

## МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ МЕТОДИЧНОЇ ПОХИБКИ ОДНОКАНАЛЬНИХ ТА ДВОКАНАЛЬНИХ ШУМОВИХ ТЕРМОМЕТРІВ

© Микитин І., 2008

**Розглянуто можливі варіанти вхідного кола шумового термометра з використанням одноканального та двоканального підсилювачів. Отримано математичні вирази, які описують залежність методичної похибки від шумових параметрів чутливого елемента первинного перетворювача, лінії зв'язку, операційних підсилювачів та резисторів зворотного зв'язку першого каскаду підсилювача.**

**The possible variants of entrance circle of noise thermometer are considered with the use one channel and two channel strengthener. Mathematical expressions, which describe dependence of methodical error on the noise parameters of pickoff of primary transformer, flow, operating strengtheners and resistors of feed-back of the first cascade of strengthener line, are got.**

### Постановка проблеми

В основу шумової термометрії покладено формулу Найквіста, яка функціонально пов'язує значення середнього квадрата шумової напруги на затискачах чутливого елемента первинного перетворювача (ПП) та його термодинамічну температуру [1]. Оскільки вимірюється інтегральний параметр випадкового процесу (середній квадрат шумової напруги), то істинне значення температури можна отримати лише за безмежного часу усереднення. Реально вимірювання обмежене у часі, внаслідок чого виникає методична похибка. Дослідження, проведені у [2], показали, що при аналізі методичних похибок можна обмежитися лише шумовими сигналами, які виникають у вхідному колі шумового термометра (ШТ) та у першому каскаді підсилення.

У вхідному колі ШТ за рахунок взаємодії об'єкта вимірювання (первинного перетворювача) та засобу вимірювання (вимірювальної частини ШТ) виникає вхідний сигнал, який являє собою композицію вимірюваного шумового сигналу та шумової завади. Обидві складові мають однакову природу, є випадковими процесами, проте виникають у різних ланках ШТ.

При дослідженні випадкових процесів переважно використовують інтегральні характеристики, однією з яких є спектральна густина сигналу. Також потрібно зазначити, що шумові параметри активних елементів переважно описують саме спектральною густиною шумової напруги та струму. Тому для полегшення математичних розрахунків при аналізі методичних похибок ШТ доцільно визначити вихідний сигнал ШТ як функцію спектральних густин вимірюваного та неінформативних шумових сигналів. Методика розрахунку кореляційної функції на виході вимірювального кола запропонована в [3, 4]. При цьому використовуються такі інтегральні характеристики, як кореляційна функція  $B(\tau)$  та спектральна густина сигналу  $S(f)$ , а також та особливість, що спектральна густина сигналу дорівнює перетворенню Фур'є від кореляційної функції. За цією методикою можна отримати вирази для математичного сподівання та дисперсії на виході вимірювальної схеми ШТ залежно від спектральних густин шумових сигналів у вхідному колі ШТ.

У статті розглянуто математичні моделі методичної похибки ШТ для можливих варіантів вхідного кола ШТ на основі одноканального та двоканального підсилювача з врахуванням шумових параметрів чутливого елемента первинного перетворювача, операційного підсилювача та резисторів зворотного зв'язку першого каскаду підсилювача, лінії зв'язку.

### Шумові моделі вхідного кола шумового термометра

Розглянувши можливі варіанти побудови вхідного кола ШТ на основі одноканального та двоканального підсилювачів, синтезовано структурні схеми (рис. 1), які можуть використовуватися при проектуванні ШТ.

