

вленними магнітопроводами // *Изв. вузов. Энергетика.* – 1976. – № 1. – С. 129 – 132. 12. Чабан В.И., Самотый В.В. Алгоритм расчета переходных и стационарных процессов однофазного мостового выпрямителя // *Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника.* – 1987. – № 3. – С. 76–77. 13. Чабан В.И., Самотый В.В. Математическая модель каскада трансформатор – преобразователь – двигатель постоянного тока // *Изв. вузов. Электромеханика.* – 1987. – № 5. – С. 98–102. 14. Эйприлл Т., Трик Т. Анализ стационарного режима нелинейных цепей с периодическими входными сигналами // В кн.: *Автоматизация в проектировании.* – М.: Мир, 1972. – С. 148 – 155. 15. McLeod. A note on the e-algorithm // *Computing (Arch. Electron. Rechnen).* – 1971. – V. 7. – P. 17 – 24. 16. Samotyj W., Dzelendziak U., Chomulak M. *Оптималізація kształtu sygnału wyjściowego falownika tyrystorowego // V Ogólnopolska konferencja naukowo-techniczna Postępy w Elektrotechnice Stosowanej (PES-5).* – Т. II. – Kościelisko (Polska). – 2005. – S. 69 – 76.

УДК 681.322

П. Тимошук

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра систем автоматизованого проектування

## АНАЛОГОВІ СТРУКТУРНО-ФУНКЦІОНАЛЬНІ СХЕМИ ЧАСТОТОНЕЗАЛЕЖНИХ ДЕМОДУЛЯТОРІВ АМ- ТА ЧМ- СИГНАЛІВ

© Тимошук П., 2009

Пропонуються структурно-функціональні схеми аналогових демодуляторів амплітудно- і частотно-модульованих сигналів. Схеми демодуляторів конструюються на основі їх математичних моделей, представлених у формі диференціальних та інтегральних рівнянь. Схеми містять аналогові диференціатори, інтегратори, суматори, перемножувачі, подільники та функціональні перетворювачі. Структура і параметри схем демодуляторів незалежні від несучої частоти. Запропоновані схеми демодуляторів не потребують фільтрування вихідних сигналів. За наявності незначних шумів у вхідних сигналах схеми демодуляторів можуть використовуватись без будь-яких додаткових засобів. Вплив шумів високого рівня може бути мінімізований до прийнятної величини, якщо вхідні сигнали перед подачею на схему демодулятора пропускаються через набір вузькосмугових фільтрів з отриманням на їх виході майже монохроматичних сигналів.

The structure-functional schemes of analogue demodulators of amplitude modulated (AM-) and frequency modulated (FM-) signals are proposed. The schemes of demodulators are designed on the basis of its mathematical models presented in a form of differential and integral equations. Schemes consist of analogue differentiators, integrators, summers, multipliers, dividers and functional transformers. The structure and parameters of demodulator shemes are independent of a carrier frequency. The proposed demodulator shemes do not need in a filtering of output signals. In the conditions of small level noises in input signals the demodulators can be used without any additional tools. An affect of high level noises can be minimized to an acceptable amount if input signals are passed before demodulator scheme through a set of narrow band filters with obtaining on its output almost monochromatic signals.

### Вступ

Демодулятори амплітудно-модульованих (АМ-) і частотно-модульованих (ЧМ-) сигналів широко використовуються у різноманітних технологіях обробки сигналів. Як відомо, класичним методом демодулювання модульованих сигналів є метод аналітичного сигналу, який ґрунтується на

використанні спряженого сигналу  $v(t)$  від реального сигналу  $u(t)$  [1]. Аналітичні методи точного демодулювання сигналів

$$u(t) = a(t) \cos \varphi(t) = a(t) \cos[\omega_0 t + \Phi(t)], \quad (1)$$

де  $a(t)$ ,  $\varphi(t)$  і  $\omega(t) = d\varphi/dt$  – часові залежності амплітуди, фази та частоти, постійно є об'єктом підвищеної уваги багатьох фахівців. Сигнали (1) використовують тоді, коли  $a(t)$  і  $\omega(t)$  змінюються не надто швидко, тобто для обмеженої смуги частот [2,3].

