УДК 550.8.05 *С.Г. Анікеєв*

РІШЕННЯ ПРЯМИХ ЗАДАЧ ГРАВІМАГНІТОРОЗВІДКИ ДЛЯ СКЛАДНИХ МОДЕЛЕЙ СЕРЕДОВИЩА ЗА ДОПОМОГОЮ ШВИДКОЇ ЗГОРТКИ

Представлено швидкий спосіб рішення 2D/3D прямих задач гравірозвідки і магніторозвідки для складних геологічних моделей. Апроксимаційною конструкцією моделей є щільна упаковка дуже великої кількості малих однорідних паралелепіпедів (може бути 10^8 і більше). Спосіб апроксимації відповідає постановці лінійних задач. Розроблений алгоритм може використовуватись для швидкого обчислення потенціалу або будь-якої його похідної.

Ключові слова: пряма задача 2D/3D гравімагніторозвідки; апроксимаційна конструкція геологічних середовищ; швидке перетворення Фур'є.

Прямі задачі гравірозвідки і магніторозвідки застосовувались і будуть застосовуватись як у моделюванні будови геологічних середовищ, так і при обґрунтуванні та дослідженні інтерпретаційних можливостей цих геофізичних методів. Про прямі задачі як важливі інструменти інтерпретації потенціальних полів сказано в роботах Г.Я.Голіздри, С.С.Красовського, В.І.Старостенко. Але створення *швидких* і достатньо точних алгоритмів прямої задачі гравімагніторозвідки, які відповідали б *принципу максимальної простоти та універсальності* [Страхов, 1982, 1983], актуально і сьогодні. Зокрема, основною причиною необхідності розробки принципово нових методів рішення обернених задач без рішення прямих задач В.М.Страхов [2005] вважав відсутність ефективних способів їх рішення для моделей геологічного середовища з оптимальною апроксимацією – *кінцево-елементним описом середовища* (великою кількістю, понад 10^5, малих однорідних кубиків).

У доповіді представлено швидкий спосіб рішення прямої задачі гравірозвідки і магніторозвідки для *складних геологічних моделей*, в якості апроксимаційної конструкції яких є щільна упаковка **дуже великої кількості** малих однорідних паралелепіпедів (звісно складніших за кубики і яких може бути понад $\mathbf{10^8}$ навіть для розрахунків на комп'ютерах середньої потужності за реальний інтервал часу – перші хвилини). Спосіб апроксимації відповідає постановці лінійних задач. Подібний алгоритм типу лінійної згортки, який дозволяє розраховувати трансцендентні функції для кожного елементарного тіла *лише один раз*, запропонований в роботі [Варфоломеєв, 1984]. Для суттєвого підвищення швидкості рішення прямої задачі гравірозвідки автор трансформував лінійну згортку у колову [Аникеев, 1991]. Явища, спричинені цією трансформацією і застосуванням швидкого перетворення Фур'є (ШПФ), тобто швидкою згорткою, враховані структурними перебудовами підінтегральних функцій. Алгоритм швидкої згортки можна використати для визначення будь-яких похідних потенціалу.

Апроксимаційна конструкція. Двовимірна область V розподілу джерел є прямокутною, тривимірна – паралелепіпедом; вісь z спрямована вниз; область V упакована прямокутними призмами з площею перетину $s = \Delta x \cdot \Delta z$ для 2D задач, або паралелепіпедами з об'ємом $\nu = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$ для 3D задач; координати геометричних центрів елементарних тіл (x_k, y_ℓ, z_m) визначаються мережею точок: $x_k=(k-1)\cdot\Delta x$, $y_\ell=(\ell-1)\cdot\Delta y$, $z_m=Z_0+(m-1)\cdot\Delta z+\Delta z/2$, де $k=1, 2,\ldots K$; $\ell=1,2,\ldots L$; $m=1, 2,\ldots M$; Z_0 – початок області V по осі z; модельне поле U розраховується в точках, розташованих над геометричними центрами однорідних елементарних тіл, на площині $z = 0$.

Алгоритм. Для спрощення розглянемо двовимірну задачу гравірозвідки. Поле в точці x_0 для моделі, складеної з щільного ряду K елементарних тіл $s_{k,m}$ на рівні z_m=*const* (рис. 1а):

$$U_m(x_0) = \sum_{k=0}^{K-1} s_{k,m} \int_{x_k-\frac{\Delta x}{2}}^{x_k+\frac{\Delta x}{2}} \int_{z_m-\frac{\Delta z}{2}}^{z_m+\frac{\Delta z}{2}} \frac{2\cdot f\cdot z}{(x-x_0)^2+z^2}\,\partial z\cdot\partial x \approx \sum_{k=0}^{K-1} s_{k,m}\cdot S_{k,m}\;, \qquad (1)$$

де $S_{k,m}$ - поле в точці x_0 від одиничного джерела елементарної форми $s_{k,m}$ і по суті є коефіцієнтами прямої задачі (зображено стрілками); $\sigma_{k,m}$ - інтенсивність джерела; f - гравітаційна стала.