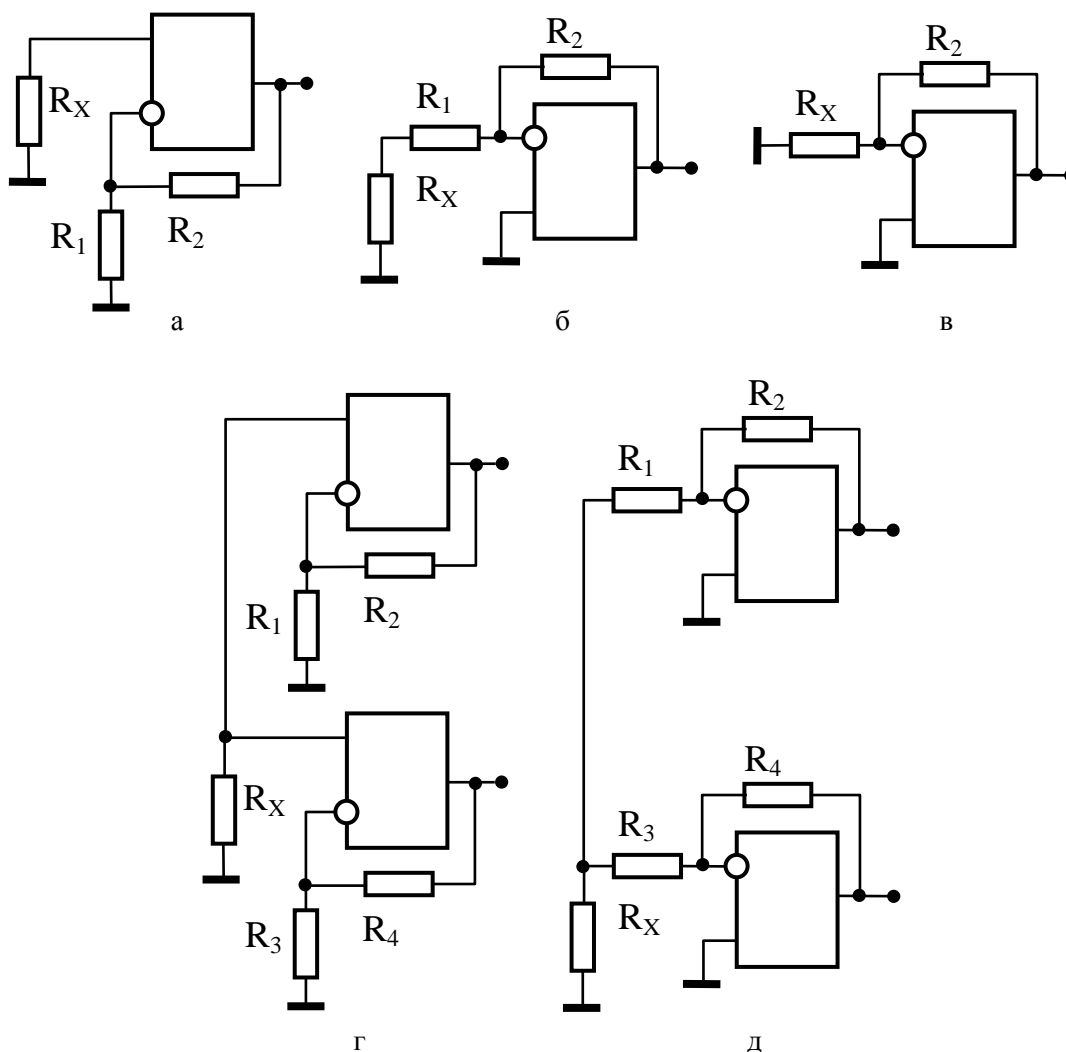


Рис. 1. Структурні схеми вхідного кола ШТ: а – неінвертуючий підсилювач; б – інвертуючий підсилювач; в – інвертуючий підсилювач з первинним перетворювачем у колі зворотного зв'язку; г – неінвертуючий кореляційний підсилювач; д – інвертуючий кореляційний підсилювач

Шумова модель вхідного кола ШТ за схемою неінвертуючого підсилювача (рис. 1, а) з врахуванням шумової моделі операційного підсилювача (ОП), шумових параметрів ПП, лінії зв'язку та резисторів зворотного зв'язку представлена на рис. 2, де  $R_X$  – опір чутливого елемента первинного перетворювача,  $R_1, R_2$  – резистори зворотного зв'язку ОП,  $e_{RX}(t)$  – шумова напруга первинного перетворювача,  $e_{R1}(t), e_{R2}(t)$  – шумові напруги резисторів зворотного зв'язку,  $e_N(t)$  – шумова напруга ОП,  $i_{N+}(t), i_{N-}(t)$  – вхідні шумові струми прямого та інверсного входу ОП відповідно,  $R_{L1}, R_{L2}$  – резистивний опір дротів лінії зв'язку;  $e_{L1}(t), e_{L2}(t)$  – шумова напруга дротів лінії зв'язку,  $u_{ONIP}(t)$  – напруга на виході неінвертуючого підсилювача.

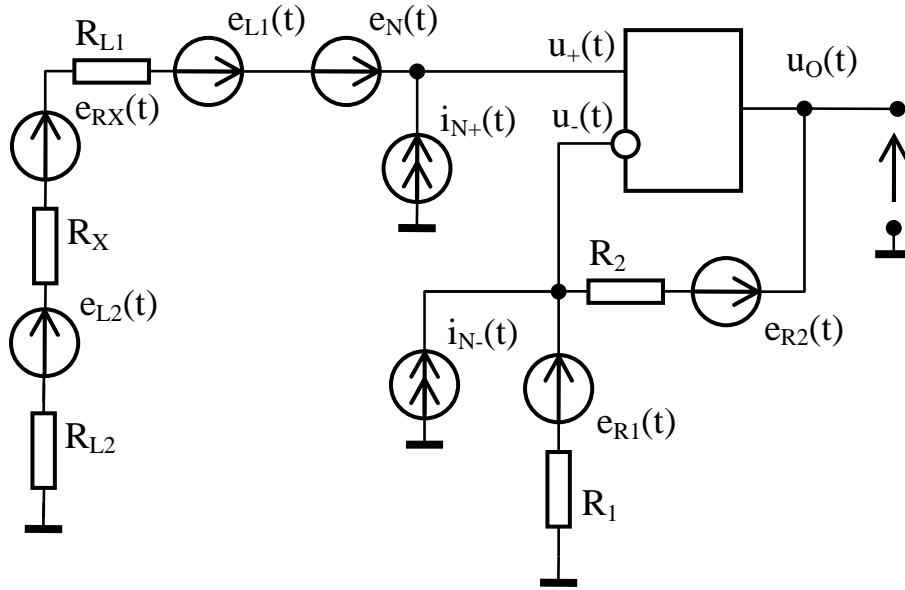


Рис. 2. Шумова модель вхідного кола ШТ за схемою неінвертуючого підсилювача

Використавши метод суперпозиції та властивості ідеального ОП, для якого  $u_+(t) = u_-(t)$ ,  $i_+(t) = i_-(t) = 0$ ,  $K = \infty$ ,  $i_+(t), i_-(t)$  – вхідні струми прямого та інвертуючого входу ОП відповідно,  $K$  – коефіцієнт підсилення ОП без зворотного зв'язку, отримано вираз для напруги на виході неінвертуючого підсилювача

$$u_{ONIP}(t) = e_{RX}(t) \frac{R_1 + R_2}{R_1} + e_N(t) \frac{R_1 + R_2}{R_1} + i_{N+}(t) \cdot (R_X + R_{L1} + R_{L2}) \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} - i_{N-}(t) \cdot R_2 - e_{R1}(t) \cdot \frac{R_2}{R_1} + e_{R2}(t) + e_{L1}(t) \frac{R_1 + R_2}{R_1} + e_{L2}(t) \frac{R_1 + R_2}{R_1}. \quad (1)$$