Додавши до рівняння (1) уявну частину  $v(t)$ , можна отримати комплексний сигнал, який описується так:

$$w(t) = u(t) + iv(t) = a(t) \exp[i\varphi(t)]. \quad (2)$$

Якщо  $v(t)$  є спряженим сигналом  $u(t)$ , тоді вираз (2) описує аналітичний сигнал. На основі  $w(t)$  часові залежності амплітуди, фази та частоти визначаються як

$$a^2(t) = u^2 + v^2 = |w|^2, \quad (3)$$

$$\varphi(t) = \arctan[v/u] = \text{Arg}[w], \quad (4)$$

та

$$\omega(t) = (v'u - u'v)/(u^2 + v^2) = \text{Im}[w'/w]. \quad (5)$$

Застосовуються також альтернативні методи демодулювання сигналів виду (1) [1–3]. Кожен з існуючих методів має свою область застосувань. Зокрема, метод аналітичного сигналу, який використовує перетворення Гільберта, дає вищу точність демодуляції для широкосмугових сигналів, тобто при близьких значеннях частот несучих коливань і повідомлень, однак відзначається більшою обчислювальною складністю, ніж альтернативні методи. Для квазігармонічних сигналів, тобто для вузькосмугових повідомлень, які застосовуються у більшості сучасних комунікаційних систем, де використовується модуляція, точнішими й ефективнішими виявляються альтернативні методи.

Існують різні методи отримання спряжених сигналів  $v(t)$  від реальних  $u(t)$ . Зокрема, Тихонов [4] запропонував визначати  $v(t)$  так:

$$v(t) = -u'(t)/\omega_0, \quad (6)$$

де  $\omega_0$  – середня частота сигналу. Широко застосовується для отримання спряжених сигналів перетворення Гільберта

$$v(t) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(\tau)}{\tau - t} d\tau. \quad (7)$$

Оператор спряженого сигналу  $H(u)$  повинен задовольняти такі основні фізичні умови [1]:

(I) Неперервності і диференційовності, тобто повинно виконуватись співвідношення

$$H[u + \delta u] \rightarrow H[u], \text{ якщо } |\delta u| \rightarrow 0 \quad (8)$$

та існувати похідна  $H'(u)$ , оскільки  $v' = H'[u]u'$ .

(II) Незалежності від масштабування та однорідності, тобто повинна задовольнятись рівність

$$H[cu] = cH[u]. \quad (9)$$

(III) Сталості амплітуди та частоти у випадку сигналу у вигляді простої синусоїди. Отже, згідно з (8) і (9) для будь-яких постійних  $a > 0$ ,  $\omega > 0$  та  $\varphi$  повинна виконуватись рівність

$$H[a \cos(\omega t + \varphi)] = a \sin(\omega t + \varphi). \quad (10)$$

Крім цього, оператори  $H(u)$  повинні бути локальними і мати властивість збереження фінітності [5].

Неважко пересвідчитись у тому, що для оператора спряжених сигналів (6) умови (I) та (II) виконуються, але умова (III) порушується, хоча він є локальним і задовольняє умову збереження фінітності. Своєю чергою, оператор (7) задовольняє умови (I-III), однак не є локальним і не має властивості збереження фінітності.

Нехай вхідні сигнали АМ-демодулятора описуються так:

$$x(t)=A(t)\cos \omega_0 t; A(t)>0; t \in T, \quad (11)$$

де  $A(t)$  – обвідна;  $\omega_0$  – частота несучого високочастотного коливання. Сигнали (11) зумовлюють появу на виході демодулятора вихідних реакцій

$$y(t)=A(t). \quad (12)$$

Вважатимемо, що обвідна  $A(t)$  є повільною функцією часу, тобто виконується нерівність  $\Omega_m/\omega_0 \ll 1$ , де  $\Omega_m$  – найвища частота спектра обвідної. Така умова, як правило, виконується для більшості вузькосмугових сигналів при будь-якому способі модуляції. Тоді можна прийняти, що амплітуда сигналу змінюється настільки повільно, що у межах одного періоду високочастотного коливання модульоване коливання можна вважати гармонічним [6].