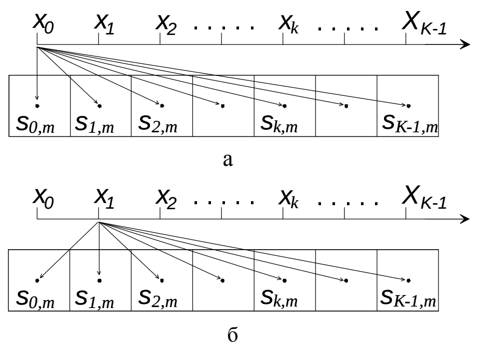

Рис. 1. Апроксимаційна конструкція моделі

Для точки x_1, коли всі тіла $s_{k,m}$ одної форми і сталих розмірів та модель доповнена справа нульовим джерелом $\sigma_{K,m}$:

$$U_m(x_1)=\sum_{k=0}^{K} s_{k,m}\cdot S_{k-1,m}. \qquad (2)$$

$S_{-1,m}=S_{1,m}$ (симетрія коефіцієнтів, рис. 1б). Для останньої точки x_{K-1}:

$$U_m(x_{K-1})=\sum_{k=0}^{2K-1}\sigma_{k,m}\cdot S_{k-K+1,m};\ \sigma_{k\geq K,m}=0. \qquad (3)$$

Тепер доповнимо модель нульовими джерелами зліва (заштрихована область, рис. 2) зі збереженням симетрії S. Модель, перебудована на усі рівні z_m області V^*, показано (крім зони нульових джерел справа) на рис. 3. Зазначені процедури перетворюють (1÷3) на операцію згортки двох функцій (конструювання згортки подібно описана у монографіях [Козлов, 1973, Рабинер, 1978]):

$$U_m^*(k)=\sum_{k_0=0}^{2\cdot K-1}G_{k_0,m}\cdot S_{k_0-k,m}=G_{k,m}*S_{k,m}, \qquad (4)$$

де для розподілу джерел σ, доповненого нульовими значеннями, введено позначення G.

Для всього розрізу згортка (4) має вигляд:

$$U^*(k)=\sum_{m=1}^{M}G_{k,m}*S_{k,m}. \qquad (5)$$

У двовимірному випадку перебудови збільшують область V^* у два рази, *у тривимірному* – у чотири рази (рис. 4).

Згідно з однією з основних теорем про спектри інтеграл згортки

$$U(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}S(x-x)\cdot G(x)dx \qquad (6)$$

у спектральній області є добутком їх спектрів:

$$\hat{U}(\omega)=\hat{S}(\omega)\cdot\hat{G}(\omega). \qquad (7)$$

У теорії дискретних лінійних систем з теореми про згортку і властивостей ДПФ випливає, що добуток ДПФ двох кінцевих послідовностей і наступне обернене ДПФ надає той же результат, що і колова згортка *періодичних послідовностей, утворених із заданих кінцевих послідовностей* [Рабинер, 1978]. Згортка періодичних послідовностей періодична і має той же період, що і самі послідовності. Лінійна згортка (4) двох кінцевих послідовностей G (функції розподілу джерел) і S (функції елементарних форм), кожна з яких має довжину 2·К-1, є кінцевою й має довжину 2·(2·К-1)-1. Оскільки основний період колової згортки повинен бути тієї ж довжини, то для колової згортки необхідно, щоб послідовності G і S містили по 2·(2·К-1)-1 значень, що досягається доповненням кожної з них відповідним числом нулів. Але задача полягає у визначенні поля лише над областю V, тому допустимо колове накладання (спотворення поля дзеркальними частотами) за її межами. Це означає, що послідовності G і S додатково нарощувати нульовими значеннями не потрібно.

Отже, лінійну згортку (5) легко трансформувати у колову згортку:

$$U^*(x_k)=\left(\sum_{m=1}^{M}\hat{G}_{k,m}\cdot\hat{S}_{k,m}\right)^{\cup}, \qquad (8)$$

де $(\cdot)^{\cup}$ - обернене ДПФ; $\hat{G}_{k,m}$ і $\hat{S}_{k,m}$ - спектри.

Періодична функція U^* тотожна полю U над заданою областю V, тобто у межах першої половини основного періоду. Вочевидь алгоритм (8) є також способом визначення потенціалу та його похідних, для чого достатньо аналітично перевизначити функцію S за *точними формулами*. Використання подвійної точності обчислень практично вирішує проблему *стійкості обчислень* ДПФ і різниці великих чисел при розрахунках S.