Поділивши (1) на коефіцієнт підсилення неінвертуючого підсилювача для вимірюваного шумового сигналу  $e_{RX}(t)$  та ввівши позначення коефіцієнтів біля шумових напруг та струмів

$$a_0 = 1, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = R_X + R_{L1} + R_{L2}, \quad a_3 = R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2), \\ a_4 = R_2 / (R_1 + R_2), \quad a_5 = R_1 / (R_1 + R_2), \quad a_6 = 1, \quad a_7 = 1, \quad (2)$$

зведемо усі шумові напруги до входу підсилювального каскаду, отримавши еквівалентну вхідну шумову напругу  $u_{INIP}(t)$

$$u_{INIP}(t) = a_0 e_{RX}(t) + a_1 e_N(t) + a_2 i_{N+}(t) - a_3 i_{N-}(t) - a_4 e_{R1}(t) + a_5 e_{R2}(t) + a_6 e_{L1}(t) + a_7 e_{L2}(t). \quad (3)$$

Побудувавши шумові моделі для решти структурних схем вхідного кола ШТ та провівши подібні перетворення, отримуємо еквівалентні вхідні шумові напруги та коефіцієнти для інвертуючого підсилювача

$$u_{IP}(t) = -b_0 e_{RX}(t) - b_1 e_N(t) - b_2 i_{N-}(t) + b_3 e_{R2}(t) - b_4 e_{R1}(t) - b_5 e_{L1}(t) - b_6 e_{L2}(t). \quad (4)$$

$$b_0 = 1, \quad b_1 = (R_X + R_{L1} + R_{L2} + R_2 + R_1) / R_2, \quad b_2 = R_X + R_{L1} + R_{L2} + R_1, \\ b_3 = (R_X + R_{L1} + R_{L2} + R_1) / R_2, \quad b_4 = 1, \quad b_5 = 1, \quad b_6 = 1, \quad (5)$$

інвертуючого підсилювача з первинним перетворювачем у колі зворотного зв'язку

$$u_{IPR}(t) = -c_0 e_{RX}(t) - c_1 e_N(t) - c_2 i_{N-}(t) + c_3 e_{R2}(t) - c_4 e_{L1}(t) - c_5 e_{L2}(t). \quad (6)$$

$$c_0 = 1, \quad c_1 = (R_X + R_{L1} + R_{L2} + R_2) / R_2, \quad c_2 = R_X + R_{L1} + R_{L2}, \\ c_3 = (R_X + R_{L1} + R_{L2}) / R_2, \quad c_4 = 1, \quad c_5 = 1, \quad (7)$$

неінвертуючого кореляційного підсилювача

$$\begin{aligned} u_{1INIKP}(t) &= d_{10}e_{RX}(t) + d_{11}i_{N1+}(t) + d_{12}i_{N2+}(t) + d_{13}e_{L2}(t) + \\ &+ d_{14}e_{N1}(t) - d_{15}i_{N1-}(t) - d_{16}e_{R1}(t) + d_{17}e_{R2}(t) + d_{18}e_{L1}(t), \\ u_{2INIKP}(t) &= d_{20}e_{RX}(t) + d_{21}i_{N1+}(t) + d_{22}i_{N2+}(t) + d_{23}e_{L2}(t) + \\ &+ d_{24}e_{N2}(t) - d_{25}i_{N2-}(t) - d_{26}e_{R3}(t) + d_{27}e_{R4}(t) + d_{28}e_{L3}(t). \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} d_{10} &= 1, \quad d_{11} = R_X + R_{L1} + R_{L2}, \quad d_{12} = R_X + R_{L2}, \quad d_{13} = 1, \quad d_{14} = 1, \\ d_{15} &= R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2), \quad d_{16} = R_2 / (R_1 + R_2), \quad d_{17} = R_1 / (R_1 + R_2), \quad d_{18} = 1, \\ d_{20} &= 1, \quad d_{21} = R_X + R_{L2}, \quad d_{22} = R_X + R_{L2} + R_{L3}, \quad d_{23} = 1, \quad d_{24} = 1, \\ d_{25} &= R_3 \cdot R_4 / (R_3 + R_4), \quad d_{26} = R_4 / (R_3 + R_4), \quad d_{27} = R_3 / (R_3 + R_4), \quad d_{28} = 1, \end{aligned} \quad (9)$$

та інвертуючого кореляційного підсилювача.