Припустімо, що вихідні сигнали ЧМ-демодулятора описуються так:

$$x(t)=A\cos\Psi(t)=A\cos[\omega_0 t + \Xi(t)], t \in T, \quad (13)$$

де  $A$  – амплітуда несучого високочастотного коливання;  $\Psi(t)$  – фаза. Нехай, згідно з вимогами до ЧМ-демодулятора, його реакції на вхідні дії (1) (повідомлення на виході демодулятора) повинні мати вигляд:

$$y(t)=d\Psi(t)/dt=\omega_0+d\Xi/dt. \quad (14)$$

Вважатимемо, що ширина спектра повідомлення є малою порівняно з несучою частотою, тобто, як і для демодулятора АМ-сигналів, виконується нерівність  $\Omega_m/\omega_0 \ll 1$ , де  $\Omega_m$  – найвища частота спектра повідомлення. Це дає змогу вважати фазу повільною функцією часу і прийняти, що миттєва частота повідомлення змінюється настільки повільно, що у межах одного періоду високочастотного коливання модульоване коливання можна вважати гармонічним.

При застосуванні альтернативних методів демодулювання вузькосмугових сигналів обвідна і частота квазігармонічних коливань можуть однозначно визначатись за допомогою похідних від сигналів  $u(t)$  як [7]:

$$a(t) = \sqrt{[u(t)]^2 + \omega_0^{-2}[u'(t)]^2}; \quad (15)$$

$$\omega(t) = \omega_0 \left\{ 1 - u(t) \left[ \frac{u''(t) + \omega_0^2 u(t)}{\{u'(t)\}^2 + \omega_0^2 \{u(t)\}^2} \right] \right\}. \quad (16)$$

Для отримання залежностей  $a(t)$  і  $\omega(t)$  за допомогою виразів (15) та (16) необхідно мати значення несучої частоти  $\omega_0$ . У цій статті пропонуються структурно-функціональні схеми АМ-та ЧМ-демодуляторів, які не потребують фільтрування вихідних сигналів і є незалежними від несучої частоти  $\omega_0$ .

### Структурно-функціональні схеми демодуляторів

Для незалежного від  $\omega_0$  визначення параметрів вузькосмугових сигналів в [1] запропоновано алгоритми демодулювання АМ- та ЧМ-сигналів Тігера – Кайзера, згідно з якими часові залежності амплітуди та частоти визначаються за формулами

$$a(t) = \Psi(u)/[\Psi(u')]^{1/2}, \quad (17)$$

$$\omega(t) = [\Psi(u')/\Psi(u)]^{1/2}, \quad (18)$$

де  $\Psi(u) = [u'(t)]^2 - u(t)u''(t)$ ,  $\Psi(u') = [u''(t)]^2 - u'(t)u'''(t)$  – так звані енергетичні оператори.

Побудуємо структурно-функціональну блок-схему демодуляторів, які описуються рівняннями (17) та (18). Схема таких демодуляторів, показана на рис. 1, містить аналогові диференціатори, суматори, перемножувачі, подільники та функціональні перетворювачі.

Оскільки аналогові математичні моделі (17) і (18) містять похідні за часом від вхідних сигналів демодуляторів, їх структурно-функціональні схеми реалізуються на основі диференціаторів, які можуть мати невисокі точність і стабільність функціонування на низьких частотах сигналів та за наявності завад. Тому для забезпечення точного і стабільного функціонування демодуляторів на низьких частотах, а також в умовах шумів використаємо для представлення математичних моделей демодуляторів АМ- та ЧМ-сигналів інтеграли від вхідних сигналів. Для цього замінимо у виразах (17) та (18) похідні  $u'(t), u''(t), u'''(t)$  на інтеграли

$\int u(t)dt, \iint u(t)dt^2, \iiint u(t)dt^3$  відповідно. Це приводить до отримання таких виразів для часових залежностей амплітуди та частоти:

$$a(t) = \Omega(u) / [G(u)]^{1/2}, \quad (19)$$

$$\omega(t) = [G(u) / \Omega(u)]^{1/2}, \quad (20)$$

де енергетичні оператори описуються так [8, 9]:

$$\Omega(u) = \left[ \int u(t) dt \right]^2 - u(t) \iint u(t) dt^2, \quad (21)$$

$$G(u) = \left[ \iint u(t) dt^2 \right]^2 - \int u(t) dt \iiint u(t) dt^3. \quad (22)$$

