

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ І СИСТЕМ

УДК 519.718.2

С. Щербовських

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електроприводу та автоматизації промислових установок

ВИЗНАЧЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ГОТОВНОСТІ ПРОСТОЇ ДЕРЕВОПОДІБНОЇ ВІДНОВЛЮВАНОЇ СИСТЕМИ ІЗ УРАХУВАННЯМ ПЕРЕРОЗПОДІЛУ НАВАНТАЖЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ

© Щербовських С., 2011

Для простої деревоподібної відновлюваної системи із урахуванням перерозподілу навантаження методами автоматизованого формування побудовано моделі надійності марковського та імітаційного типів і визначено за ними характеристики готовності.

Ключові слова: надійність, готовність, інтенсивність потоку відмов, марковська модель, імітаційна модель.

For simple dendritic renewal system with load redistributing consideration Markov and simulation reliability models using automation creation methods are formed and by them availability characteristics are determined.

Keywords: reliability, availability, failure rate, Markov model, simulation model.

Вступ. Постановка проблеми

Забезпечення показників надійності є важливим аспектом, якому приділяють увагу на усіх етапах життєвого циклу технічних систем. Визначення характеристик надійності відновлюваних систем ґрунтується на застосуванні дискретно-неперервних стохастичних моделей марковського та імітаційного типів. Зі зростанням кількості елементів та складності алгоритму взаємодії між ними автоматизоване формування та опрацювання таких моделей постає самостійною науково-технічною проблемою. Зокрема, робота присвячена автоматизованому формуванню моделей марковського та імітаційного типів для простої ієрархічної деревоподібної відновлюваної системи із урахуванням явищ перерозподілу навантаження, пов'язаних із непрацездатністю структурних елементів. У практичному аспекті результати дослідження можуть бути використані для підвищення показників надійності комп'ютерних, енергетичних та теплових систем та мереж зі структурним резервуванням, а у теоретичному є основою для подальшого розвитку методів автоматизації марковського аналізу та імітаційного моделювання.

Аналіз останніх досліджень

Для визначення характеристик готовності відновлюваних систем виділяємо чотири основні підходи, які зустрічаються у науковій літературі: аналітичне визначення, нейронні мережі, застосування моделей марковського типу та моделей на основі методу Монте-Карло. Аналітичні підходи та підходи на основі нейронних мереж навіть для найпростіших випадків виявляються громіздкими, вимагають тривалих обчислень і зазвичай орієнтовані на визначення лише стаціонарного значення [1, 2]. Найширшого поширення для розв'язання вказаної проблеми набув підхід, який ґрунтується на застосуванні моделей марковського типу. Основні проблеми, які виникають під час його автоматизування, пов'язані із попередньою ідентифікацією базових подій [3], із опрацюванням розподілів, відмінних від експоненціального [4], а також із подальшою

інтерпретацією результатів [5], що загалом призводить до вимушеного зниження адекватності та ефективності цього підходу. Основний недолік методу Монте-Карло, який ґрунтується на застосуванні імітаційних моделей [6], полягає у спотворенні результатів моделювання флуктуаціями. Збільшення кількості ітерацій зменшує їх амплітуду, проте подовжує тривалість розрахунку. Нарощування обчислювальної потужності, а також застосування паралельних та розподілених обчислень частково пом'якшує цей недолік.

Постановка завдань

1. Формалізувати опис простої деревоподібної відновлюваної системи у вигляді структурно-алгоритмічної моделі. 2. Перетворити такий опис у модель станів та подій, а тоді за нею сформулювати дискретно-неперервні стохастичні моделі та визначити характеристики готовності.

Викладення основного матеріалу

Система складена із трьох елементів 1–3, в яких проходять процеси використання P_1 – P_3 . Елементи утворюють з'єднання у вигляді простої ієрархічної деревоподібної структури, як це показано на блок-схемі надійності системи на рис. 1а. Елемент 2 передає до першого споживача навантаження w_2 , а елемент 3 — до другого споживача навантаження w_3 . Навантаження, що передає елемент 1, дорівнює їх сумі $w_1 = w_2 + w_3$.