$$\begin{aligned} u_{1IIKP}(t) &= -g_{10}e_{RX}(t) - g_{11}e_{R1}(t) - g_{12}e_{N1}(t) + g_{13}e_{R3}(t) + g_{14}e_{N2}(t) \\ &- g_{15}e_{L2}(t) - g_{16}i_{N1-}(t) + g_{17}e_{R2}(t) - g_{18}e_{L1}(t) \\ u_{2IIKP}(t) &= -g_{20}e_{RX}(t) + g_{21}e_{R1}(t) + g_{22}e_{N1}(t) - g_{23}e_{R3}(t) - g_{24}e_{N2}(t) \\ &- g_{25}e_{L2}(t) - g_{26}i_{N2-}(t) + g_{27}e_{R4}(t) - g_{28}e_{L3}(t) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} g_{10} &= 1, \quad g_{11} = g_{12} = (R_X + R_{L2} + R_3 + R_{L3}) / (R_3 + R_{L3}), \\ g_{13} &= g_{14} = (R_X + R_{L2}) / (R_3 + R_{L3}), \quad g_{15} = 1, \quad g_{16} = R_S / (R_3 + R_{L3}), \\ g_{17} &= R_S / ((R_3 + R_{L3})R_2), \quad g_{18} = (R_X + R_{L2} + R_3 + R_{L3}) / (R_3 + R_{L3}); \\ g_{20} &= 1, \quad g_{21} = g_{22} = (R_X + R_{L2}) / (R_1 + R_{L1}), \\ g_{23} &= g_{24} = (R_X + R_{L2} + R_1 + R_{L1}) / (R_1 + R_{L1}), \quad g_{25} = 1, \\ g_{26} &= R_S / (R_1 + R_{L1}), \quad g_{27} = R_S / ((R_1 + R_{L1})R_4), \\ g_{28} &= (R_X + R_{L2} + R_1 + R_{L1}) / (R_1 + R_{L1}); \\ R_S &= (R_1 + R_{L1})(R_3 + R_{L3}) + (R_X + R_{L2})(R_3 + R_{L3}) + (R_1 + R_{L1})(R_X + R_{L2}) \end{aligned} \quad (11)$$

де  $R_3, R_4$  – резистори зворотного зв'язку другого каналу кореляційного підсилювача,  $e_{R3}(t), e_{R4}(t)$  – шумові напруги резисторів зворотнього зв'язку  $R_3, R_4$ ,  $e_{N1}(t), e_{N2}(t)$  – шумові напруги ОП кореляційного підсилювача,  $i_{N1+}(t), i_{N1-}(t), i_{N2+}(t), i_{N2-}(t)$  – вхідні шумові струми прямого та інверсного входу ОП кореляційного підсилювача,  $R_{L3}$  – резистивний опір дроту лінії зв'язку;  $e_{L3}(t)$  – шумова напруга дроту лінії зв'язку  $R_{L3}$ .

### Математичні моделі методичної похибки шумових термометрів

Отримані вирази вхідних шумових напруг ШТ використано при створенні та дослідженні математичних моделей методичної похибки. Структурні схеми (рис. 1, а, б, в) можуть використовуватися в одноканальних ШТ, а структурні схеми (рис. 1, г, д) – у кореляційних (двоканальних) ШТ. На рис.3 представлено структурні схеми шумового термометра з використанням одноканального та двоканального підсилювачів, де  $u_{PU}(t)$  – напруга на виході пристрою усереднення,  $e_{N1}(t), e_{N2}(t), e_{N3}(t)$  – складові шумової завади,  $h_1(t), h_2(t)$  – імпульсні передавальні характеристики малошумових вхідних підсилювачів,  $h_4(t)$  – імпульсна передавальна характеристика пристрою усереднення. Для кожної з отриманих шумових моделей вхідного кола ШТ (рис. 1, а, б, в, г, д) виведемо вирази для відносного стандартного відхилення методичної похибки  $\sigma$  та відносного середнього квадрата методичної похибки  $\varepsilon$ .

Напруга на виході пристрою усереднення за використання у вхідному колі неінвертуючого підсилювача запишеться

$$\begin{aligned} u_{PUNIP}(t) &= [(a_0e_{RX}(t) + a_1e_N(t) + a_2i_{N+}(t) - a_3i_{N-}(t) - \\ &- a_4e_{R1}(t) + a_5e_{R2}(t) + a_6e_{L1}(t) + a_7e_{L2}(t)) * h_1(t) \times \\ &\times (a_0e_{RX}(t) + a_1e_N(t) + a_2i_{N+}(t) - a_3i_{N-}(t) - a_4e_{R1}(t) + \\ &+ a_5e_{R2}(t) + a_6e_{L1}(t) + a_7e_{L2}(t)) * h_3(t)]. \end{aligned} \quad (12)$$