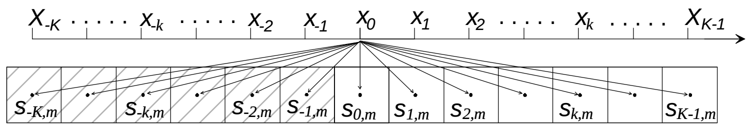

Рис. 2. Апроксимаційна конструкція моделі на рівні z_m=*const*

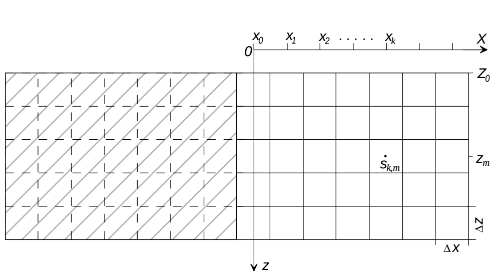

Рис. 3. Апроксимаційна конструкція двовимірної області V^*

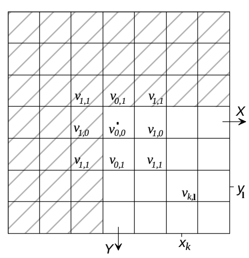

Рис. 4. Зріз апроксимаційної конструкції тривимірної області V^* по рівню z_m=*const*

Колова згортка називається швидкою згорткою коли виконується за допомогою швидкого перетворення Фур'є. Воно потребує $(2\cdot K)\cdot\log_2(2\cdot K)$ операцій добутку і складання [Рабинер, 1978], де $(2\cdot K)$ – довжина області V^*. Якщо *не враховувати витрати часу на розрахунок коефіцієнтів прямої задачі*, то кількість операцій для розрахунку поля у К точках над областю V (при $M=1$) за способом [Варфоломеев, 1984] дорівнює приблизно $2\cdot K^2$. Тому при кількості точок по профілю К=1032 алгоритм (8) швидше у 90 разів. Для тривимірної області розмірами у $1024\cdot1024\cdot1$ ефективність швидкої згортки (8) буде більша в 4500 разів!

Апроксимаційна конструкція бокових зон. В практиці гравітаційного і магнітного моделювання величезне значення має спосіб врахування впливу бокових зон. Нульові доповнення функції G можна використовувати для облямування моделі так званими *ближніми боковими зонами*, що особливо важливо для тривимірних моделей.

Література

Аникеев С.Г. Об одном методе решения прямой задачи грави- и магнитометрии. – Львов. 1991, №28. – С. 28-33.

Варфоломеев В.А. Об одной схеме решения прямой задачи гравиразведки // Разведка и разработка нефтяных и газовых месторождений. – Львов. 1984, №21. – С. 38-40.

Козлов Е.А., Гогоненков Г.Н., Лернер Б.Л. и др. Цифровая обработка сейсмических данных. – М.: Недра, 1973, 312с.

Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978, 848с.

Страхов В.Н. Аналогия аналитических выражений элементов гравитационного и магнитного полей двухмерных и трехмерных многоугольных тел и оптимальные вычислительные процессы решения прямых задач для этих тел // Теория и практика интерпретации гравитационных аномалий. - М.: Наука, -1982. -С.59-137.

Страхов В.Н., Шулайя Т.В. Решение прямых трехмерных задач гравиметрии и магнитометрии при произвольных непрерывных законах распределения плотности и намагниченности // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1983. - №9. – С.57-74.

Страхов В.Н. Решение обратных задач гравиметрии без решения прямых // Новые теоретические, алгоритмические и технологические разработки в разведочной геофизике. –Препр./ Киев: 2005. – С. 23-25.

РЕШЕНИЕ ПРЯМЫХ ЗАДАЧ ГРАВИМАГНИТОРАЗВЕДКИ ДЛЯ СЛОЖНЫХ МОДЕЛЕЙ СРЕДЫ С ПОМОЩЬЮ БЫСТРОЙ СВЕРТКИ

С.Г. Аникеев

Представлен быстрый способ решения 2D/3D прямой задачи гравиразведки и магниторазведки для сложных геологических моделей. Аппроксимационной конструкцией моделей является плотная упаковка очень большого числа небольших однородных параллелепипедов (10^8 и более). Способ аппроксимации соответствует постановке линейных задач. Разработанный алгоритм может быть использован для быстрого вычисления потенциала и его производных.

Ключевые слова: прямая задача 2D/3D гравимагниторазведки; аппроксимационная конструкция геологических сред; быстрое преобразование Фурье.

THE SOLUTION OF A GRAVITY AND MAGNET DIRECT FOR COMPLEX MEDIUM BY MEANS OF FAST CONVOLUTION

S. Anikeyev

Submitted by fast way to solve the direct problem of 2D/3D gravimetric and magnetic prospecting for complex geological models. Approximating design of models is very dense packing of large numbers of small homogeneous parallelepipeds (10^8 and over). The method of approximation corresponds to the formulation of linear problems. The developed algorithm can be used to quickly calculate the potential and its derivatives.

Key words: gravity and magnet 2D/3D direct; approximating design of geological medium; fast Fourier transform.

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, Україна