. – К.: 2010. – С. 132-135.

17. Шаповалов Ю. І Оцінка асимптотичної стійкості лінійних параметричних кіл за допомогою рядів Фур'є / Ю. І. Шаповалов, Д. Р. Смаль // Вісн. НУ «Львівська політехніка». Радіоелектроніка та телекомунікації – 2010. – №680. – С.18-21.

18. Шаповалов Ю. Підвищення ефективності частотних методів аналізу параметричних кіл / Ю. Шаповалов, Б. Шувар // Вісник ДУ "Львівська політехніка". Теорія і проектування радіоелектронних пристроїв, 1996. – № 302. – С. 71-73.

19. Шаповалов Ю. І. Про можливість застосування матричних та топологічних методів до моделювання лінійних параметричних кіл // Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. – Вип.48. – К. : 2008. – С. 140-148.

20. Шаповалов Ю. І. Про точність аналізу лінійних параметричних кіл частотним символьним методом / Ю. І. Шаповалов, С. В. Маньковський // Вісн. НУ «Львівська політехніка». Електроенергетичні та електромеханічні системи. – 2010. – №671. – С. 128-134.

21. Шаповалов Ю. І. Результати тестування програми символьного аналізу лінійних параметричних кіл / Ю.І. Шаповалов, С. В. Маньковський // Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України : Моделювання та інформаційні технології. – К. : 2008. – Вип. 49. – С.257-265.

22. Шаповалов Ю. Символьний аналіз лінійних параметричних кіл: стан питань, зміст і напрями застосування / Ю. Шаповалов, Б. Мандзій // Теоретична електротехніка. – 2007. – Вип. 59. – С. 3-9.

23. Шаповалов Ю.І. Символьні моделі лінійних параметричних кіл у частотній області // Зб. наукових праць «Моделювання та інформаційні технології». – 2011. – випуск 60. – С. 120-127.

24. Шаповалов Ю. Формування рівнянь лінійних параметричних кіл топологічним методом // Вісн. НУ «Львівська політехніка». Радіоелектроніка та телекомунікації. – 2007. – № 595. – С. 3-7.

25. Шаповалов Ю. І. Формування символьних рівнянь лінійних параметричних кіл методами виключення змінних // Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. Моделювання та інформаційні технології. – Вип. 48. – К. : 2008. – С. 173-181.

26. Шаповалов Ю. І. Частотна модель параметричного елемента у лінійному параметричному колі // Зб. наук. пр. ІПМЕ НАН України. Моделювання та інформаційні технології. – Вип. 50. – К. : 2009. – С. 151-157.

27. Шаповалов Ю.І. Дослідження частотних символьних моделей одноконтурного параметричного підсилювача / Ю.І. Шаповалов, Д.Р. Смаль // Вісник НУ «Львівська політехніка». Радіоелектроніка та телекомунікації – 2011. – №705. – С.52-58.

28. Shapovalov Yu. Mathematical model of linear parametric circuits relative to their external nodes / Yu. Shapovalov, B. Mandziy, S. Mankovsky // Przeglad Elektrotechniczny. – 2010. – Vol.86, № 1. – P.161–163.

29. Shapovalov Yu. The peculiarities of analysis of linear parametric circuit performed by frequency-symbolic method / Yu. Shapovalov, B. Mandziy, S. Mankovsky // Przeglad Elektrotechniczny. – 2010. – Vol.86, № 1. – P.158–160.

30. Shapovalov Yu. The peculiarities of frequency symbolic method applied to parametric circuits analysis / Yu. Shapovalov, B. Mandziy, S. Mankovsky // Przeglad Elektrotechniczny. – 2011. – Vol.87, № 5. – P.155–159.

31. Shapovalov Yu. Theoretical Bases of Asymptotic Stability Assessment of Linear Parametric Circuits According to Frequency Method /Yu. Shapovalov, B. Mandziy // Computational Problems of Electrical Engineering. – 2011. – Vol.1, No.1. – P.83–88.

АНОТАЦІЯ

Шаповалов Ю.І. Розвиток теорії символьного аналізу лінійних параметричних кіл у частотній області. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.09.05 – теоретична електротехніка. – Національний університет “Львівська політехніка”, Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України, Львів, 2012.