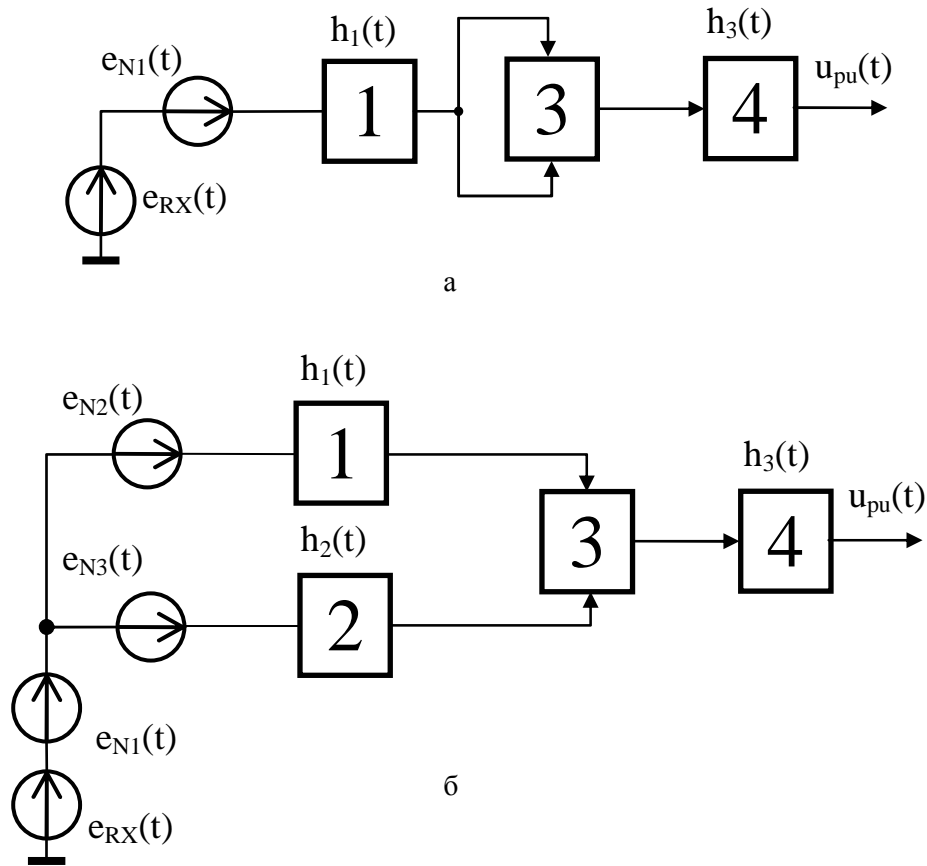


Рис. 3. Структурні схеми шумового термометра на основі одноканального (а) та кореляційного (б) підсилювачів: 1, 2 – малошумовий вхідний підсилювач; 3 – перемножувач; 4 – пристрій усереднення

Провівши перетворення для (12) за [3, 4], отримано вирази для складових математичного сподівання та дисперсії на виході вимірювального кола ШТ

$$\begin{aligned}
 [M(a_0^2 e_{RX}^2)]^2 &= a_0^4 S_{RX}^2 \Delta f^2, & D(a_0^2 e_{RX}^2) &= 2a_0^4 S_{RX}^2 \Delta f / \Theta, \\
 [M(a_1^2 e_N^2)]^2 &= a_1^4 S_{EN}^2 \Delta f^2, & D(a_1^2 e_N^2) &= 2a_1^4 S_{EN}^2 \Delta f / \Theta, \\
 [M(a_2^2 i_{N+}^2)]^2 &= a_2^4 S_{IN+}^2 \Delta f^2, & D(a_2^2 i_{N+}^2) &= 2a_2^4 S_{IN+}^2 \Delta f / \Theta, \\
 [M(a_3^2 i_{N-}^2)]^2 &= a_3^4 S_{IN-}^2 \Delta f^2, & D(a_3^2 i_{N-}^2) &= 2a_3^4 S_{IN-}^2 \Delta f / \Theta, \\
 [M(a_4^2 e_{R1}^2)]^2 &= a_4^4 S_{R1}^2 \Delta f^2, & D(a_4^2 e_{R1}^2) &= 2a_4^4 S_{R1}^2 \Delta f / \Theta, \\
 [M(a_5^2 e_{R2}^2)]^2 &= a_5^4 S_{R2}^2 \Delta f^2, & D(a_5^2 e_{R2}^2) &= 2a_5^4 S_{R2}^2 \Delta f / \Theta, \\
 [M(a_6^2 e_{L1}^2)]^2 &= a_6^4 S_{L1}^2 \Delta f^2, & D(a_6^2 e_{L1}^2) &= 2a_6^4 S_{L1}^2 \Delta f / \Theta, \\
 [M(a_7^2 e_{L2}^2)]^2 &= a_7^4 S_{L2}^2 \Delta f^2, & D(a_7^2 e_{L2}^2) &= 2a_7^4 S_{L2}^2 \Delta f / \Theta,
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
D(a_0 a_1 e_{RX} e_N) &= 2a_0^2 a_1^2 S_{RX} S_{EN} \Delta f / \Theta, & D(a_0 a_2 e_{RX} i_{N+}) &= 2a_1^2 a_2^2 S_{RX} S_{IN+} \Delta f / \Theta, \\
D(a_0 a_3 e_{RX} i_{N-}) &= 2a_0^2 a_3^2 S_{RX} S_{IN-} \Delta f / \Theta, & D(a_0 a_4 e_{RX} e_{R1}) &= 2a_0^2 a_4^2 S_{RX} S_{R1} \Delta f / \Theta, \\
D(a_0 a_5 e_{RX} e_{R2}) &= 2a_0^2 a_5^2 S_{RX} S_{R2} \Delta f / \Theta, & D(a_0 a_6 e_{RX} e_{L1}) &= 2a_0^2 a_6^2 S_{RX} S_{L1} \Delta f / \Theta, \\
D(a_0 a_7 e_{RX} e_{L2}) &= 2a_0^2 a_7^2 S_{RX} S_{L2} \Delta f / \Theta, & D(a_1 a_2 e_N i_{N+}) &= 2a_1^2 a_2^2 S_{EN} S_{IN+} \Delta f / \Theta, \\
D(a_1 a_3 e_N i_{N-}) &= 2a_1^2 a_3^2 S_{EN} S_{IN-} \Delta f / \Theta, & D(a_1 a_4 e_N e_{R1}) &= 2a_1^2 a_4^2 S_{EN} S_{R1} \Delta f / \Theta, \\
D(a_1 a_5 e_N e_{R2}) &= 2a_1^2 a_5^2 S_{EN} S_{R2} \Delta f / \Theta, & D(a_1 a_6 e_N e_{L1}) &= 2a_1^2 a_6^2 S_{EN} S_{L1} \Delta f / \Theta, \\
D(a_1 a_7 e_N e_{L2}) &= 2a_1^2 a_7^2 S_{EN} S_{L2} \Delta f / \Theta, & D(a_2 a_3 i_{N+} i_{N-}) &= 2a_2^2 a_3^2 S_{IN+} S_{IN-} \Delta f / \Theta, \\
D(a_2 a_4 i_{N+} e_{R1}) &= 2a_2^2 a_4^2 S_{IN+} S_{R1} \Delta f / \Theta, & D(a_2 a_5 i_{N+} e_{R2}) &= 2a_2^2 a_5^2 S_{IN+} S_{R2} \Delta f / \Theta, \\
D(a_2 a_6 i_{N+} e_{L1}) &= 2a_2^2 a_6^2 S_{IN+} S_{L1} \Delta f / \Theta, & D(a_2 a_7 i_{N+} e_{L2}) &= 2a_2^2 a_7^2 S_{IN+} S_{L2} \Delta f / \Theta, \\
D(a_3 a_4 i_{N-} e_{R1}) &= 2a_3^2 a_4^2 S_{IN-} S_{R1} \Delta f / \Theta, & D(a_3 a_5 i_{N-} e_{R2}) &= 2a_3^2 a_5^2 S_{IN-} S_{R2} \Delta f / \Theta, \\
D(a_3 a_6 i_{N-} e_{L1}) &= 2a_3^2 a_6^2 S_{IN-} S_{L1} \Delta f / \Theta, & D(a_3 a_7 i_{N-} e_{L2}) &= 2a_3^2 a_7^2 S_{IN-} S_{L2} \Delta f / \Theta, \\
D(a_4 a_5 e_{R1} e_{R2}) &= 2a_4^2 a_5^2 S_{R1} S_{R2} \Delta f / \Theta, & D(a_4 a_6 e_{R1} e_{L1}) &= 2a_4^2 a_6^2 S_{R1} S_{L1} \Delta f / \Theta, \\
D(a_4 a_7 e_{R1} e_{L2}) &= 2a_4^2 a_7^2 S_{R1} S_{L2} \Delta f / \Theta, & D(a_5 a_6 e_{R2} e_{L1}) &= 2a_5^2 a_6^2 S_{R2} S_{L1} \Delta f / \Theta, \\
D(a_5 a_7 e_{R2} e_{L2}) &= 2a_5^2 a_7^2 S_{R2} S_{L2} \Delta f / \Theta, & D(a_6 a_7 e_{L1} e_{L2}) &= 2a_6^2 a_7^2 S_{L1} S_{L2} \Delta f / \Theta
\end{aligned} \tag{14}$$

