

(Проект "Видача державних актів на право власності на землю у сільській місцевості та розвиток системи кадастру")

ПРИНЦИПИ ВСТАНОВЛЕННЯ ТА ПРАКТИКА ВИКОРИСТАННЯ КАРТОГРАФІЧНИХ ПРОЕКЦІЙ ДЛЯ МАТЕМАТИЧНОГО ВІДОБРАЖЕННЯ КАДАСТРОВИХ ЗНІМАНЬ

© Кубах С., 2011

Рассмотрены принципы создания и использования картографических проекций для проведения землеустроительных работ.

The principles of creation and use of map projections for land management.

Постановка проблеми. Сьогодні накопичено великий досвід застосування геодезичних проекцій для математичної обробки геодезичних вимірювань та картографічних проекцій для створення карт. Відмінною особливістю геодезичних проекцій є висока точність обчислень та їх обмежене число, яке застосовується на практиці. Картографічних проекцій, запропонованих коли-небудь, є дуже і дуже багато, оскільки кількість проекцій, мислимих з теоретичного погляду, безмежна. Цілком певного правила чи математичного закону для вибору проекції не існує.

Теорія геодезичних проекцій має багато спільного з теорією картографічних проекцій, проте якщо від останніх вимагають насамперед малості спотворень, то від геодезичних проекцій – можливості строгого і простого їх врахування.

Якщо для створення карт різного призначення використовується широкий спектр картографічних проекцій, для яких розроблено теоретичні основи і критерії пошуку "ідеальних" (найкращих) проекцій, то для геодезичних проекцій існує практично єдиний критерій зменшення спотворень – вибір оптимального варіанта проектування. За "класичною" технологією виконання геодезичних робіт було знайдено відносно оптимальне співвідношення між властивостями геодезичних проекцій та завданнями крупномасштабного (до 1:10 000) картографування територій. Для більш крупних масштабів, особливо на території великих населених пунктів, традиційно використовували місцеві системи координат та відповідні проекції, тобто створювали відповідну територіальну топографо-геодезичну модель.

З одного боку, створення територіальної топографо-геодезичної моделі було, безперечно, позитивним явищем, а з іншого, – спричиняло конфлікти різного роду. Вони виникали через необхідність визначення з високою точністю параметрів переходу від місцевої системи координат до державної системи геодезичних координат СК-42. Помилки координат опорних геодезичних мереж у місцевій системі, а часто і незнання координат пунктів цих мереж у системі координат СК-42 часто унеможлилювали дотримання цієї умови. Крім цього, виникла необхідність визначення параметрів переходу від місцевих систем координат до існуючих міських систем координат. Вирішити цю проблему дуже складно, оскільки позначаються помилки старих локальних геодезичних мереж і місцевих систем координат.

Усунути цю суперечність можливо лише створюючи нові місцеві системи координат, а також під час реконструкції експлуатованих систем, спираючись на нову державну геодезичну референцну систему координат УСК-2000, але за умови мінімуму розбіжностей зі старими системами координат. Це особливо важливо в містах і на урбанізованих територіях, де інженерні інфраструктури юридично зафіксовані в старих координатних системах.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Відомо, що для мінімізації спотворень при відображенні області еліпсоїда на площині, довільній за формою і розмірами, в загальному існує два варіанти: 1) підбір виду проекції, у якій ізоколи (лінії рівних лінійних спотворень) близькі за своєю формою до контурів границь зображуваної області; в цьому випадку отримують проекцію, що задовольняє умову Чебишова–Граве про найкращі проекції; 2) підбір часткового масштабу довжини в початковій точці проекції регулюється розподілом спотворень всередині зображуваної області. Як відомо, в загальному випадку жодна з окремо взятих проекцій не може мати форму ізоколи, що наближається до контурів границь зображуваних територій (наприклад, циліндричні проекції зручні для територій, що витягнуті уздовж меридіана, конічні – вздовж паралелі, азимутальні – округлої форми).

Класичні питання вибору картографічної проекції докладно розкрито у навчальному посібнику Д.В. Граур [6], атласі для вибору картографічних проекцій Г.А. Гінзбурга і Т.Д. Салманова [5]. Більш сучасні дослідження наведено у [1, 7, 8] і групи авторів із Науково-дослідного інституту геодезії і картографії у [3].

