

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАВАНТАЖЕНЬ ЛОПАТЕЙ ТИХОХІДНОГО ВІТРОКОЛЕСА

© Кузьо І.В., Корендій В.М., 2011

Поставлено задачу аналітичного визначення та комп'ютерного моделювання узагальнених сил, що входять до правої частини диференціальних рівнянь Лагранжа руху вітроколеса та діють на елементарну ділянку лопаті під час її складного руху – нерівномірного обертання навколо трьох осей: башти, вітроколеса і лопаті, тобто з використанням для стабілізації кутової швидкості вітроколеса механізму повороту лопатей навколо власних осей.

The task of analytical determination and computer modeling of the generalized forces which are included in the right part of differential equalizations of Lagrange of motion of wind-wheel and operate on the elementary area of blade at its difficult motion – unsettled rotation round three axes – tower, wind-wheel and blade, when the mechanism of turn of blades round own axes is used for stabilizing of angular velocity of wind-wheel, is put in the article.

Постановка проблеми. Вітроенергетика є одним із найперспективніших напрямів розвитку альтернативних джерел енергії. Країни ЄС вкладають значні кошти в її розвиток, проголосивши поступову відмову від атомної енергетики та скорочення ядерних програм. Перевагами вітроенергетичних установок порівняно з традиційними джерелами енергії є: можливість забезпечення енергією важкодоступні, слабозаселені та глибинні території; потенціал вітрової енергії, за прогнозами спеціалістів, здатен повністю задовольнити зростаючі енергетичні потреби людства; можливість використання вітроустановок спільно з гідроелектростанціями, сонячними батареями тощо; відносно незначні матеріальні затрати на виробництво, простота і легкість обслуговування; енергія вітру вважається однією з найбезпечніших джерел енергії та спричиняє найменший негативний вплив на навколишнє середовище [1].

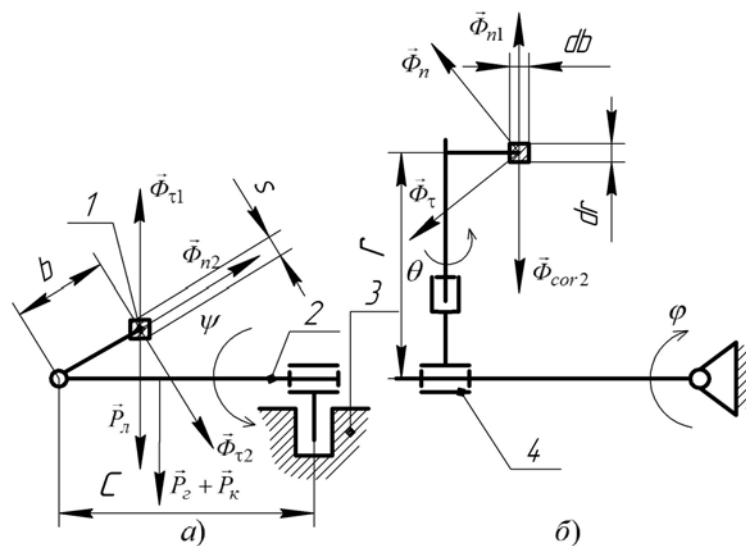
Сьогодні розробленням нових конструкцій та аналізом експлуатаційних характеристик вітроенергетичних установок займається доволі багато наукових, проектних та дослідницьких установ. Більшість проблем, пов'язаних із моделюванням динамічної поведінки лопатей, стосуються їх складного руху – нерівномірного обертання навколо декількох осей. Особливий науковий інтерес становлять механізми повороту лопатей навколо власної осі з метою стабілізації кутової швидкості вітроколеса та регулювання відбору потужності з потоків повітря [2, 3]. З їх використанням елементарні ділянки лопаті мають можливість обертатися навколо трьох осей – башти, вітроколеса і безпосередньо лопаті, що значно ускладнює побудову математичних моделей руху вітроколеса і, як наслідок, процес теоретичного дослідження динамічної поведінки лопатей.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У роботі [2] поставлено задачу аналізу динаміки тихохідного вітроколеса, розроблено методику розрахунку його конструктивних елементів з урахуванням аеродинамічних, гравітаційних та інерційних навантажень. У статті [3] доведено доцільність та обґрунтовано можливості застосування механізмів стабілізації кутової швидкості вітроколеса, а саме механізму повороту лопатей навколо власних осей та механізму типу “Парасолька”. У роботі [4] проаналізовано комплексну дію аеродинамічних, інерційних та гравітаційних сил та моментів від цих навантажень із зміною кутового положення лопатей та осі