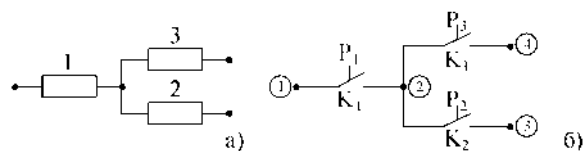


Рис. 1. Блок-схема (а) та структурна схема (б) надійності системи

Вважаємо, що швидкість використання елементів прямо пропорційна їх навантаженню і для номінального режиму становить 1. У початковому стані усі елементи працездатні, навантаження подаємо через елемент 1 до обох елементів 2 та 3, тому швидкість процесів їх використання становить 1.

Якщо непрацездатний елемент 2, то навантаження елемента 1 зменшується на w_2 , а швидкість його використання стає $w_3 / (w_2 + w_3)$. Відповідно, якщо непрацездатний елемент 3, то швидкість використання елемента 1 стає $w_2 / (w_2 + w_3)$. Якщо обидва елементи 2 та 3 непрацездатні одночасно, то елемент 1 ненавантажений, і швидкість його використання 0. У випадку непрацездатності елемента 1 навантаження до елементів 2 та 3 не можна передати, тому що також вважаємо, що швидкість їх використання дорівнює 0. У системі проходить процес ремонтування P_4 , який одночасно відновлює усі елементи. Його швидкість обернено пропорційна кількості непрацездатних елементів. Тривалість процесів P_1 – P_3 розподілена за законом Вейбулла із параметрами $\{\alpha_1, \beta_1\}$, $\{\alpha_2, \beta_2\}$ та $\{\alpha_3, \beta_3\}$, а P_4 — за експоненціальним із параметром μ_4 .

Формування дискретно-неперервних стохастичних моделей системи та визначення за ними характеристик надійності виконуємо у декілька етапів [7]. На першому етапі формалізуємо опис системи у вигляді структурно-алгоритмічної моделі, яка зручна та компактна у представленні, проте не може бути безпосередньо використана для розрахунку. З цією метою перетворимо блок-схему надійності (рис. 1а) на структурну схему надійності системи (рис. 1б), де елемент 1 позначимо перемикачем K_1 , станом якого керує процес використання P_1 , елемент 2 — K_2 та P_2 , а елемент 3 — K_3 та P_3 . Вузол 1 такої схеми є вхідний, а вузли 3 та 4 — вихідні. Структурно-алгоритмічна модель системи, блочну схему якої подано на рис. 2, а її параметри у таблиці є набором блоків **process**, **key** та **port**, що встановлюють взаємозв'язок між процесами, структурою та алгоритмом використання і ремонтування системи. Набір блоків **process** означає множину процесів P_1 – P_4 , які проходять у системі. Кількість таких блоків згідно із кількістю процесів становить чотири. Для кожного блоку задаємо параметри *type*, *distribution*, **parameters**, **repairset** та *speedfcn*. Параметр *type* означає тип процесу, який набуває код “failure” для процесів використання P_1 – P_3 (рядки 1, 6 і 11) та “repair” для процесу ремонтування (рядок 16). Параметр *distribution* означає закон розподілу процесів, який набуває код “wbl” для розподілу Вейбулла (рядки 2, 7 і 12) та “exp” для експоненціального (рядок 17), а **parameters** означає числові параметри цих розподілів (рядки 3, 8, 13 та 18). Параметр **repairset** означає множину процесів, що відновлюються після завершення цього процесу. Для процесу ремонтування P_4 цей параметр становить множину процесів

використання P_1-P_3 (рядок 19), а для решти процесів він є пустою множиною (рядки 4, 9 і 14). Параметр $speedfcn$ означає функцію швидкості процесу, аргументами якої є логіко-алгебричний вектор статусу процесів \mathbf{x} , логічний вектор працездатності \mathbf{y} та швидкість процесу s , визначена згідно із розробленими правилами. Розмірність та порядок елементів вектора \mathbf{x} узгоджений із елементами множини блоків **process**, а вектора \mathbf{y} — із елементами, які відповідають виходам системи, множини блоків **port**.

Пропоноване значення s визначаємо згідно із такими правилами:

- Якщо статус процесу активний, то його швидкість є 1, а у зворотному випадку — 0.

- Якщо стан системи непрацездатний, то швидкість усіх процесів використання (код "failure") становить 0.