У зазначених роботах при виборі картографічних проекцій простежується основна теза – важливо враховувати характер і максимальні величини спотворень у межах області, що зображується, а вони визначаються залежно від призначення і змісту карти. Наприклад, якщо карта повинна показувати територіальне розміщення елементів, то застосовується будь-яка з рівновеликих проекцій, або близька до них; якщо на карті показуються динамічні процеси (течії, вітри, комунікації тощо), то краще вибрати рівнокутні проекції.

Зазначається також, що у більшості випадків, коли це можливо не на шкоду якості, потрібно вносити у вибір проекцій спрощення [4]. У найпростіших випадках, які важливі в силу своєї численності, цей вибір перетворюється на звичайну технічну операцію, і справа зводиться до використання єдиного запропонованого рішення або до вибору між однією – двома видами проекцій, що багаторазово раніше вже використовувались.

При складніших умовах доводиться вже зіставляти і зважувати, проекція якого класу з числа декількох поширених буде найбільш придатною, а також, який прийняти характер спотворень у межах трьох відомих їх градацій: рівновеликі, равнопроміжні, рівнокутні.

У ще складніших випадках не завжди можна обмежуватися використанням проекцій поширених класів і доводиться порівнювати проекції, більш різноманітні за характером спотворень. І, нарешті, в окремих випадках виявляється, що жодна з раніше відомих проекцій не може дати зважене рішення і, отже, постає необхідність видозмінити одну з відомих проекцій або відшукати зовсім нову, яка б найбільш відповідала всій сукупності поставлених вимог.

Разом з тим існують фундаментальні проблеми математичної картографії, які досі не вирішено. У початковій стадії знаходиться розроблення теорії і способів отримання найкращих рівновеликих і довільних за характером спотворень проекцій; потребує розроблення проекцій, що оптимально задовольняють всі вимоги до математичної основи карт конкретного призначення і територіального охоплення.

Один із головних висновків, які можна зробити із аналізу літературних джерел: для крупномасштабних топографічних карт доцільно застосовувати ту проекцію, яка прийнята в цій країні для плоских прямокутних координат у геодезії. В Україні це рівнокутна циліндрична проекція Гаусса–Крюгера.

Постановка завдання. Метою роботи є дослідження питань доцільності вибору картографічних проекцій для розв’язання завдань землеустрою та кадастру.

Виклад основного матеріалу. Термін “картографічні проекції” означає відображення всієї поверхні земного еліпсоїда або якої-небудь її частини (області) на площині, яке отримують переважно для побудови карти або це математичний спосіб побудови на площині картографічної сітки (сітки паралелей і меридіанів), на основі якої на карті зображують поверхню земного еліпсоїда чи її частину.

Використання та вибір картографічних проєкцій залежать головним чином від призначення карти та її масштабу, якими часто обумовлюється характер спотворень, що допускаються.

Вибір картографічних проєкцій залежить від багатьох факторів, які можна поділити на три групи.

До *першої* належать фактори, що характеризують об'єкт картографування. Це географічне положення зображуваної території, її розміри, форма границь (конфігурація). *Друга* група містить фактори, що характеризують створювану карту, способи та умови її використання. У цю групу входять: призначення та спеціалізація, масштаб і зміст карти, завдання, які будуть вирішуватися за нею (картометричні, навігаційні тощо), вимоги до їх точності, способи використання карти (настільна, настінна, електронна), аналіз картографічної інформації, умови роботи з картою та передавання на них відносних характеристик об'єктів картографування (географічного положення одних територій щодо інших, їх площ і форм), вимоги щодо відображення комунікацій і зв'язку між елементами територій.

До *третьої* групи належать фактори, які характеризують отримувану картографічну проєкцію. Це характер спотворень, умови забезпечення мінімуму спотворень і допустимі максимальні спотворення довжин, кутів і площ, характер їх розподілу, кривина зображення геодезичної лінії, локсодромії, умови зображення інших ліній положення, стереографічність проєкції (ступінь передавання форм території), кривина зображення ліній картографічної сітки, вимоги її ортогональності, забезпечення заданих величин відхилень від прямого кута між зображеннями меридіанів і паралелей, характер зображення полюсів, умови симетричності картографічної сітки відносно середнього меридіана і екватора, умови їх зображення (розміри зображення екватора щодо середнього меридіана і полюсів, якщо вони зображаються лініями).

Вибирають картографічні проєкції у два етапи: на першому встановлюється сукупність проєкцій (або їх властивості), з яких доцільно їх вибирати, на другому визначають шукану проєкцію.

