

МОДЕЛЮВАННЯ ХВИЛЬОВИХ ПОЛІВ У ШАРУВАТИХ СЕРЕДОВИЩАХ ІЗ ДОДАТКОВИМИ НАПРУЖЕННЯМИ

Розглянуто модель вертикально-неоднорідного середовища, коли один або декілька шарів знаходяться під додатковою напругою. Для розв'язання задачі запропоновано використання матричного методу Томсона—Хаскела для побудови поля переміщень з метою використання відповідних аналітичних співвідношень для вирішення оберненої задачі щодо тензора напружень або/і параметрів джерела. Одержані результати математичного моделювання є простими у використанні, їх можна застосовувати для інтерпретації сейсмічних записів.

Ключові слова: вертикально-неоднорідне середовище; матричний метод; тензор сейсмічного моменту; гідростатичний стиск; обмінні хвилі.

Задачам моделювання хвильових полів в шаруватих середовищах присвячено багато робіт [Аки К., Ричардс П., 1983; Молотков Л.А., 1984; Пустовитенко Б.Г., 2004; Малицький Д.В., 2007; Малицький Д.В., 2010]. Існує достатньо методів для вирішення таких задач, які достатньо ефективно використовуються в геофізиці, в тому числі в сейсмології. При цьому ці методи і підходи повинні базуватися на використанні сучасних уявлень про особливості формування вогнищевих зон та геологічної структури, в яких поширюються сейсмічні хвилі. Створення таких підходів і методів вимагає розв'язання широкого кола математичних, фізичних, алгоритмічних, програмних та інших питань, націлених на розв'язання комплексного аналізу геофізичних і сейсмічних даних, що забезпечить розвиток, як прямих так і обернених динамічних задач.

Важливою задачею геофізики є визначення поля переміщень на денній поверхні, коли один або декілька шарів знаходяться під додатковою напругою, яку будемо представляти тензором напружень. Ця задача є актуальна для прикладної і розвідувальної геофізики при моделюванні поля переміщень навколо свердловин. Постає питання вирішення задачі математичного моделювання процесів поширення сейсмічних хвиль в шаруватому середовищі для вектора переміщень як функції часу, коли частина середовища є під додатковою загрузкою.

Авторами даної роботи запропоновано використання матричного методу Томсона—Хаскела для побудови поля переміщень з метою використання відповідних аналітичних співвідношень для вирішення оберненої задачі щодо тензора напружень або/і параметрів джерела. Середовище промодельоване пачкою однорідних ізотропних шарів із паралельними границями, за винятком тих шарів, які є під додатковою напругою. Джерело сейсмічних хвиль представлено тензором сейсмічного моменту, який містить шість незалежних компонент. Вважаємо, що на границях між шарами виконуються умови жорсткого контакту (неперервність переміщень і напружень). Денна поверхня є вільною від напружень. Джерело хвиль розміщено всередині ізотропного шару на

визначеній глибині $z = z_s$. Вважаємо також, що хвилі із нижнього півпростору $(n+1)$ не повертаються (умова випромінювання), а також дію додаткового напруження у вигляді гідростатичного стиску в шарі, який розміщено нижче дії джерела, наприклад в i -му шарі.

Тоді в циліндричній системі координат поле переміщень на денній поверхні такого середовища визначено у вигляді [Малицький Д.В., 2010]:

$$\begin{aligned}
 u_z^{(0)}(r, j_a, t) &= \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2pj} dk \int_{d-j_\infty}^{d+j_\infty} M_1(k, h, j_a) \cdot g_{1z} \cdot e^{kth} dh + \\
 &+ \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2pj} dk \int_{d-j_\infty}^{d+j_\infty} M_2(k, h, j_a) \cdot g_{2z} \cdot e^{kth} dh + \\
 &+ \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2pj} dk \int_{d-j_\infty}^{d+j_\infty} M_3(k, h, j_a) \cdot g_{3z} \cdot e^{kth} dh, \\
 u_r^{(0)}(r, j_a, t) &= \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2pj} dk \int_{d-j_\infty}^{d+j_\infty} M_1(k, h, j_a) \cdot g_{1r} \cdot e^{kth} dh + \\
 &+ \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2pj} dk \int_{d-j_\infty}^{d+j_\infty} M_2(k, h, j_a) \cdot g_{2r} \cdot e^{kth} dh + \\
 &+ \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2pj} dk \int_{d-j_\infty}^{d+j_\infty} M_3(k, h, j_a) \cdot g_{3r} \cdot e^{kth} dh \\
 u_j^{(0)}(r, j_a, t) &= \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2pj} dk \int_{d-j_\infty}^{d+j_\infty} M_5(k, h, j_a) \cdot g_{5j} \cdot e^{kth} dh + (1) \\
 &+ \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2pj} dk \int_{d-j_\infty}^{d+j_\infty} M_6(k, h, j_a) \cdot g_{6j} \cdot e^{kth} dh
 \end{aligned}$$

Параметри $g_{1z}, g_{2z}, \dots, g_{6j}$, які входять у (1) визначено через елементи характеристичної матриці всього середовища D (P - SV випадок) і D^* (SH -випадок) і характеристичної матриці всього середовища над джерелом $D_{s,1}^{-1}$ і $D_{s,1}^{*-1}$ [Малицький Д.В., 2007] і мають такий вигляд:

$$\begin{aligned}
 g_{1z} &= \left(-d_{21}'' + \frac{A}{B} d_{31}'' + \frac{M}{B} d_{41}'' \right) \cdot \frac{1}{2pm_s}, \\
 g_{2z} &= \left\{ - \left[d_{22}'' \frac{1}{r_s V_p^2} + d_{23}'' \left(\frac{2V_s^2}{V_p^2} - 1 \right) \right] + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{A}{B} \left[d_{32}'' \cdot \frac{1}{r_s V_p^2} + d_{33}'' \left(\frac{2V_s^2}{V_p^2} - 1 \right) \right] + \\
 & + \frac{M}{B} \left[d_{42}'' \frac{1}{r_s V_p^2} + d_{43}'' \left(\frac{2V_s^2}{V_p^2} - 1 \right) \right] \cdot \frac{1}{2p}, \\
 g_{3z} & = \left(-d_{23}'' + \frac{A}{B} d_{33}'' + \frac{M}{B} d_{43}'' \right) \cdot \frac{1}{2p}, \\
 g_{1r} & = \frac{1}{2pm_s} \cdot \left(-d_{11}'' + \frac{N}{B} d_{31}'' + \frac{A}{B} d_{41}'' \right), \\
 g_{2r} & = -\frac{1}{2p} \cdot \left\{ - \left[d_{12}'' \frac{1}{r_s V_p^2} + d_{13}'' \left(\frac{2V_s^2}{V_p^2} - 1 \right) \right] + \right. \\
 & \left. \frac{N}{B} \left[d_{32}'' \cdot \frac{1}{r_s V_p^2} + d_{33}'' \left(\frac{2V_s^2}{V_p^2} - 1 \right) \right] + \right. \\
 & \left. + \frac{A}{B} \left[d_{42}'' \frac{1}{r_s V_p^2} + d_{43}'' \left(\frac{2V_s^2}{V_p^2} - 1 \right) \right] \right\}, \\
 g_{3r} & = -\frac{1}{2p} \cdot \left(-d_{13}'' + \frac{N}{B} d_{33}'' + \frac{A}{B} d_{43}'' \right), \\
 g_{5j} & = \left(-d_{11}^{*''} - \frac{d_{12}^{*''}}{d_{11}^{*''}} d_{21}^{*''} \right) \cdot \frac{1}{2pm_s}, \\
 g_{6j} & = \left(-d_{12}^{*''} - \frac{d_{11}^{*''}}{d_{11}^{*''}} d_{22}^{*''} \right) \cdot \frac{1}{4p}.
 \end{aligned}$$

k — горизонтальна компонента хвильового числа; h — змінна Мелліна; j_a — азимут; J_0, J_1 — функції Бесселя нульового і першого порядку; \mathbf{r} — густина