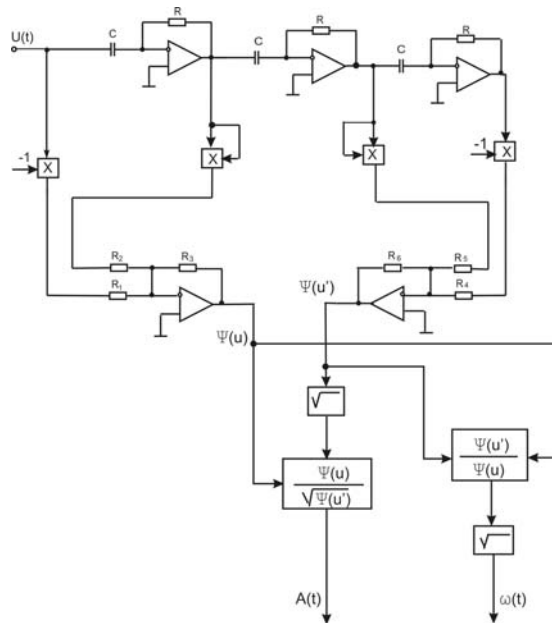


Рис. 1. Структурно-функціональна схема аналогових демодуляторів АМ- та ЧМ- сигналів, реалізована на основі диференціаторів

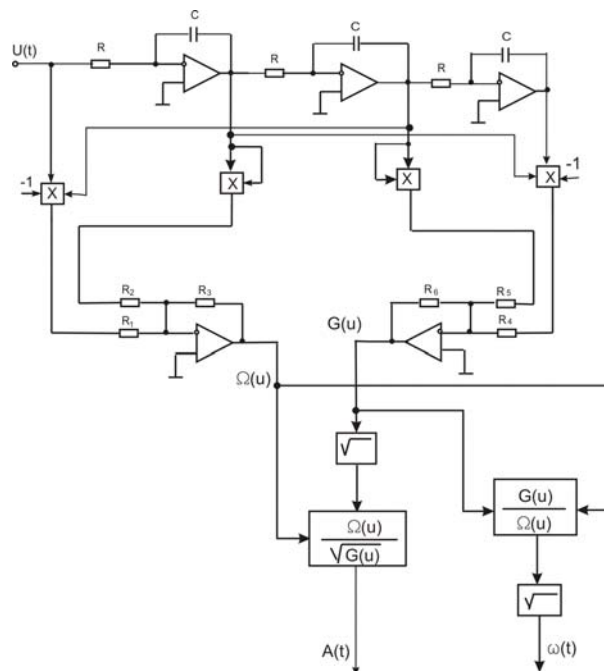


Рис. 2. Структурно-функціональна схема аналогових демодуляторів АМ- та ЧМ- сигналів, реалізована на основі інтеграторів

Нехай для вузькосмугових АМ-сигналів при  $t=0$  початкові умови є такими:

$$\int u(t)dt = 0, \iint u(t)dt^2 = -a_0, \iiint u(t)dt^3 = 0.$$

Тоді для  $t=0$  за (22) отримуємо, що  $G(u) = a_0^2$ . Тому на підставі (21) при  $t=0$  отримуємо, що миттєва амплітуда є фінітною. Неважко для рівняння (22) пересвідчитись у виконанні умови (I) для  $t = \pi/2$ .

Для вузькосмугових ЧМ-сигналів при  $t=0$  отримуємо:  $u(t) = 1$   
 $\int u(t) dt = 0, \iint u(t) dt^2 = 1/\omega_0^2$ . Тому, згідно з (22),  $G(u) = -1/\omega_0^2$ . У цьому випадку на основі (20), (21) при  $t=0$  миттєва частота та фаза є фінітними. Аналогічно для рівняння (22) можна пересвідчитись у виконанні умови (I) для  $t = \pi/2$ .

Структурно-функціональна схема аналогових демодуляторів, які описуються рівняннями (19), (20), отримана на основі інтеграторів, суматорів, перемножувачів, подільників та функціональних перетворювачів, показана на рис. 2.

