УДК 531.36+534

І. Дронюк
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра автоматизованих систем управління

РОЗРОБЛЕННЯ МЕТОДУ ОРТОГОНАЛЬНИХ АТЕВ-ПЕРЕТВОРЕНЬ

Розглянуто ортогональне перетворення Фур`є та Хартлі. Як узагальнення цих перетворень запропоновано метод ортогональних перетворень, що ґрунтується на періодичних Ateb-функціях. Доведено деякі властивості введеного Ateb-перетворення.

Ключові слова: ортогональні тригонометричні перетворення, Ateb-функції, перетворення Хартлі.

The article deals with Fourier and Hartley orthogonal transformation. As a generalization of these changes, the method of orthogonal transformations based on periodic Ateb-functions was suggested. Some properties of entered Ateb-transformation were proved.

Keywords: orthogonal trigonometric transformations, Ateb-functions, Hartley transformation.

Вступ

Для моделювання та розроблення систем обробки даних широко застосовують методи, що ґрунтуються на математичному апараті ортогональних тригонометричних перетворень (ОТП) [1]. З іншого боку, поширені методи вейвлет-перетворень як сучасні і перспективні методи обробки даних [2]. На відміну від звичайних спектральних перетворень, вейвлет-аналіз дає змогу з однаковою точністю апроксимувати як гладкі функції, так і функції з різкими перепадами крутизни. Розглядаються різні типи вейвлетів. Серед них небагато вейвлетів, що описуються аналітично. Однак більшість типів вейвлетів, що застосовуються у задачах обробки даних, не мають аналітичного опису у вигляді однієї формули, а задаються ітераційними виразами, які легко обчислюються комп’ютерами. Прикладом таких вейвлетів є функції Добеши (Daubechies), одна з яких (db4) вбудована в Mathcad [2].

Запропоновано метод ортогональних перетворень, що ґрунтується на періодичних *Ateb*-функціях. Надалі у статті називатимемо його ортогональне *Ateb*-перетворення (ОАП). Можливість побудувати ОАП ґрунтується на таких положеннях. По-перше, у роботах [3, 4] показано, що *Ateb*-функції є узагальненим випадком звичайних тригонометричних функцій. По-друге, у працях [5] доведено ортонормованість системи періодичних *Ateb*-функцій. По-третє, незважаючи на простоту аналітичного запису виразів для *Ateb*-функцій, обчислення їх значень пов’язане зі значними труднощами. У роботах [6] розроблено методи та алгоритми для обчислення *Ateb*-функцій залежно від параметрів, що дає змогу успішно використовувати запропонований метод ОАП.

Властивості ортогональних перетворень

Нехай $x(t)$ є дійсна функція, тоді перетворення Фур’є записується у вигляді [1]

$$V(w) = A(w) - iB(w)\,, \qquad (1)$$

де

$$A(w) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\cdot\cos(wt)dt \qquad (2)$$

$$B(w) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\cdot \sin\left(wt\right)dt \tag{3}$$

Якщо введено у розгляд функцію у вигляді

$$cas(t) = \cos(t) + \sin(t). \tag{4}$$

Перетворення Хартлі задається формулами [7]

$$H(w) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) cas(wt)dt \tag{5}$$

Властивості цих перетворень розглядаються у [1, 7], їх можна подати у вигляді таблиці.