Всі фактори першої групи, як правило, повинні бути заданими. Їх облік передбачає, насамперед, вибір таких проєкцій, в яких їхні центральні точки і центральні лінії (поблизу них масштаби змінюються повільно) знаходяться в центрі території, що картографується, а центральні лінії спрямовані, за можливістю, у напрямку найбільшої протяжності цих територій.

Тому для багатьох карт обирають:

- а) циліндричні проєкції – для територій, розташованих у районі і симетрично відносно екватора, і витягнутих по довготі;
- б) конічні проєкції – для таких самих територій, але несиметричних відносно екватора або розташованих у середніх широтах;
- в) азимутальні проєкції – для зображення полярних областей;
- г) поперечні і косі циліндричні проєкції – для зображення територій, витягнутих уздовж меридіанів;
- д) поперечні або косі азимутальні проєкції – для показу територій, абрисів яких близькі до кола.

Отже, облік факторів цієї групи дає можливість попередньо встановити сукупність проєкцій (або їх властивостей), з якої доцільно визначити шукану проєкцію.

Друга група чинників є основною для вирішення поставленої задачі. Саме за умовами цієї групи визначають відносну значимість факторів третьої групи: які з них є в конкретному випадку найістотнішими, а які фактори можна не враховувати. При цьому деякі з вимог, наприклад, про бажаний характер спотворень проєкції, максимально допустимі їх величини, зображення полюсів, симетричність або асиметричність картографічної сітки тощо в певних випадках підлягають безумовному врахуванню. Це означає, що вибирають проєкцію в конкретному випадку тільки з сукупності проєкцій, в якій поставлені вимоги повністю задовольняються, наприклад, тільки з рівновеликих проєкцій або тільки з проєкцій з ортогональною сіткою тощо.

Тобто, фактори, що отримують у конкретному випадку, мають безумовну значимість, що разом з факторами першої групи дають змогу загалом виконати першу частину завдання: встановити сукупність проєкцій (або їх властивостей), які можна використовувати для розв'язання конкретної задачі.

Після виділення всіх цих факторів, що підлягають обов'язковому обліку, виконують ранжування (ієрархію) всіх інших факторів, визначають відносну значимість кожного з них під час вибору конкретної проекції.

Вибирати картографічні проекції можна в автоматичному режимі або традиційними методами, заснованими на порівняльному аналізі різних картографічних проекцій, які можуть бути використані для створення конкретної карти.

Вибираючи проекцію традиційним методом, який сьогодні поки що найпоширеніший, порівняльний аналіз картографічних проекцій здійснюють на основі врахування впливу (значною мірою суб'єктивного) окремих зазначених вище факторів.

Як вже зазначалося, враховуючи фактори першої групи, можна встановити сукупність проекцій, з яких доцільно визначати шукану проекцію. Вплив цих факторів зростає разом зі збільшенням розмірів зображуваних областей.

Для зменшення величин спотворень і забезпечення кращого їх розподілу, особливо у разі картографування великих територій, прагнуть, крім урахування стану центральних точок і ліній проекцій та їх відповідності географічному положенню території, домогтися, щоб ізолінії збігалися зі схематизованими абрисами зображуваних областей. Подібно аналізується вплив призначення, змісту (спеціалізації) карти, способу її використання, аналізу картографічної інформації (з використанням ЕОМ чи без), формату видання тощо. Такий аналіз виконується у кожному конкретному випадку створення карти.

Розглядаючи питання про вибір проекцій для карт, в яких основну картографічну інформацію відображено способом ізоліній, слід пам'ятати про призначення, спеціалізацію карт, які завдання вони мають виконувати.

У тих випадках, коли зображають великі за площею області і, отже, спотворення довжин і площ сягатимуть значних величин, знехтувати якими неможливо, слід вибирати не ті проекції, в яких спотворення довжин мінімальні, а ті, в яких простіше враховувати вплив цих спотворень.

Геодезичні проекції – відображення поверхні земного еліпсоїда на площину, здійснені за певними законами. Їх застосовують для числової обробки геодезичних мереж і для вирішення різних практичних завдань з використанням результатів геодезичних вимірювань на місцевості, а також під час побудови топографічних карт масштабів крупніше 1:1000000. Використання під час топографічного знімання місцевості пунктів геодезичних мереж як опорних призводить до необхідності укладання матеріалів знімань у цю мережу без будь-яких додаткових редукувань їх на площину, крім редукацій масштабного характеру. Цим обумовлений вибір геодезичних проекцій з числа саме конформних проекцій. Вони характеризуються тим, що у будь-якій точці проекції зберігається сталість масштабу в усіх напрямках у межах малої області, для якої ця точка – центральна, тобто в малому забезпечується геометрична подібність оригіналу та його відображення. Якщо координати опорних пунктів топографічного знімання буде обчислено в обраній геодезичній проекції точно, то масштаб буде враховано автоматично, і не потрібно ніяких редукацій знімальних матеріалів.