Отже, для демодулювання АМ- та ЧМ-модульованих сигналів можуть використовуватись структурно-функціональні схеми, показані на рис. 1 і рис. 2, отримані на основі математичних моделей демодуляторів (17)–(20). Такі моделі задовольняють усі необхідні фізичні умови. При цьому для монохроматичних сигналів ( $a = \text{const}, \omega = \text{const}$ ) моделі є точними для будь-яких  $0 < a < \infty, 0 < \omega < \infty, 0 \leq t < \infty$ .

### Комп'ютерне моделювання демодуляторів

Змоделюємо функціонування запропонованих схем демодуляторів на комп'ютері, дослідивши вплив на їх вихідні сигнали похибок параметрів демодуляторів. Для цього введемо до моделей демодуляторів похибки виконання операцій перемноження сигналів, ділення та добування квадратного кореня величиною 1%. Нехай вхідні сигнали демодуляторів визначаються зі співвідношення  $x(t) = (1 + M \cos \Phi t) \cos \omega_0 t$ , необхідні вихідні сигнали  $z(t) = 1 + M \cos \Phi t$ , де  $M=1$ ,  $\Phi = 1 \text{ МГц}$ ,  $\omega_0 = 10 \text{ МГц}$ ,  $t \in [0; 2\pi/\Phi]$ . Вихідні сигнали аналогової моделі демодулятора АМ-сигналів (19), отримані для  $n=100$  часових точок, показані на рис. 3. Як видно з рис. 3, відхилення вихідних сигналів АМ-демодулятора від точних величин знаходяться у межах 30 %.

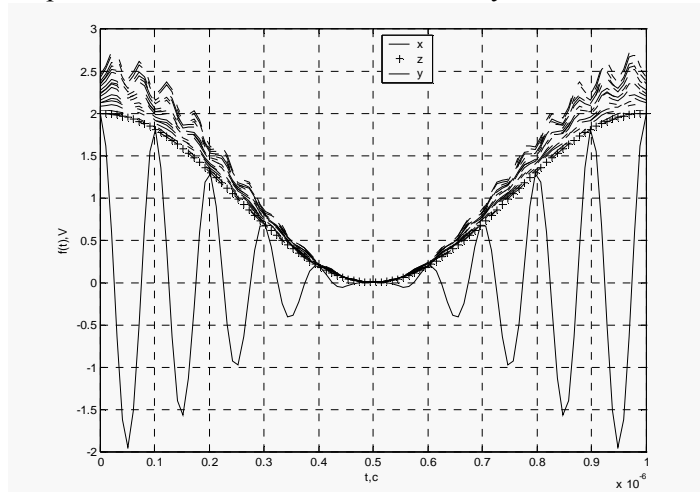


Рис. 3. Вхідний та вихідні сигнали демодулятора АМ-сигналів при варіаціях параметрів моделі демодулятора (19)

Нехай похибки операцій перемноження сигналів, ділення та видобування квадратного кореня моделей демодулятора ЧМ-сигналів дорівнюють 1%. Прийmemo, що вхідні сигнали такого демодулятора визначаються зі співвідношення  $x(t) = A \cos[\omega_0 t + m \sin(\Omega t)]$ , а необхідні вихідні сигнали описуються так:  $y(t) = (\omega_0 + m \Omega \cos \Omega t) / K$ , де  $K = 10^8$ ,  $A=1, m=7, \omega_0 = 10 \text{ МГц}$ ,  $\Omega = 1 \text{ МГц}$ ,  $t \in [0; 2\pi/\Omega]$ . Вихідні сигнали, отримані на основі моделі демодулятора ЧМ-сигналів (20) для  $n=100$  дискретних часових точок, показані на рис. 4. Як можна побачити з рис. 4, відхилення вихідних сигналів ЧМ-демодулятора від точних величин не перевищує 20 %.

За наявності у вхідних сигналах незначних шумів запропоновані схеми демодуляторів можна використовувати без будь-яких додаткових засобів. При великому рівні шумів їх вплив мінімізується до прийнятного рівня, якщо модульовані сигнали перед подачею на демодулятор пропускаються

через набір вузькосмугових фільтрів, на виході яких формуються майже монохроматичні сигнали. Оптимального режиму роботи демодуляторів досягають, коли фільтри є достатньо вузькосмуговими, в результаті чого відношення сигнал-шум на вході демодуляторів є достатньо великим [1–3].