обертання вітроколеса. Як бачимо, сьогодні залишається актуальною і недослідженою задача моделювання навантажень лопатей з використанням різноманітних механізмів стабілізації кутової швидкості вітроколеса, тобто коли елементарні ділянки лопатей мають можливість нерівномірно обертатися навколо трьох і більше осей.

Формулювання цілі статті. Метою статті є аналітичне визначення та комп'ютерне моделювання узагальнених сил, що входять до правої частини диференціальних рівнянь Лагранжа руху вітроколеса та діють на елементарну ділянку лопаті під час її складного руху – нерівномірного обертання навколо трьох осей – башти, вітроколеса і лопаті, тобто при використанні для стабілізації кутової швидкості вітроколеса механізму повороту лопатей навколо власних осей.

Виклад основного матеріалу. Нехай потрібно скласти рівняння руху лопатей тихохідного вітроколеса з використанням механізму стабілізації кутової швидкості за допомогою повороту лопатей навколо власних осей [3]. Кінематична схема механізму із зазначенням усіх сил, що діють на елементарну ділянку лопаті під час її складного неусталеного руху, подано на рисунку.



Кінематична схема механізму повороту лопатей:

а – вигляд збоку; б – вигляд згори;

1 – елементарна ділянка лопаті; 2 – вісь гондоли; 3 – башта; 4 – вітроколесо

Розв'яжемо поставлену задачу за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду. Методика розв'язування таких задач за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду відрізняється від методики розв'язання задач іншими способами, які ґрунтуються на застосуванні теорем динаміки, єдиною загальною послідовністю окремих етапів розв'язування та дослідження кожної задачі.

1. Визначення кількості ступенів вільності системи та вибір узагальнених координат. Ступінь вільності просторового механізму повороту лопатей визначимо за формулою Малишева [2]. Як бачимо із кінематичної схеми механізму (рисунок), він складається із чотирьох ланок: башти, гондоли, вітроколеса, лопаті. Кількість рухомих ланок – три. Якщо б усі ланки були вільними тілами, загальна кількість ступенів вільності дорівнювала б $3 \cdot 6 = 18$. Однак у цьому механізмі ми маємо три пари, які накладають на відносний рух ланок, що утворюють пару, п'ять в'язей. Отже, можемо записати формулу для визначення ступеня вільності механізму:

$$W = 3 \cdot 6 - 5 \cdot 3 = 3. \quad (1)$$

З рисунка видно, що положення системи однозначно визначається кутами повороту гондоли навколо осі башти (φ), вітроколеса навколо осі гондоли (ψ) та лопаті навколо власної осі (θ), або

координатами довільної елементарної ділянки лопаті відносно обраної інерційної декартової системи координат. Тому система має три ступені вільності. Прийmemo декартові координати довільної елементарної ділянки лопаті як узагальнені координати. Припускаемо, що в початковий момент часу $\varphi = \psi = \theta = 0$; $x = c$, $y = 0$, $z = \sqrt{r^2 + b^2}$.

Накладені на систему в'язі – голономні, утримуючі, ідеальні. Кількість рівнянь Лагранжа другого роду дорівнює кількості узагальнених координат і для цієї системи вони мають вигляд:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial T}{\partial y} = Q_y; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{z}} \right) - \frac{\partial T}{\partial z} = Q_z. \quad (2)$$