- Якщо статус процесу ремонтування (код "repair") активний, то швидкість проходження цього процесу становить 1 для випадку, якщо хоча б один процес, зазначений у множині відновлення (**repairset**), має пасивний статус, а в усіх інших випадках швидкість процесу становить 0.

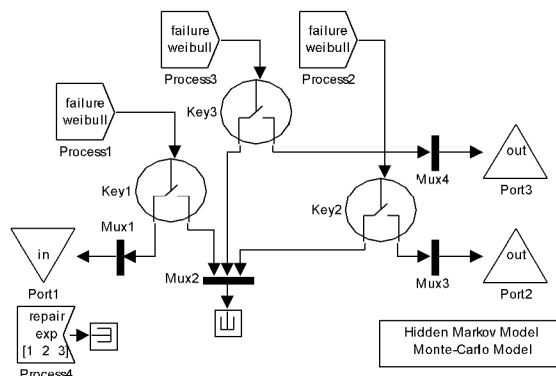


Рис. 2. Блочна схема надійності системи

Параметри структурно-алгоритмічної моделі системи

№ з/п	Тип блоку	Назва блоку	Назва параметра	Значення параметра
1.	process	$process_1$	<i>type</i>	"failure"
2.			<i>distribution</i>	"wbl"
3.			parameters	$\{\alpha_1, \beta_1\}$
4.			repairset	$\{\}$
5.			<i>speedfcn</i>	$f_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) = s (x_2 w_2 + x_3 w_3) / (w_2 + w_3)$
6.		$process_2$	<i>type</i>	"failure"
7.			<i>distribution</i>	"wbl"
8.			parameters	$\{\alpha_2, \beta_2\}$
9.			repairset	$\{\}$
10.			<i>speedfcn</i>	$f_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) = s x_1$
11.		$process_3$	<i>type</i>	"failure"
12.			<i>distribution</i>	"wbl"
13.			parameters	$\{\alpha_3, \beta_3\}$
14.			repairset	$\{\}$
15.			<i>speedfcn</i>	$f_3(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) = s x_1$
16.		$process_4$	<i>type</i>	"repair"
17.			<i>distribution</i>	"exp"
18.			parameters	μ_4
19.			repairset	$\{1, 2, 3\}$
20.			<i>speedfcn</i>	$f_4(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) = s (1 + x_1 + x_2 + x_3)$
21.	key	key_1	<i>type</i>	"open"
22.			<i>polarity</i>	false
23.		key_2	<i>type</i>	"open"
24.			<i>polarity</i>	false
25.		key_3	<i>type</i>	"open"
26.			<i>polarity</i>	false
27.	port	$port_1$	<i>type</i>	"in"
28.		$port_2$	<i>type</i>	"out"
29.		$port_2$	<i>type</i>	"out"

Функція швидкості процесу використання P_1 є добутком пропонованої швидкості s та відношення, яке враховує перерозподіл навантаження (рядок 5):

$$f_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) = s \frac{x_2 w_2 + x_3 w_3}{w_2 + w_3}.$$

Чисельник такого відношення – логіко-алгебричний вираз фактичного навантаження елемента 1 у поточному стані, а знаменник — значення його встановленого навантаження $w_2 + w_3$. Функції швидкості процесів використання P_2 та P_3 утворюємо так (рядки 10 та 15):

$$f_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) = f_3(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) = s x_1.$$

Якщо елемент 1 непрацездатний, то навантаження та швидкість використання елементів 2 і 3 примусово встановлюємо в 0. Зауважимо, що для цієї моделі такі функції мають формальний характер, адже у випадку відмови елемента 1 виникає непрацездатність системи для усіх виходів, тому швидкість використання процесів P_2 та P_3 встановлюємо в 0 через множник s . Функція швидкості процесу ремонтування P_4 є добутком пропонованої швидкості s та суми аргументів (рядок 20):

$$f_4(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) = s(1 + x_1 + x_2 + x_3).$$

Якщо усі три елементи працездатні, то сума становить 4, проте пропоноване значення s буде 0, тому швидкість ремонтування також буде 0. Якщо хоча б один елемент непрацездатний, то швидкість буде 3, якщо два елементи — 2, а якщо усі три — 1. Звернемо увагу, що випадок непрацездатності одночасно усіх трьох елементів системи для цієї моделі недосяжний.