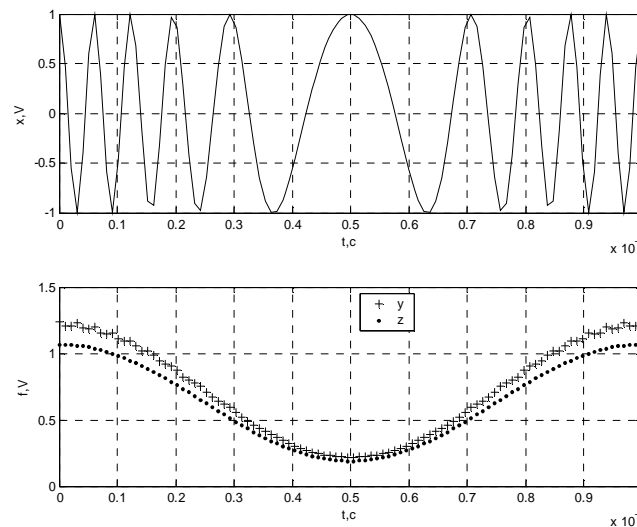


Рис. 4. Вхідний та вихідні сигнали демодулятора ЧМ-сигналів при відхиленнях параметрів моделі демодулятора (20)

### Висновки

Як можна побачити з отриманих результатів, задача побудови структурно-функціональних схем демодуляторів може мати більше одного розв'язку. Отже, можуть визначатись оптимальні розв'язки, тобто при заданій точності відображення вхід-вихід структуру демодулятора може вибирати за певними критеріями. Зокрема, це може здійснюватись на основі вимог до елементної бази, можливості виконання демодулятором інших функцій, тобто його багатofункціональності та ін.

За отриманими схемами демодуляторів можна створювати перетворювачі АМ- сигналів на ЧМ- сигнали. Для цього огинаючи, яка отримується на виході АМ- демодулятора, можна подати на вхід генератора гармонічних сигналів, на якому задається частота. Тоді на виході генератора формуватимуться ЧМ- сигнали заданої амплітуди. Для перетворення ЧМ- сигналів на АМ- сигнали повідомлення з виходу ЧМ- демодулятора можна подавати на амплітудозадаючий вхід генератора сигналів. Тоді на виході генератора отримуватимуться АМ- сигнали заданої частоти. Повідомлення з виходу ЧМ- демодулятора можна подавати і на один зі входів перемножувача сигналів, на другий вхід якого подається несуче високочастотне коливання заданої частоти. Тоді на виході перемножувача також отримуватимуться АМ- сигнали.

1. Vakman D. On the analytic signal, the Teager – Kaiser energy algorithm, and other methods for defining amplitude and frequency, *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 44, 1996, pp. 791–797. 2. Bovik A. C., Maragos P., Quatieri T. F. AM-FM energy detection and separation in noise using multiband energy operators, *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 41, 1993, pp. 3245–3265. 3. Maragos P., Kaiser J. F., Quatieri T. F. On amplitude and frequency demodulation using energy operators, *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 41, 1993, pp. 1532–1550. 4. Тихонов В. И. Один способ определения огибающей квазигармонических функций // *Радиотехника и электроника*. – 1957. – 2. – № 4. – С. 562–568. 5. Финк Л. М. Сигналы, помехи, ошибки. – М.: Радио и связь, 1984. – 256 с. 6. Гоноровский М.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Сов. радио, 1967. – 328 с. 7. Борисов Ю.П., Цветнов В.В. Математическое моделирование радиотехнических систем и устройств.-М.: Радио и связь, 1985.- 176 с. 8. Тимощук П.В. Побудова математичних макромодель детектора АМ-сигналів// *Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка" "Прикладна математика"*. – 2000. – № 407. – С. 150 – 154. 9. Тимощук П.В. Макромодельовання детекторів модульованих сигналів на основі методів аналітичного сигналу та енергетичних операторів // *Науковий журнал "Математичні методи та фізико-механічні поля"*. – 2002. – Т. 45, № 2. – С. 130–134 (Вид-во Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України).