2. Визначення узагальнених сил, що відповідають обраним узагальненим координатам. Сили, які діють на елементарну ділянку лопаті розмірами $dr \times db$, були розглянуті у роботі [5]. Довільна елементарна ділянка, нерівномірно обертаючись навколо трьох осей: башти, вітроколеса і лопаті – сприймає відповідні обертові та відцентрові навантаження ($\vec{\Phi}_\tau$, $\vec{\Phi}_n$, $\vec{\Phi}_{\tau 1}$, $\vec{\Phi}_{n1}$, $\vec{\Phi}_{\tau 2}$, $\vec{\Phi}_{n2}$), гравітаційні навантаження (\vec{P}_z , \vec{P}_e , \vec{P}_n), а також навантаження від коріолісових сил інерції ($\vec{\Phi}_{cor}$, $\vec{\Phi}_{cor1}$, $\vec{\Phi}_{cor2}$) за одночасного обертання навколо осей, відповідно, башти і вітроколеса, башти і лопаті, вітроколеса і лопаті (рисунок).

У цьому випадку ми використовували аналітичний метод визначення узагальнених сил. Запишемо загальний вигляд проєкцій на осі інерційної системи координат сумарного навантаження від дії відцентрових, обертових, коріолісових сил інерції та сил тяжіння [5].

$$\Phi_{\Sigma x} = \rho \cdot s \cdot \left[\begin{aligned} & \sqrt{(r^2 + (b \cos \theta)^2) \cdot \sin^2 \psi + (c \pm b \sin \theta)^2} \cdot \left(d^2 \varphi / dt^2 \cdot \sin \varphi + (d\varphi/dt)^2 \cdot \cos \varphi \right) + \\ & + \sqrt{r^2 + (b \cos \theta)^2} \cdot \left((d\psi/dt)^2 \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi - d^2 \psi / dt^2 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi \right) - \\ & - b \cdot \left(\frac{d^2 \theta / dt^2 \cdot (\sin \theta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi + \cos \theta \cdot \cos \varphi) +}{+ (d\theta/dt)^2 \cdot (\cos \theta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi - \sin \theta \cdot \cos \varphi)} \right) + \\ & + 2 \cdot \left(\frac{d\varphi/dt \cdot d\psi/dt \cdot \sqrt{r^2 + (b \cos \theta)^2} \cdot \cos \psi \cdot \cos \varphi +}{+ d\varphi/dt \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot \begin{pmatrix} \sin \theta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi - \\ - \cos \theta \cdot \sin \varphi \end{pmatrix} -} \right. \\ & \left. - d\psi/dt \cdot \sin \varphi \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi \right) \end{aligned} \right] \cdot dr \cdot db; \quad (3)$$

$$\Phi_{\Sigma y} = \rho \cdot s \cdot \left[\begin{aligned} & \sqrt{(r^2 + (b \cos \theta)^2) \cdot \sin^2 \psi + (c \pm b \sin \theta)^2} \cdot \left((d\varphi/dt)^2 \cdot \sin \varphi - d^2 \varphi / dt^2 \cdot \cos \varphi \right) + \\ & + \sqrt{r^2 + (b \cos \theta)^2} \cdot \left(d^2 \psi / dt^2 \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi - (d\psi/dt)^2 \cdot \cos \varphi \cdot \sin \psi \right) + \\ & + b \cdot \left(\frac{d^2 \theta / dt^2 \cdot (\sin \theta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi - \cos \theta \cdot \sin \varphi) +}{+ (d\theta/dt)^2 \cdot (\cos \theta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi + \sin \theta \cdot \sin \varphi)} \right) + \\ & + 2 \cdot \left(\frac{d\varphi/dt \cdot d\psi/dt \cdot \sqrt{r^2 + (b \cos \theta)^2} \cdot \cos \psi \cdot \sin \varphi +}{+ d\varphi/dt \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot \begin{pmatrix} \sin \theta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi + \\ + \cos \theta \cdot \cos \varphi \end{pmatrix} +} \right. \\ & \left. + d\psi/dt \cdot \cos \varphi \cdot d\theta/dt \cdot b \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi \right) \end{aligned} \right] \cdot dr \cdot db;$$