Набір блоків **key** означає множину перемикачів K_1 – K_3 , які утворюють структурну схему системи. Кількість таких блоків згідно із кількістю процесів становить три. Для кожного блоку задаємо параметри *type* та *polarity*. Параметр *type* означає тип перемикача, який набуває код “open” для нормально розімкнених K_1 – K_3 (рядки 21, 23 і 25) або “shot” для нормально замкнених. Параметр *polarity* означає полярність перемикача, який набуває false для неполярного перемикача (рядки 22, 24 і 26) або true для полярного. Також, для блоків **key** блочною схемою непрямо означені процеси, які ними керують, та вузли, із якими вони з’єднані. Набір блоків **port** означає множину термінальних портів, кількість яких для системи становить три. Для кожного порту задаємо параметр *type*, що означає його тип, який для вхідного порту набуває код “in” (рядок 27) та для вихідних портів код “out” (рядки 28 та 29).

На другому етапі структурно-алгоритмічну модель перетворюємо на модель станів та подій. Це перетворення містить пряме комбінаторне перебирання станів, застосування функцій швидкості процесів, ідентифікацію подій, застосування правил утворення подій, а також видалення недосяжних станів та подій. Така модель є множиною матриць $\{\mathbf{P}, \mathbf{S}, \mathbf{Y}, \mathbf{T}, \mathbf{Z}\}$, що у проекційному зв’язку щодо процесів встановлюють взаємозв’язок між станами та подіями, як це показано на діаграмі станів та переходів (рис. 3):

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \text{'wbl'} & [a_1 & b_1] \\ \text{'wbl'} & [a_2 & b_2] \\ \text{'wbl'} & [a_3 & b_3] \\ \text{'exp'} & m_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ \frac{w_2}{w_2 + w_3} & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ \frac{w_3}{w_2 + w_3} & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 6 & [1 & 0 & 0 & 0] \\ 7 & 2 & 5 & [0 & 1 & 0 & 0] \\ 7 & 3 & 3 & [0 & 0 & 1 & 0] \\ 6 & 4 & 7 & [0 & 0 & 0 & 1] \\ 5 & 1 & 4 & [1 & 0 & 0 & 0] \\ 5 & 3 & 1 & [0 & 0 & 1 & 0] \\ 5 & 4 & 7 & [0 & 0 & 0 & 1] \\ 4 & 4 & 7 & [0 & 0 & 0 & 1] \\ 3 & 1 & 2 & [1 & 0 & 0 & 0] \\ 3 & 2 & 1 & [0 & 1 & 0 & 0] \\ 3 & 4 & 7 & [0 & 0 & 0 & 1] \\ 2 & 4 & 7 & [0 & 0 & 0 & 1] \\ 1 & 4 & 7 & [0 & 0 & 0 & 1] \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Матриця \mathbf{P} означає множину процесів P_1 – P_4 , які проходять у системі. Кількість її рядків згідно із кількістю процесів становить чотири, а стовпців — два. Елемент першого стовпця $p_{i,1}$ є