Теореми для перетворення Фур'є і Хартлі

	Теорема	$V(t)$	$F(f)$	$H(f)$
1	Подібність	$V\left(\frac{t}{T}\right)$	$\lvert T\rvert F(Tf)$	$\lvert T\rvert H(Tf)$
2	Лінійність	$V_1(t)+V_2(t)$	$F_1(f)+F_2(f)$	$H_1(f)+H_2(f)$
3	Симетрія	$V(-t)$	$F(-f)$	$H(-f)$
4	Зсув	$V(t-T)$	$e^{-i2p fT}F(f)$	$\sin 2pTfH(-f)+$ $\cos 2pTfH(f)$
5	Модуляція	$V(t)\cos 2p f_0 t$	$\frac{1}{2}F(f-f_0)+$ $+\frac{1}{2}F(f+f_0)$	$\frac{1}{2}H(f-f_0)+$ $+\frac{1}{2}H(f+f_0)$
6	Згортка	$V_1(t)\ \mathbf{e}\ V_2(t)$	$F_1(f)\cdot F_2(f)$	$\frac{1}{2}\Big(H_1(f)\cdot H_2(f)-\big(H_1(-f)\cdot\big)H_2(-f)+$ $H_1(f)\cdot H_2(-f)+H_1(-f)\cdot H_2(-f)\Big)$
7	Кореляція	$V_1(t)\#V_2(t)$	$\lvert F(f)\rvert^2$	$\frac{1}{2}\left(H(f)^2+H(-f)^2\right)$
8	Добуток	$V_1(t)V_2(t)$	$F_1(f)\ \mathbf{e}\ F_2(f)$	$\frac{1}{2}\Big(\big(H_1(f)*H_2(f)+H_1(-f)*H_2(f)+$ $H_1(f)*H_2(-f)-H_1(-f)*H_2(-f)\big)$
9	Похідна	$V'(t)$	$i2p\, fF(f)$	$-i2p\, fH(-f)$

Відомо [3], що *Ateb*-функції є узагальненням звичайних тригонометричних функцій. Тому аналогічно до формул (1)–(5) введемо у розгляд перетворення, що ґрунтуються на періодичних *Ateb*-функціях.

Побудова ортогональних Ateb-перетворень

Розглянемо функції *Ateb*-синусу та косинусу у вигляді $sa(n, 1, t)$ та $ca(1, n, t)$. Нехай $x(t)$ є дійсна функція, тоді *Ateb*-перетворення запишемо у вигляді

$$X(n,w) = A(n,w) - iB(n,w), \tag{6}$$

де

$$A(n,w) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\cdot ca(1,n,wt)dt \tag{7}$$

$$B(n,w) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot sa(n,1,wt)dt \tag{8}$$

Враховуючи парність та непарність Ateb-функцій, запишемо обернене Ateb-перетворення

$$x(t) = \frac{1}{\Pi} \int_{-\infty}^{\infty} (A(n,w)ca(1,n,wt) - B(n,w)sa(n,1,wt))dw \tag{9}$$

де Π – період Ateb-функцій. Права частина формули (9) залежить від параметра n. Для кожного значення n розклад функції $x(t)$ буде різним. Характер, тобто крутизна, період Ateb-функцій $ca(1,n,wt)$ та $sa(n,1,wt)$ змінюватиметься залежно від n. Залежність Ateb-функції від параметра n дає можливість підібрати відповідний до $x(t)$ вигляд $ca(1,n,wt)$ та $sa(n,1,wt)$, що спрощує алгоритми обчислень.

Розглянемо функцію $csa(1,n,t)$ виразом

$$csa(1,n,t) = ca(1,n,t) + sa(n,1,t). \tag{10}$$

Введемо пряме та обернене Ateb-перетворення Хартлі за формулами

$$H(n,w) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)csa(1,n,wt)dt \tag{11}$$

$$x(t) = \frac{1}{\Pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(n,w)csa(1,n,wt)dw \tag{12}$$

У випадку $n = 1$ введені формулами (6)–(9), (11), (12) Ateb-перетворення будуть відомими ортогональними перетвореннями Фур'є та Хартлі. Для існування Ateb-перетворення функції $x(t)$ достатньо виконання тих самих умов, які є достатніми для існування ортогонального перетворення Фур'є.

Властивості ортогональних Ateb-перетворень

Аналогічно до властивостей, наведених у таблиці, виведемо деякі властивості ортогональних Ateb-перетворень.

1. **Властивість лінійності**. Нехай функція $x(t)$ є лінійною комбінацією двох інших функцій $x(t) = ax_1(t) + bx_2(t)$, тоді

$$X(n,w) = aX_1(n,w) + bX_2(n,w), \tag{13}$$

де $X(n,w)$ – образ функції $x(t)$, а $X_1(n,w), X_2(n,w)$ – образи функцій $x_1(t)$, $x_2(t)$, відповідно побудовані за формулою (9). Доведення випливає безпосередньо з лінійності інтеграла.