$$\Phi_{\Sigma z} = \rho \cdot s \cdot \left[\begin{array}{l} \sqrt{r^2 + (b \cos \theta)^2} \cdot \left(d^2 \psi / dt^2 \cdot \sin \psi + (d\psi / dt)^2 \cdot \cos \psi \right) + \\ + b \cdot \left(d^2 \theta / dt^2 \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi + (d\theta / dt)^2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \psi \right) - g + \\ + 2 \cdot \left(d\psi / dt \cdot \cos \varphi \cdot d\theta / dt \cdot b \cdot (\sin \theta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi - \cos \theta \cdot \sin \varphi) + \right. \\ \left. + d\psi / dt \cdot \sin \varphi \cdot d\theta / dt \cdot b \cdot (\sin \theta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \psi + \cos \theta \cdot \cos \varphi) \right) \end{array} \right] \cdot dr \cdot db - g \cdot (m_z + m_g),$$

де ρ – густина матеріалу лопаті; s – товщина лопаті; r – радіус лопаті, на якому розміщена елементарна ділянка; b – відстань від осі лопаті до елементарної ділянки за шириною лопаті, θ – кут повороту лопаті навколо власної осі відносно площини обертання; ψ – кут повороту вітроколеса відносно вертикальної осі; φ – кут повороту гондоли відносно координатної осі Ox ; c – відстань від осі башти до осі лопаті; t – час; dr, db – розміри елементарної ділянки, відповідно, за довжиною та шириною лопаті; g – пришвидшення вільного падіння; m_z, m_g – маси, відповідно, гондоли та вітроколеса; $\Phi_{\Sigma x}, \Phi_{\Sigma y}, \Phi_{\Sigma z}$ – узагальнені сили, що відповідають обраним узагальненим координатам x, y, z .

Узагальнені координати x, y, z елементарної ділянки лопаті в довільний момент часу визначаються із співвідношень:

$$\begin{cases} x = \sqrt{(r^2 + (b \cos \theta)^2) \cdot \sin^2 \psi + (c \pm b \sin \theta)^2} \cdot \cos \varphi; \\ y = \sqrt{(r^2 + (b \cos \theta)^2) \cdot \sin^2 \psi + (c \pm b \sin \theta)^2} \cdot \sin \varphi; \\ z = \sqrt{r^2 + (b \cos \theta)^2} \cdot \cos \psi. \end{cases} \quad (4)$$

За системою (4) можемо визначити кути φ, ψ, θ та їхні похідні $\frac{d\varphi}{dt}, \frac{d\psi}{dt}, \frac{d\theta}{dt}$, $\frac{d^2\varphi}{dt^2}, \frac{d^2\psi}{dt^2}, \frac{d^2\theta}{dt^2}$ через узагальнені координати x, y, z та узагальнені швидкості $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$. У зв'язку із складністю системи рівнянь (4), використаємо комп'ютерний комплекс символічної математики МАТНЕМАТІСА, за допомогою якого можемо одразу записати:

$$\begin{cases} \varphi = \arccos \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right); \\ \psi = \arccos \left(\frac{2 \cdot c \cdot z}{\sqrt{-b^4 - c^4 - (-r^2 + x^2 + y^2 + z^2)^2 + 2 \cdot b^2 \cdot (c^2 - r^2 + x^2 + y^2 + z^2) + 2 \cdot c^2 \cdot (r^2 + x^2 + y^2 + z^2)}} \right); \\ \theta = \arccos \left(\frac{\sqrt{-b^4 - (-c^2 - r^2 + x^2 + y^2 + z^2)^2 + 2 \cdot b^2 \cdot (c^2 - r^2 + x^2 + y^2 + z^2)}}{2 \cdot b \cdot c} \right). \end{cases} \quad (5)$$

Із урахуванням системи рівнянь (5) вирази (3) для визначення узагальнених сил можна подати у вигляді:

$$\begin{aligned}
Q_x &= \rho \cdot s \cdot \left[\frac{\left(\begin{aligned} &3 \cdot x \cdot y^2 \cdot (\dot{x})^2 + x \cdot y \cdot (x^2 + y^2) \cdot \dot{y} + (x^3 - 2 \cdot x \cdot y^2) \cdot (\dot{y})^2 - \\ &- y \cdot \dot{x} \cdot (y \cdot (x^2 + y^2) + (4 \cdot x^2 - 2 \cdot y^2) \cdot \dot{y}) + y \cdot (x^2 + y^2) \cdot (-y \cdot \ddot{x} + x \cdot \ddot{y}) \end{aligned} \right)}{(x^2 + y^2)^2} \right] \cdot dr \cdot db; \\
Q_y &= \rho \cdot s \cdot \left[\frac{\left(\begin{aligned} &(-2 \cdot x^2 \cdot y^2 + y^4) \cdot (\dot{x})^2 + x \cdot \dot{x} \cdot (x^2 \cdot y^2 + y^4 - 4 \cdot y \cdot (x^2 + y^2) \cdot \dot{y} + 6 \cdot x^2 \cdot y \cdot \dot{y}) - \\ &- x \cdot y \cdot (x \cdot (x^2 + y^2) \cdot \dot{y} - 3 \cdot x \cdot y \cdot (\dot{y})^2 + (x^2 + y^2) \cdot (-y \cdot \ddot{x} + x \cdot \ddot{y})) \end{aligned} \right)}{y \cdot (x^2 + y^2)^2} \right] \cdot dr \cdot db; \\
Q_z &= \rho \cdot s \cdot \left[\frac{\begin{aligned} &-2 \cdot (x \cdot \dot{x} + y \cdot \dot{y} + z \cdot \dot{z})^2 + (b^2 + c^2 + r^2 - x^2 - y^2 - z^2) \times \\ &\times (x \cdot \dot{x} + (\dot{x})^2 + y \cdot \dot{y} + (\dot{y})^2 + z \cdot \dot{z} + (\dot{z})^2 + x \cdot \ddot{x} + y \cdot \ddot{y} + z \cdot \ddot{z}) \end{aligned}}{\left(\begin{aligned} &b^4 + c^4 + (-r^2 + x^2 + y^2 + z^2)^2 - 2 \cdot b^2 \cdot (c^2 - r^2 + x^2 + y^2 + z^2) - \\ &- 2 \cdot c^2 \cdot (r^2 + x^2 + y^2 + z^2) \end{aligned} \right)^2} \right] \cdot dr \cdot db - g \cdot (m_z + m_g).
\end{aligned} \tag{6}$$

Висновки. Проаналізовано динаміку тихохідного вітроколеса та виведено аналітичні залежності, які дають змогу подати через узагальнені координати відцентрові, дотичні, коріолісові сили інерції та сили тяжіння, що діють на елементарні ділянки лопаті вітроколеса під час їх нерівномірного обертання навколо трьох осей (вітроколеса, башти і лопаті). Подано кінематичну схему вітроколеса з використанням механізму повороту лопатей навколо власних осей та розроблено схему дії зазначених вище сил (рисунок), за допомогою яких можна створити наближену модель навантаження лопатей. Виведені рівняння (6) доцільно застосовувати для побудови диференціальних рівнянь Лагранжа під час дослідження динамічної поведінки лопатей. Надалі планується здійснити комп'ютерну реалізацію математичних моделей динаміки вітроколеса, а також імітаційне моделювання механізмів стабілізації його кутової швидкості з метою перевірки розробленого математичного апарату.

1. Кузьо І.В. Обґрунтування розвитку вітроенергетичних установок малої та надмалої потужності / І.В. Кузьо, В.М. Корендій // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2010. – № 679. – С. 61–68. 2. Кузьо І.В. Аналіз аеродинамічних та інерційних навантажень тихохідного вітроколеса / І.В. Кузьо, В.М. Корендій, Н.І. Прокопець // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2011. – № 701. – С. 43–50. 3. Кузьо І.В. Оптимізація геометрії лопатей тихохідного вітроколеса з метою максимізації відбору потужності з потоків повітря / І.В. Кузьо, В.М. Корендій, Н.І. Прокопець // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2011. – № 702. – С. 59–68. 4. Корендій В.М. Оцінка характеристик міцності та жорсткості лопатей тихохідного вітроколеса / В.М. Корендій // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. – 2011. – № 44. – С. 68–75. 5. Кузьо І.В. Математичне моделювання динаміки тихохідного вітроколеса / І.В. Кузьо, В.М. Корендій // Наукові нотатки. – 2011. – № 32. – С. 72–80.