символьна константа, яка позначає закон розподілу тривалості i -го процесу, а другого $p_{i,2}$ — параметри цього розподілу. Матриці \mathbf{S} та \mathbf{Y} означають множину станів, у яких перебуває система, кількість їх рядків згідно із кількістю станів становить сім. Кількість стовпців матриці \mathbf{S} згідно із кількістю процесів становить чотири, а кожний її елемент $s_{i,j}$ позначає швидкість проходження j -го процесу в i -му стані. Значення елементів $s_{i,j}$ визначаємо згідно із функціями швидкості процесів. Кількість стовпців матриці \mathbf{Y} згідно із кількістю виходів структурної схеми становить два, а кожний її елемент $y_{i,k}$ позначає логічну працездатність чи непрацездатність i -го стану для k -го виходу. Якщо стан працездатний, то значення елемента $y_{i,k}$ становить true (позначено одиницею), а якщо непрацездатний, то — false (позначено нулем). Матриці \mathbf{S} та \mathbf{Y} складено так, що останній їх рядок відповідає початковому стану системи. Матриці \mathbf{T} та \mathbf{Z} означають множину подій, які відбуваються у системі, а кількість їх рядків згідно із кількістю подій становить тринадцять. Кількість стовпців матриці \mathbf{T} становить чотири, для якої елемент першого стовпця $t_{i,1}$ є номером попереднього стану, із якого здійснюється перехід внаслідок виконання i -ї події, елемент другого $t_{i,2}$ — номером процесу, який завершився у попередньому стані, елемент третього $t_{i,3}$ — номером наступного стану, в який здійснюється перехід, та елемент четвертого $t_{i,4}$ — логічний вектор-рядок, що вказує, які процеси перезапускаємо у наступному стані. Кількість елементів вектор-рядка, розміщеного у четвертому стовпці, дорівнює кількості процесів. Якщо у результаті події процес перезапускаємо, то відповідний елемент вектор-рядка становить true, а якщо продовжуємо, то — false. Звернемо увагу, що завершений процес перезапускаємо наново завжди. Нумерацію процесів виконуємо згідно із матрицею \mathbf{P} , а нумерацію станів — згідно із матрицею \mathbf{S} . Кількість стовпців матриці \mathbf{Z} згідно із кількістю виходів структурної схеми становить два, а кожний її елемент $z_{i,k}$ позначає, що i -та подія є відмовою чи ні для k -го виходу. Якщо подія є відмовою, то значення елемента $z_{i,k}$ становить true, а якщо відновлення, пошкодження тощо, то — false.

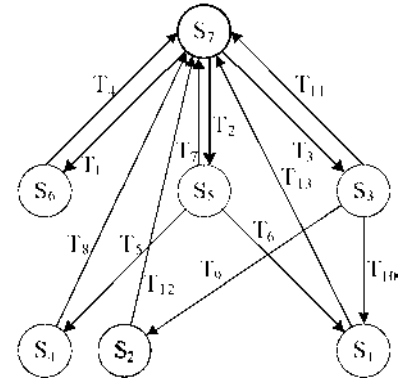


Рис. 3. Діаграма станів та переходів для моделі станів та подій системи

На третьому етапі за моделлю станів та подій утворюємо дискретно-неперервні стохастичні моделі, які безпосередньо застосовуємо для розрахунку. Модель марковського типу формуємо на основі трансформації фактичних законів розподілу тривалості процесів у матричні моделі фазового типу, із якими далі виконуємо багатократне тензорне множення та узагальнене додавання згідно із виведеними виразами. Така модель є множиною матриць $\{\mathbf{A}, \mathbf{p}(0), \mathbf{C}\}$, що встановлюють взаємозв'язок між фазами та переходами системи, як це показано на діаграмі станів та переходів (рис. 4), а також забезпечують їх інтерпретацію. Матриця \mathbf{A} означає множину переходів між фазами системи, вектор-стовпець $\mathbf{p}(0)$ — початкову ймовірність фаз, а матриця \mathbf{C} — зв'язок показників надійності системи із ймовірністю фаз та інтенсивністю переходів. Розподіли Вейбулла процесів P_1 – P_3 перетворені до моделей фазового типу другого порядку, а експоненціальний розподіл процесу P_1 — у модель першого порядку. Розмірність квадратної матриці \mathbf{A} , вектор-стовпця $\mathbf{p}(0)$ та кількість стовпців матриці \mathbf{C} згідно із кількістю фаз становить п'ятдесят шість. Кількість рядків матриці \mathbf{C} згідно із подвоєною кількістю досліджуваних характеристик надійності становить чотири. Зауважимо: якщо фактичні процеси розподілені виключно згідно із експоненціальним законом, то фази однозначно

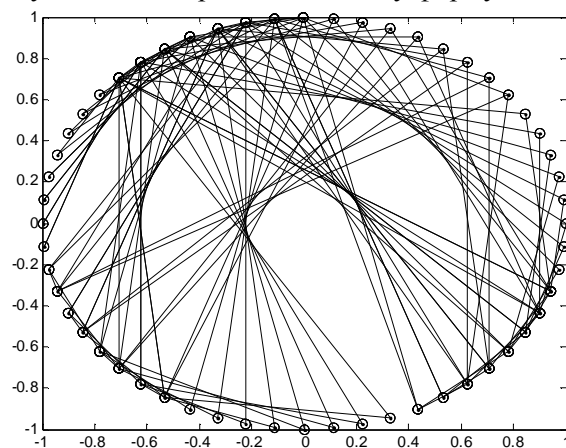


Рис. 4. Діаграма станів та переходів для моделі марковського системи

відповідатимуть станам, а переходи — подіям. Модель марковського типу громіздка, тому безпосередньо у статті не наведена.