Характер розподілу поверхні еліпсоїда на частини (зони) залежить від обраної геодезичної проекції. У теорії цих проекцій даються формули, які дають змогу строго здійснювати перенесення з еліпсоїда на площину (і навпаки) координат точок, довжин ліній та їх напрямів, обчислювати масштаб і переходити з однієї зони проекції в іншу. Маючи такий аналітичний апарат і виконавши обчислення відносно початкового пункту геодезичної мережі і вихідної її сторони, можна потім цю мережу розглядати на площині і обробляти її за формулами прямолінійної тригонометрії та аналітичної геометрії.

Сьогодні під час топографо-геодезичних робіт, зокрема для задач земельного кадастру застосовують три різні типи систем координат: СК63/СК42, УСК-2000, місцеві системи.

Основна задача, що розв'язується при встановленні системи координат, – забезпечення математичного зв'язку між величинами, що вимірюються на фізичній поверхні Землі, та їх відображенням на математичній поверхні – земному еліпсоїді.

У земельному кадастрі застосування проекції Гаусса–Крюгера в плоских прямокутних координатах обумовлено декількома причинами: по-перше, необхідністю передачі даних у єдиній системі координат на всій території України; по-друге, традиціями щодо принципів створення

координатного середовища, що склалися вже десятиліттями, простотою алгоритму перетворення координат, наявністю великої кількості інструкцій і рекомендацій, адаптованістю до нових технологій. Тому, на наш погляд, за всіх своїх недоліків альтернативи використанню геодезичної проекції Гаусса–Крюгера в Україні просто немає. Сучасні підходи до отримання нових проекцій на основі досліджень математичної картографії, які б забезпечували мінімально можливі спотворення геометричних об'єктів, стосуються переважно картографічних проекцій.

Із теорії геодезичних проекцій відомо, що величини лінійних спотворень залежать від площі території, яка відображається у проекції, і тому можна добитися мінімальної залежності від форми її границь. Водночас кривина зображення геодезичної лінії земного еліпсоїда на площині і поправки у напрямки та відстані, що нею зумовлені, будуть менш значимі тому, що геодезичні проекції, зокрема і проекція Гаусса–Крюгера, є конформними.

Нами поставлена задача підібрати такі площі ділянок еліпсоїда – зони, які б проектувалися на площину у проекції Гаусса–Крюгера з мінімально допустимими спотвореннями. Очевидно, що такими мінімально допустимими спотвореннями можуть бути облікові одиниці площ [9]:

- 1 м^2 – у містах республіканського та обласного підпорядкування;
- 15 м^2 – у містах районного підпорядкування і селищах;
- 100 м^2 – у сільських населених пунктах.

Відомо також, що у центрі координатної зони, спроектованої на площину, спотворення взагалі відсутні і зростають з віддаленням від осевого меридіана зони, отже, початком контуру площі буде саме цей меридіан.

З іншого боку, в Україні для управління ринком землі та підвищення ефективності використання земельних ресурсів створюється автоматизована система земельного кадастру, що ґрунтується на цифровій інформації про індексно-кадастрове зонування території. За основу кадастрового зонування взято адміністративно-територіальний устрій – границі адміністративних районів і рад, границі населених пунктів. Роботи з індексно-кадастрового зонування проводяться територіальними органами земельних ресурсів. Аналізуючи результати цих робіт, можна вважати, що у середньому площа однієї адміністративно-територіальної одиниці в Україні становить близько $10\,000 \text{ га}$, або 100 км^2 .

Підбирали площі так. Відомо, що теоретично “точно” визначити площу ділянки еліпсоїда P_e можна методом числового інтегрування за контуром, заданим геодезичними широтами B та довготами L [10]

$$P_e = a^2 \times (1 - e^2) \iint (1 - e^2 \sin^2 B)^{-2} \cos B dL dB, \quad (1)$$

де a, e^2 – параметри еліпсоїда.