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_j & = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -b_j & b_j \\ a_j & -a_j & -1 & -1 \\ 2m_j a_j & -2m_j a_j & -m_j g_j & -m_j g_j \\ m_j g_j & m_j g_j & -2m_j b_j & 2m_j b_j \end{pmatrix}, \\
 \mathbf{L}_i & = \begin{pmatrix} e^{kh_j a_j} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-kh_j a_j} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{kh_j j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-kh_j j} \end{pmatrix}, \\
 \mathbf{A}_j^* & = \begin{pmatrix} b_j & -b_j \\ m_j b_j^2 & m_j b_j^2 \end{pmatrix}, \mathbf{L}_j^* = \begin{pmatrix} e^{kh_j j} & 0 \\ 0 & e^{-kh_j j} \end{pmatrix}, \\
 g_j & = 1 + b_j^2.
 \end{aligned}$$

Так як шар i (рис.1) знаходиться під дією гідростатичного стиску P , то його фізичні параметри (швидкості поширення поздовжньої C_T та поперечної хвиль C_L) визначено таким способом [Tian J., 2008]:

$$C_T^2 = \frac{m_0 + \left(m - \frac{1}{6}n \right) \frac{P}{K}}{r_0 \left(1 + \frac{P}{K} \right)} = C_T^{02} \frac{1 + \frac{m - \frac{1}{6}n}{m_0} \frac{P}{K}}{1 + P/K}, \quad (2)$$

а швидкість поздовжньої:

$$C_L^2 = \frac{I_0 + 2m_0 + \left(2l + \frac{4}{3}m \right) \frac{P}{K}}{r_0 \left(1 + \frac{P}{K} \right)} = C_L^{02} \frac{1 + \frac{2l + \frac{4}{3}m}{I_0 + 2m_0} \frac{P}{K}}{1 + P/K},$$

де l, m, n - коефіцієнти Мурнагана.

Джерело сейсмічних хвиль розміщено в другому шарі на глибині 7000метрів, а фізичні параметри другого і третього шарів є однакові. Нехай четвертий шар знаходиться під дією гідростатичного стиску, і швидкості поширення поздовжньої і поперечної хвиль визначено за формулами (2). Крім того, додаткові параметри для цього шару мають такі значення: $l = 1.67$ GPa, $m = 18.2$ GPa, $n = -3371$ GPa, $n = -6600$ GPa. Значення гідростатичного стиску P змінювалось в межах від 0 до 20 МПа. Зазначимо, що джерело сейсмічних хвиль представлено тензором сейсмічного моменту M_{ij} . У нашому прикладі розглянемо два випадки дії джерела:

1. Всі компоненти сейсмічного тензора є нульові, крім $M_{zz} = (1.7409265) \cdot 10^{14}$.

2. Всі недіагональні компоненти сейсмічного тензора є нульові, а діагональні є такі: $M_{xx} = M_{yy} = M_{zz} = (1.7409265) \cdot 10^{14}$.

Одержані хвильові поля для поля переміщень на епіцентральної відстані $r = 5000$ м показано для першого випадку на рис. 1, а для другого випадку - на рис. 2. з використанням співвідношень (1-2) для різних значень гідростатичного стиску.