Для спрощення сприйняття та полегшення комп'ютерного моделювання вирази [13, 14] можна записати у вигляді математичного сподівання квадрата вимірюваного сигналу  $M(e_{RX}^2)$  та декількох сум математичних сподівань та дисперсій

$$\begin{aligned}
M(e_{RX}^2) &= S_{RX} \Delta f & M_S &= \sum_{i=1}^7 a_i^4 S_i^2 \Delta f^2 \\
D_{S1} &= 2 \sum_{i=0}^7 a_i^4 S_i^2 \Delta f / \Theta & D_{S2} &= \sum_{i=0}^7 \sum_{\substack{j=0 \\ i \neq j}}^7 a_i^2 S_i a_j^2 S_j \Delta f / \Theta,
\end{aligned} \tag{15}$$

де  $M_S$  – сума квадратів математичних сподівань складових шумової завади,  $D_{S1}$  – сума дисперсій складових вхідного сигналу, які множаться самі на себе,  $D_{S2}$  – сума решти дисперсій складових вхідного сигналу, для яких індекси  $i \neq j$ ,  $S_i, S_j$  –  $i$ -та або  $j$ -та спектральна густина складових вхідного сигналу,  $S_0 = S_{RX}$  – спектральна густина вимірюваного сигналу,  $S_1 = S_{EN}$  – спектральна густина шумової напруги ОП,  $S_2 = S_{IN+}, S_3 = S_{IN-}$  – спектральні густини вхідних шумових струмів прямого та інверсного входу ОП,  $S_4 = S_{R1}, S_5 = S_{R2}$  – спектральні густини шумових напруг резисторів зворотного зв'язку,  $S_6 = S_{L1}, S_7 = S_{L2}$  – спектральні густини шумових напруг дротів лінії зв'язку.