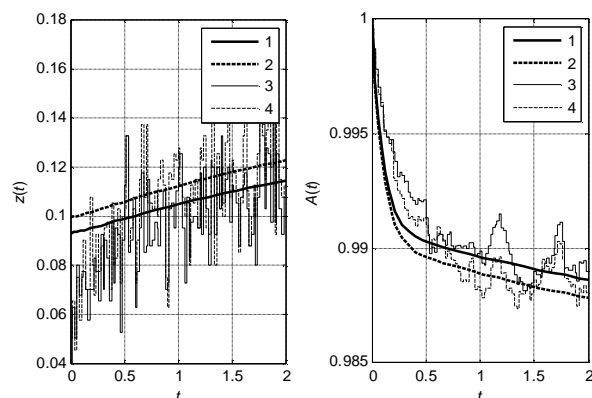


Рис. 5. Криві функцій інтенсивності потоку відмов $z(t)$ та готовності $A(t)$ системи

стосуються першого виходу, а пунктирні криві 2 та 4 — другого. Моделі марковського типу обчислено стандартними методами числового інтегрування із адаптивним кроком для жорстких систем диференціальних рівнянь, а моделі імітаційного типу — методами статистичного аналізу.

Висновки

Для простої деревоподібної відновлюваної системи сформовано дискретно-неперервні стохастичні моделі надійності марковського та імітаційного типів, а також визначено за ними функцію інтенсивності потоку відмов та функцію готовності. Побудова таких моделей виконана за допомогою спеціального математичного та програмного забезпечення, в основу якого покладено розроблені методи для автоматизованого їх формування та опрацювання. Порівняно із існуючими підходами, застосування запропонованих методів забезпечило скорочення витрат часу та зменшення трудомісткості вказаних операцій. Подальші дослідження скеровані на формування моделей та визначення за ними характеристик надійності для складних деревоподібних відновлюваних систем.

1. Половко А. М. *Основы теории надежности* / А. М. Половко, С. В. Гуров. — 2-е изд., перераб. и доп. — СПб: БХВ-Петербург, 2008. — 704 с.
2. Bevilacqua M. *Failure rate prediction with artificial neural networks* / M. Bevilacqua, M. Braglia, M. Frosolini, R. Montanari // *Quality in Maintenance Engineering, Journal of.* — 2005. — Vol. 11, № 3. — P. 279–294.
3. Мандзій Б. А. *Програмні моделі для інтерактивного проектування відмовостійких систем з комбінованим структурним резервуванням та врахуванням стратегій їх технічного обслуговування* / Б. А. Мандзій, Б. Ю. Волочій, Л. Д. Озірковський // *Компютеринг.* — 2008. — Т. 7, № 1. — С. 153–163.
4. Ruiz-Castro J. E. *Discrete Repairable Systems with External and Internal Failures Under Phase-Type Distributions* / J. E. Ruiz-Castro, G. Fernandez-Villodre, R. Perez-Ocon // *Reliability, IEEE Transactions on.* — 2009. — Vol. 58, № 1. — P. 41–52.
5. Richard C. M. *Method for Evaluation of Reliability Indices for Repairable Circular Consecutive-k-out-of-n: F systems* / Richard C. M. Yam, Ming J. Zuo, Yuan Lin Zhang // *Reliability Engineering and System Safety.* — 2003. — Vol. 79, № 1. — P. 1–9.
6. Qingyu Yang. *Monte Carlo Methods for Reliability Evaluation of Linear Sensor Systems* / Qingyu Yang, Yong Chen // *Reliability, IEEE Transactions on.* — 2011. — Vol. 60, № 1. — P. 305 – 314.
7. Щербовських С. В. *Аналіз впливу стратегії ремонтування на функцію інтенсивності потоку відмов нерезервованої системи* / С. В. Щербовських // *Відбір та обробка інформації.* — 2011. — № 34(110). — С. 101–106.