Дисертація присвячена розвитку теорії символьного аналізу лінійних параметричних кіл у частотній області і усталеному режимі та основана на формуванні частотних символьних параметричних передавальних функцій, які визначаються з рівняння Л.А.Заде. Подано частотний символьний метод розв’язування рівняння Л.А.Заде, який передбачає апроксимацію передавальної функції тригонометричним поліномом, використовує один з гальоркінських методів розв’язування диферен-

ціальних рівнянь та зводиться до символьного розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Частотний символьний метод показав високу ефективність при оцінці асимптотичної стійкості.

У роботі подано ряд методів формування моделей параметричних кіл у вигляді систем диференціальних рівнянь відносно зовнішніх вузлів у часовій області та ряд методів формування моделей параметричних елементів та параметричних кіл в цілому у вигляді систем лінійних алгебраїчних рівнянь у частотній області.

Матеріал ілюструється великою кількістю прикладів. Подано результати аналізу за частотним символьним методом ряду типових параметричних кіл, зокрема, генератора пилоподібних сигналів, перетворювача частоти, синхронного детектора, модулятора, одноконтурного та двоконтурного параметричного підсилювача.

Частотний символьний метод аналізу лінійних параметричних кіл реалізовано у пакеті програм SAPC.

Ключові слова: лінійне параметричне коло, частотний символьний метод, символьний метод, частотна символьна модель, асимптотична стійкість.

АННОТАЦИЯ

Шаповалов Ю.И. Развитие теории символьного анализа линейных параметрических цепей в частотной области. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.09.05 – теоретическая электротехника. – Национальный университет «Львовская политехника», Министерство образования и науки, молодежи и спорта Украины, Львов, 2012.

Диссертация посвящена развитию теории символьного анализа линейных параметрических цепей в частотной области и установившемся режиме, основана на формировании частотных символьных параметрических передаточных функций, которые определяются из уравнения Л.А.Заде. Представлен частотный символьный метод решения уравнения Л.А.Заде, который предполагает аппроксимацию передаточной функции тригонометрическим полиномом, использует один из галеркинских методов решения дифференциальных уравнений и сводится к символьному решению систем линейных алгебраических уравнений.

Частотный символьный метод показал высокую эффективность при оценке асимптотической устойчивости.

В работе представлен ряд методов формирования моделей параметрических цепей в виде систем дифференциальных уравнений относительно внешних узло в часовой области и ряд методов формирования моделей параметрических элементов и параметрических цепей в целом в виде систем линейных алгебраических уравнений в частотной области.

Материал иллюстрируется большим количеством примеров. Представлены результаты анализа частотным символьным методом ряда типовых параметрических цепей, в частности, генератора пилообразных сигналов, преобразователя частоты, синхронного детектора, модулятора, одноконтурного и двухконтурного параметрического усилителя.

Частотный символьный метод анализа линейных параметрических цепей реализован в пакете программ SAPC.

Ключевые слова: линейная параметрическая цепь, частотный символьный метод, символьный метод, частотная символьная модель, асимптотическая устойчивость.

THE SUMMARY

Shapovalov Yu. The development of the theory of symbolic analysis of linear parametric circuits in the frequency domain. – On the manuscript.

Thesis for a doctor of technical sciences degree in specialty 05.09.05 – theoretical electrical engineering. – Lviv Polytechnic National University, Ministry of Education and Science, Youth and Sport of Ukraine, Lviv, 2012.

Thesis is devoted to developing the theory of symbolic analysis of linear parametric circuits in the frequency domain and steady state behavior, are based on the formation of frequency symbolic parametric transfer functions, which are determined from the equation of L.A.Zadeh.We showed the frequency symbolic method of solving equation of L.A. Zadeh, which involves an approximation of the transfer function of a trigonometric polynomial, using the one of methods of Galerkin for solving differential equations and are reduced to the symbolic solution of systems of linear algebraic equations.

The frequency symbolic method showed the high efficiency under asymptotic stability evaluation.

This paper presents a number of methods of forming models of parametric circuits in the form of systems of differential equations with respect to external nodes in time domain and a number of methods of forming patterns of parametric elements and parametric circuits in general in the form of systems of linear algebraic equations in the frequency domain.

The material is illustrated by many examples. There are presented results of the analysis by frequency symbolic method series of typical parametric circuits, in particular, the oscillator of sawtooth signal, the frequency converter, the synchronous detector, modulator, and the single-circuit and double-circuit parametric amplifier .

The frequency symbolic method of analysis of linear parametric circuits are implemented in the software package SAPC.

Keywords: linear parametric circuit, the frequency symbolic method, symbolic method, the frequency symbolic model, asymptotic stability.