Відносне стандартне відхилення методичної похибки  $\sigma$  для неінвертуючого підсилювача запишеться як

$$\sigma = \frac{\sqrt{D_{S1} + D_{S2}}}{M(e_{RX}^2)}, \tag{16}$$

а відносний середній квадрат методичної похибки  $\mathcal{E}$  дорівнює

$$\mathcal{E} = \frac{\sqrt{M_S + D_{S1} + D_{S2}}}{M(e_{RX}^2)}. \tag{17}$$

Використавши вирази еквівалентних вхідних шумових напруг (4), (6), (8), (10), отримано напругу на виході пристрою усереднення для схеми з використанням у вхідному колі інвертуючого підсилювача

$$\begin{aligned}
u_{PUIP}(t) &= [(-b_0 e_{RX}(t) - b_1 e_N(t) - b_2 i_{N-}(t) + b_3 e_{R2}(t) - b_4 e_{R1}(t) - b_5 e_{L1}(t) - b_6 e_{L2}(t)) * h_1(t) \times \\
&\times (-b_0 e_{RX}(t) - b_1 e_N(t) - b_2 i_{N-}(t) + b_3 e_{R2}(t) - b_4 e_{R1}(t) - b_5 e_{L1}(t) - b_6 e_{L2}(t)) * h_1(t)] * h_3(t),
\end{aligned} \tag{18}$$

інвертуючого підсилювача з ПП у колі зворотного зв'язку

$$u_{PUIPRX}(t) = [(-c_0 e_{RX}(t) - c_1 e_{N1-}(t) - c_2 i_{N1-}(t) + c_3 e_{R2}(t) - c_4 e_{L1}(t) - c_5 e_{L2}(t)) * h_1(t) \times \\ \times (-c_0 e_{RX}(t) - c_1 e_{N1-}(t) - c_2 i_{N1-}(t) + c_3 e_{R2}(t) - c_4 e_{L1}(t) - c_5 e_{L2}(t)) * h_1(t)] * h_3(t), \quad (19)$$

неінвертуючого кореляційного підсилювача

$$u_{PUNIKP}(t) = [(d_{10} e_{RX}(t) + d_{11} i_{N1+}(t) + d_{12} i_{N2+}(t) + d_{13} e_{L2}(t) + \\ + d_{14} e_{N1}(t) - d_{15} i_{N1-}(t) - d_{16} e_{R1}(t) + d_{17} e_{R2}(t) + d_{18} e_{L1}(t)) * h_1(t) \times \\ \times (d_{20} e_{RX}(t) + d_{21} i_{N1+}(t) + d_{22} i_{N2+}(t) + d_{23} e_{L2}(t) + d_{24} e_{N2}(t) - \\ - d_{25} i_{N2-}(t) - d_{26} e_{R3}(t) + d_{27} e_{R4}(t) + d_{28} e_{L3}(t)) * h_2(t)] * h_3(t), \quad (20)$$

та інвертуючого кореляційного підсилювача

$$u_{PUIKP}(t) = [(-g_{10} e_{RX}(t) - g_{11} e_{R1}(t) - g_{12} e_{N1}(t) + g_{13} e_{R3}(t) + g_{14} e_{N2}(t) \\ - g_{15} e_{L2}(t) - g_{16} i_{N1-}(t) + g_{17} e_{R2}(t) - g_{18} e_{L1}(t)) * h_1(t) \times \\ \times (-g_{20} e_{RX}(t) + g_{21} e_{R1}(t) + g_{22} e_{N1}(t) - g_{23} e_{R3}(t) - g_{24} e_{N2}(t) \\ - g_{25} e_{L2}(t) - g_{26} i_{N2-}(t) + g_{27} e_{R4}(t) - g_{28} e_{L3}(t)) * h_2(t)] * h_3(t). \quad (21)$$

Для розглянутих варіантів вхідного кола ШТ за наведеною вище методикою отримано вирази для знаходження складових відносного стандартного відхилення методичної похибки  $\sigma$  та відносного середнього квадрата методичної похибки  $\varepsilon$ , які подано у таблиці.