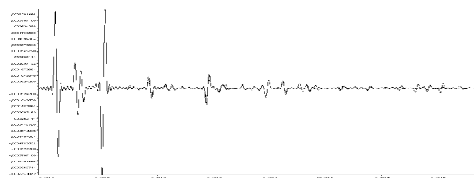


Рис. 1. Хвильові поля для першого випадку при гідростатичному стиску $P = 0$ МПа

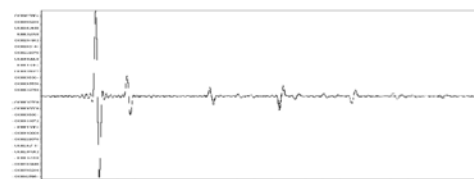


Рис. 2. Хвильові поля для другого випадку для різних значень гідростатичного стиску $P = 0$ МПа



Рис 3. Обмінні хвилі в першому випадку для різних значень гідростатичного стиску $P = 0$ МПа, 8 МПа, 15 МПа.

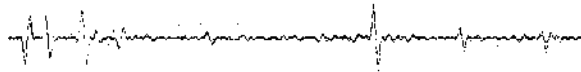


Рис 4. Обмінні хвилі в другому випадку для різних значень гідростатичного стиску $P = 0$ МПа, 8 МПа, 15 МПа.

Є зрозумілим, що прямі P і S хвилі мають однакові часи вступу і їх форма імпульсів є також однаковою для різних значень гідростатичного стиску, що і повинно бути, так як шар i знаходиться нижче вогнища землетрусу. В той час обмінні хвилі, які вступають пізніше мають різний час вступу, а також дещо різну форму імпульсів, що показано на рис.3 і рис.4. для різних значень гідростатичного стиску.

Література

- Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология: Теория и методы. — М.: Мир, 1983. — Т. 1, 2.
- Молотков Л.А. Матричный метод в теории распространения волн в слоистых, упругих и жидких средах. — М.: Наука, 1984. — 880 с.
- Пустовитенко Б.Г. Форосское землетрясение 18 октября 1998 года, $M_s=4,3$, $I_0=5$ (Крым) // Землетрясения Северной Евразии в 1998 году. — Обнинск: ГСРАН, 2004, С.240 — 248
- Малицький Д.В. Моделювання хвильових полів, збурених ефективно-точковою дислокацією/ Д.В.Малицький, О.О.Муїла // Вісник КНУ ім.Тараса Шевченка. Серія геологія. — 2007 — вип.41. — С.25 — 29.
- Малицький Д.В. Аналітично-числові підходи до обчислення часової залежності компонент тензора сейсмічного моменту / Д.В.Малицький // Геоінформатика. — 2010. — Т1. — С.79 — 86.
- Tian J. Influence of stress on elastic wave velocity around a borehole in rocks/ J. Tian, Yu. Man, Z. Xie, H. Iq // The 14th World Conference on Earthquake Engineering - 2008.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ В СЛОИСТЫХ СРЕДАХ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ

Д.В. Малицький, А.Ю. Павлова, В.Ф. Чекурин

Рассмотрено модель вертикально-неоднородной среды, когда один или несколько слоев находится под дополнительным напряжением. Для решения задачи было предложено использование матричного метода Томсона-Хаскела для построения поля перемещения с целью использовать соответственные аналитические соотношения для решения обратной задачи по тензору напряжения или/и параметров источника. Полученные результаты математического моделирования являются простыми в использовании и могут применяться для интерпретации сейсмических записей.

Ключевые слова: вертикально-неоднородная среда; матричный метод; тензор сейсмического момента; гидростатическое сжатие; обменные волны.

MATHEMATICAL MODELLING OF WAVE PROCESSES IN A LAYED HALF-SPACE WITH AN ADDITIONAL TENSION

D. V. Malytskyj, A. Pavlova, V. F. Chekurin

We consider the model of a vertically inhomogeneous medium, when one or more layers are under more stress. We suggested to use the matrix method of Thomson-Haskela for solving the problem to build field movements in order to use relevant analytical relations for solving the inverse problem in respect of stress tensor and / or parameters of the source. The results of mathematical modelling are simple in utilization and can be used for interpretation of seismic records.

Key words: vertically inhomogeneous medium; matrix method; seismic moment tensor; hydrostatic compression; converted waves.

¹ Карпатське відділення Інституту геофізики ім. С. І. Субботіна НАН України

² Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України