Аналогічна властивість справедлива для Ateb-перетворення Хартлі

$$H(n,w) = aH_1(n,w) + bH_2(n,w), \tag{14}$$

де $H(n,w)$ – образ функції $x(t)$, а $H_1(n,w), H_2(n,w)$ – образи функцій $x_1(t)$, $x_2(t)$ відповідно за Ateb-перетворенням Хартлі, побудовані за формулою (11).

2. **Властивість симетрії**. Образом функції $x(-t)$ є $X(n,-w)$ та $H(n,-w)$ відповідно.

Доведення випливає з властивостей парності та непарності [4] Ateb-функцій.

3. **Властивість подібності**. Розглянемо функцію $x\left(\frac{t}{T}\right)$, тоді образ функції дорівнює $|T| \cdot X(n, Tw)$ Аналогічно властивість для Ateb-перетворення Хартлі образом цієї функції є $|T| \cdot H(n, Tw)$.

У роботі розглянуто властивості 1–3 з таблиці. Згодом будуть доведені властивості 4–9.

Висновки

У роботі* запропоновано метод узагальненого тригонометричного перетворення, що ґрунтується на періодичних Ateb-функціях. Розглядаються властивості ортогональних тригонометричних перетворень Фурє та Хартлі. Аналогічно доводяться властивості лінійності, симетрії та подібності для введеного ортогональне *Ateb*-перетворення.

* Роботу виконано у межах договору ДЗ 465-2011 "Створення та освоєння інформаційної технології захистуцінних паперів на основі нових методів цифрової обробки графічної інформації" з державним номером реєстрації 0111U009029.

1. Яцимірський М.М. Швидкі алгоритми ортогональних тригонометричних перетворень. – Львів: Академічний експрес, 1997. – 219 с. 2. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. Москва, "РХД", 2001 г. 3. Сеник П. М. Про Ateb-функції / П. М. Сеник // Докл. АН УРСР, сер. А. — 1968. — № 1. – С. 23 – 27. 4. Сеник П. М. О табулировании периодической Ateb-функции / П. М. Сеник, А. М. Возний // Докл. АН УССР. Сер. А. – 1969. – № 12. – С. 1089 – 1092. 5. Сокіл Б. І. Нелінійні коливання механічних систем і аналітичні методи їх досліджень: Автореф. дис. д-ра техн. наук: 05.02.09 / Національний ун-т "Львівська політехніка". – Львів, 2001. – 36 с. 6. Грицик В. В. Математичні моделі алгоритмів і реалізація Ateb-функцій / В. В. Грицик, М. А. Назаркевич // Доповіді НАН України. – 2007. – № 12. – С. 37 – 43. 7. Брейсуэлл Р. Преобразование Хартли: теория и приложения / Р. Брейсуэлл ; пер. А. И. Пашков ; ред. пер. И. С. Рыжак. – М. : Мир, 1990. – 174 с.

УДК 531.36+534

М. Назаркевич, І. Вербенко
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра ІТВС

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ДАНИХ КОРЕЛЯЦІЙНИМИ МЕТОДАМИ НА ОСНОВІ АТЕВ-ФУНКЦІЙ

Побудовано метод ідентифікації даних на основі Ateb-функцій для встановлення відповідності між розпізнаним документом та його електронним еталоном. Ідентифікація інформації здійснювалася на основі кореляційних методів. Розроблено програмне забезпечення для здійснення ідентифікації.

Ключові слова: Ateb-функції, ідентифікація інформації, кореляційні методи.

We construct a method of identification based on data Ateb-functions for mapping between the recognized document and its electronic standard. Identifying information based on correlation methods. Is developed software for identification.

Keywords: Ateb-functions, identifying information, correlation methods.

Вступ

У XXI ст. стрімко розвиваються такі напрями інформаційної діяльності, як телекомунікації, інтернет-технології та мультимедіа. Компанії переходять на безпаперові технології, перевагою яких є швидке зберігання документів, їх пересилання та опрацювання. Електронну інформацію зберігають у сховищах або базах даних, де існує простий та швидкий доступ до документів. Незважаючи на це, в установах, де працюють із друкованими документами, весь час виникає потреба знаходити потрібну інформацію – для внесення даних, перевірки їх правильності або