У практичній землевпорядній діяльності межі об'єктів на площині, що знаходяться в одній зоні проекції Гаусса–Крюгера, визначаються кусково-лінійними поліномами. Ці поліноми задаються плоскими прямокутними координатами x, y початків та кінців лінійних відрізків. Тоді площу об'єкта, що складається із n -точок повороту лінійних відрізків, можна обчислити за відомою формулою

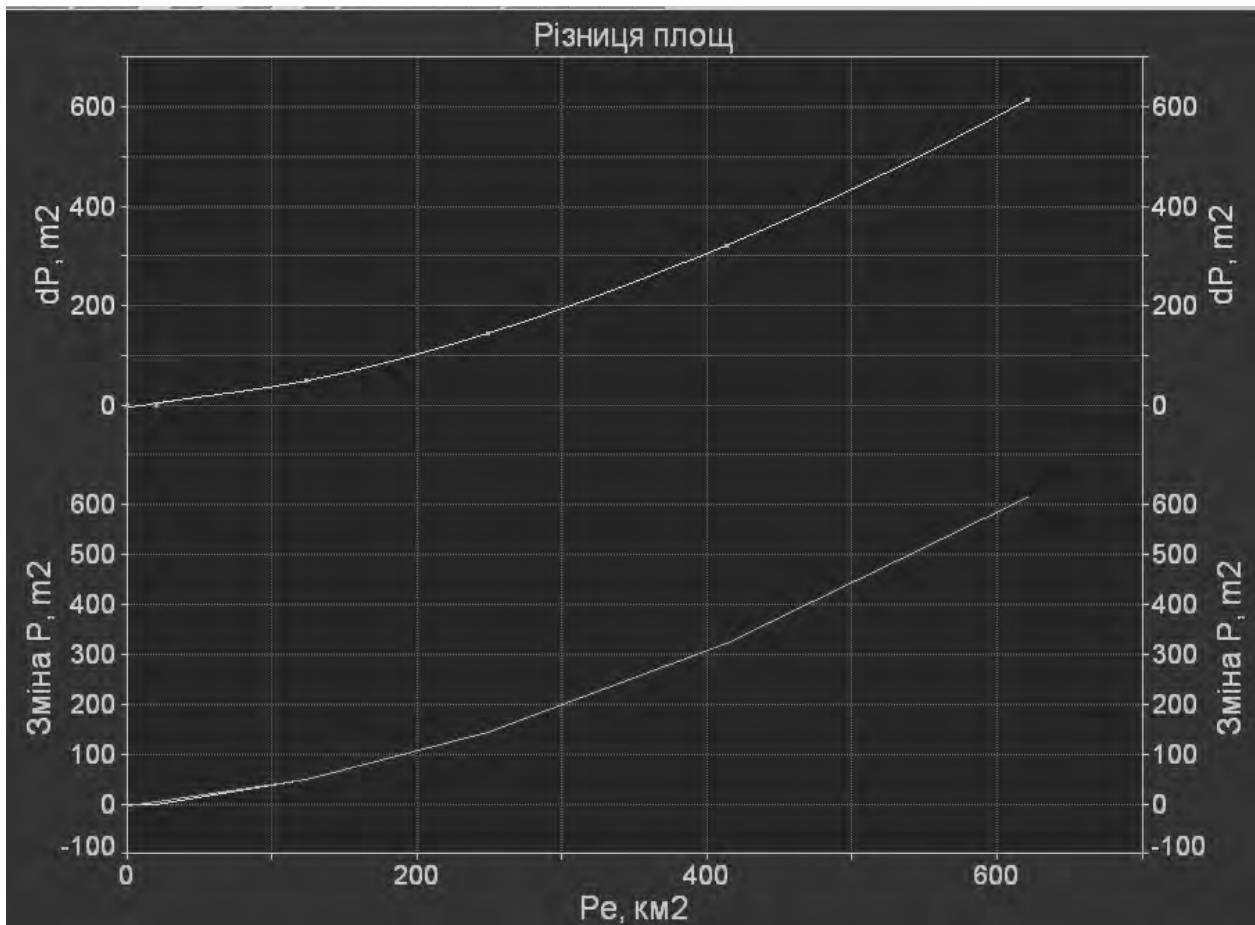
$$P_{пл.} = 0.5 \times \sum_{i=1}^n x_i \times (y_{i+1} - y_{i-1}). \quad (2)$$

Для різних розмірів ділянок поверхні еліпсоїда Красовського було обчислено різниці площ ($P_{пл.} - P_e$) на широті $B = 48^\circ$. Результати обчислень наведено у таблиці.