### Математичні моделі методичної похибки

Тип вхідного кола	Математичні вирази для складових методичної похибки	Спектральні густини шумових сигналів
неінвертуючий підсилювач	$M_S = \sum_{i=1}^7 a_i^4 S_i^2 \Delta f^2$ $D_{S1} = 2 \sum_{i=0}^7 a_i^4 S_i^2 \Delta f / \Theta$ $D_{S2} = \sum_{i=0}^7 \sum_{\substack{j=0 \\ i \neq j}}^7 a_i^2 S_i a_j^2 S_j \Delta f / \Theta$	$S_0 = S_{RX}, S_1 = S_{EN}, S_2 = S_{IN+}, S_3 = S_{IN-},$ $S_4 = S_{R1}, S_5 = S_{R2}, S_6 = S_{L1}, S_7 = S_{L2}.$
інвертуючий підсилювач	$M_S = \sum_{i=1}^6 b_i^4 S_i^2 \Delta f^2$ $D_{S1} = 2 \sum_{i=0}^6 b_i^4 S_i^2 \Delta f / \Theta$ $D_{S2} = \sum_{i=0}^6 \sum_{\substack{j=0 \\ i \neq j}}^6 b_i^2 S_i b_j^2 S_j \Delta f / \Theta$	$S_0 = S_{RX}, S_1 = S_{EN}, S_2 = S_{IN-}, S_3 = S_{R2},$ $S_4 = S_{R1}, S_5 = S_{L1}, S_6 = S_{L2}.$
інвертуючий підсилювач з первинним перетворювачем у колі зворотного зв'язку	$M_S = \sum_{i=1}^5 c_i^4 S_i^2 \Delta f^2$ $D_{S1} = 2 \sum_{i=0}^5 c_i^4 S_i^2 \Delta f / \Theta$ $D_{S2} = \sum_{i=0}^5 \sum_{\substack{j=0 \\ i \neq j}}^5 c_i^2 S_i c_j^2 S_j \Delta f / \Theta$	$S_0 = S_{RX}, S_1 = S_{EN}, S_2 = S_{IN-}, S_3 = S_{R2},$ $S_4 = S_{L1}, S_5 = S_{L2}.$
неінвертуючий кореляційний підсилювач	$M_S = \sum_{i=1}^3 d_{1i}^2 S_{1i} d_{2i}^2 S_{2i} \Delta f^2$ $D_{S1} = 2 \sum_{i=0}^3 d_{1i}^2 S_{1i} d_{2i}^2 S_{2i} \Delta f / \Theta$ $D_{S2} = \sum_{i=0}^8 \sum_{\substack{j=0 \\ i \neq j \{0,1,2,3\}}}^8 d_{1i}^2 S_{1i} d_{2j}^2 S_{2j} \Delta f / \Theta$	$S_{10} = S_{RX}, S_{11} = S_{IN1+}, S_{12} = S_{IN2+},$ $S_{13} = S_{L2}, S_{14} = S_{EN1}, S_{15} = S_{IN1-},$ $S_{16} = S_{R1}, S_{17} = S_{R2}, S_{18} = S_{L1},$ $S_{20} = S_{RX}, S_{21} = S_{IN1+}, S_{22} = S_{IN2+},$ $S_{23} = S_{L2}, S_{24} = S_{EN2}, S_{25} = S_{IN2-},$ $S_{26} = S_{R3}, S_{27} = S_{R4}, S_{28} = S_{L3}.$
інвертуючий кореляційний підсилювач	$M_S = \sum_{i=1}^5 g_{1i}^2 S_{1i} g_{2i}^2 S_{2i} \Delta f^2$ $D_{S1} = 2 \sum_{i=0}^5 g_{1i}^2 S_{1i} g_{2i}^2 S_{2i} \Delta f / \Theta$ $D_{S2} = \sum_{i=0}^8 \sum_{\substack{j=0 \\ i \neq j \{0,1,2,3,4,5\}}}^8 g_{1i}^2 S_{1i} g_{2j}^2 S_{2j} \Delta f / \Theta$	$S_{10} = S_{RX}, S_{11} = S_{R1}, S_{12} = S_{EN1},$ $S_{13} = S_{R3}, S_{14} = S_{EN2}, S_{15} = S_{L2},$ $S_{16} = S_{IN1-}, S_{17} = S_{R2}, S_{18} = S_{L1},$ $S_{20} = S_{RX}, S_{21} = S_{R1}, S_{22} = S_{EN1},$ $S_{23} = S_{R3}, S_{24} = S_{EN2}, S_{25} = S_{L2},$ $S_{26} = S_{IN2-}, S_{27} = S_{R4}, S_{28} = S_{L3}.$

Для ШТ з неінвертуючим кореляційним підсилювачем у вхідному колі при розрахунку  $D_{S2}$  не враховуються доданки, для яких  $i = j$  та коли вони набувають значення від нуля до трьох, а для ШТ з інвертуючим кореляційним підсилювачем – коли вони набувають значення від нуля до п'яти. Отримавши значення  $M_s, D_{S1}, D_{S2}$  для кожного з варіантів вхідного кола ШТ за формулами (16), (17) та використавши вирази з таблиці, можна розрахувати відносне стандартне відхилення  $\sigma$  та відносний середній квадрат  $\mathcal{E}$  методичної похибки.

### Програмний пакет

Розроблено програмний пакет, який дає змогу проглядати варіанти вхідного кола шумового термометра, змінювати значення параметрів елементів вхідного кола (опору дротів лінії зв'язку, резисторів зворотного зв'язку підсилювачів, шумових параметрів операційних підсилювачів, значення опору чутливого елемента первинного перетворювача), розраховувати спектральні густини вимірюваного сигналу та складових шумової завади, виводити на монітор залежності відносного стандартного відхилення та відносного середнього квадрата методичної похибки від певного параметра вхідного кола у графічному вигляді.

### Висновок

У статті розглянуто основні можливі варіанти вхідного кола шумового термометра з використанням одноканального та двоканального підсилювача та отримано їхні шумові моделі. Для кожної з шумових моделей отримано вирази відносного стандартного відхилення та відносного середнього квадрата методичної похибки залежно від шумових параметрів чутливого елемента первинного перетворювача, операційного підсилювача, резисторів зворотного зв'язку та лінії зв'язку. Розроблений програмний пакет дає змогу досліджувати методичні похибки шумових термометрів на основі одноканальних та двоканальних підсилювачів.

Надалі математичні моделі методичної похибки та програмний пакет можна використовувати для оптимізації параметрів вхідного кола шумових термометрів за використання конкретних операційних підсилювачів у вхідному колі.

1. Nyquist H. *Thermal agitation of electric charge in conductors*. // *Phys. Rev.* – 1928. – № 32. – P.110–113. 2. Микитин І.П., Стадник Б.І. *Методична похибка вимірювання шумовим термометром*. // *Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. Автоматика, вимірювання та керування*. – 2001. – №420. – С. 102–104. 3. Микитин І.П., Стадник Б.І., Дорожжовець М.М. *Математична модель шумового термометра на основі кореляційного підсилювача* // *Вимірювальна техніка та метрологія*. – 2000. – №57. – С. 63–66. 4. Микитин І.П., Стадник Б.І. *Математична модель шумового термометра на основі одноканального підсилювача*. // *Вимірювальна техніка та метрологія*. – 2002. – №59. – С. 60–62.