Результати обчислення площ

Кутовий розмір, ' × '	Лінійний розмір, км × км	Площа, км ²	($P_{пл.} - P_e$), м ²
15×18	28×22	621	615.5
12×15	22×19	414	321.9
9×12	17×15	249	143.6
6×9	11×11	124	49.4
3×3	6×4	21	0.2

За даними таблиці було побудовано графік (рис.) різниці площ у функції розмірів ділянки (нижня частина графіка) та отримано його сплайн-апроксимацію (верхня частина графіка).



Залежність зміни площі від розмірів ділянки

Отже, для ділянки розміром до 20 км² з одного боку осьового меридіана спотворень взагалі не буде, а для адміністративно-територіальної одиниці, площа якої становить близько 100 км², вони не перевищуватимуть 30 м².

Висновки. Запропоновано використовувати як геодезичну проекцію добре відому проекцію Гаусса-Крюгера, обмеживши її дію застосування зоною, що охоплює адміністративно-територіальну одиницю. У межах цієї території може бути своя місцева система координат, принципи створення якої повинні ґрунтуватися на однозначному зв'язку із загальнодержавною референційною системою координат УСК-2000. Але введення місцевої системи координат не означає встановлення якоїсь особливої геодезичної системи координат зі своїм початком і орієнтуванням осей, як це часто практикувалося у минулому. Місцеві системи створюються у державній геодезичній референційній системі в проекції Гаусса-Крюгера з використанням еліпсоїда Красовського. Тому на картах, що складаються у місцевій системі координат і у державній УСК-2000, геодезичні координати B, L контурів будуть однаковими, хоча плоскі прямокутні координати у місцевій системі координат і аналогічні координати стандартної зонної градації (6^0 чи 3^0) території України у проекції Гаусса-Крюгера будуть різними.

Основними параметрами місцевої системи координат повинні бути:

- довгота осевого меридіана вибраної зони L_o^M ;
- координати умовного початку x_0^M, y_0^M ;
- масштаб на осевому меридіані $m = 1$.

Розвиток сучасних супутникових технологій, що ґрунтуються на наземній GNSS-інфраструктурі (активні мережі референцних станцій) дасть змогу у перспективі перейти від застосування геодезичних проєкцій на вимірювальній стадії до використання просторових координат. У цьому випадку за умови реконструкції місцевих геодезичних мереж у великих населених пунктах, селищних та сільських радах, розв'яжуться дві проблеми: це розширення території місцевої геодезичної мережі (до 200 км²) без втрати якості взаємного положення об'єктів і радикальне зменшення густоти опорних геодезичних пунктів (з 4 пунктів на 1 км² міської території до одного (!) пункту (станції) на 2 000 км²).

1. Барановський В.Д. Пошуки оптимальних картографічних проєкцій для великомасштабного картографування України // *Вісник геодезії і картографії*. – 2004. – № 3. 2. Барановський В.Д., Карпінський Ю.О., Лященко А.А. Топографо-геодезичне та картографічне забезпечення ведення державного земельного кадастру. *Визначення площ територій / За заг. ред. Ю.О. Карпінського*. – К.: НДІГК, 2009. – 92 с. 3. Барановський В.Д., Карпінський Ю.О., Кучер О.В., Лященко А.А. Топографо-геодезичне та картографічне забезпечення ведення державного земельного кадастру. *Системи координат і картографічні проєкції / За заг. ред. Ю.О. Карпінського*. – К.: НДІГК, 2009. – 96 с. 4. Бугаевский Л.М. *Математическая картография*. – М.: Златоуст, 1998. 5. Гинзбург Г.А., Салманова Т.Д. *Атлас для выбора картографических проєкций // Труды ЦНИИГАиК*. – Вып. 110. – М., 1957. – 239 с. 6. Граур А.В. *Математическая картография*. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1956. – 372 с. 7. Карпінський Ю.О., Лященко А.А., Щербина Т.В. Дослідження картографічних проєкцій геопросторових даних для об'єктів земельного кадастру // *Вісник геодезії і картографії*. – 2003. – № 2. – С. 41–47. 8. Подшивалов В.П. *Теоретические основы формирования координатной основы для геоинформационных систем*. – Новополюк, ПГУ, 1998. – 125 с. 9. “Положення про земельно-кадастрову інвентаризацію земель населених пунктів”. – Наказ Державного комітету України по земельних ресурсах № 85 від 26.08.97. 10. Савчук С.Г. *Вища геодезія*. – Житомир: ЖДТУ, 2005. – 315 с.