

толщины кольцевого слоя зерновой смеси. Поэтому в технических расчётах можно полагать $u_{II} = 0$.

Выводы

1. Изложенный приближённый способ без ощутимых погрешностей существенно упрощает расчёт колебаний окружной скорости в кольцевом слое зерновой смеси при неравномерном вращении цилиндрического решета.
2. Он позволяет вычислять окружную скорость в смеси с учётом просеивания её через отверстия в перфорированной поверхности виброрешета.

1. Бок Н.Б. Интенсификация сепарирования зерна цилиндрическими решётами / Н.Б. Бок // Земледельческая механика: Сб. науч. тр. – М., 1968. – Т. 109. – С. 24–27. 2. Шуляков А.Г. Некоторые вопросы просеивающей способности цилиндрического решета, совершающего крутильные колебания в плоскости своего вращения / А.Г. Шуляков // Труды ЧИМЭСХ. – Челябинск, 1972. – Вып. 69. – С.75–80. 3. Ольшанский В.П. Колебания зерновой смеси во вращающемся цилиндрическом решете, с периодическим изменением угловой скорости / В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский // Вісник ХНТУСГ: Технічний сервіс АПК, техніка та технології у сільськогосподарському машинобудуванні. – Харків: ХНТУСГ, 2010. – Вып. 106. – С. 169–175. 4. Пастушенко С.І. Математичне дослідження вихрової гідродинаміки гідропневмосепаратора / С.І. Пастушенко, М.М. Огієнко // Вісник Дніпропетровського державного аграрного університету: Сучасні проблеми землеробської механіки. – Дніпропетровськ: ДДАУ, 2009. – №2. – С. 230–235. 5. Тищенко Л.Н. К расчёту движения зерновой смеси по вертикальному цилиндрическому решету вибросепаратора / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский // Вибрації в техніці та технологіях, 2009. – №2 (54). – С. 50–55.

УДК 539.3.

Є.В. ХАРЧЕНКО, М.І. ВОЙТОВИЧ, Р.А. КОВАЛЬЧУК
Національний університет “Львівська політехніка”

ТЕРМОНАПРУЖЕНИЙ СТАН СИСТЕМИ ЦИЛІНДРИЧНА ОБОЛОНКА–СТРИЖНІ–ПЛАСТИНКА

© Харченко Є.В., Войтович М.І., Ковальчук Р.А., 2011

Досліджено термонапружений стан системи циліндрична оболонка-стрижні-пластинка, нагрівання якої здійснюється шляхом конвективного теплообміну з зовнішнім і внутрішнім середовищами; при цьому враховується реальна геометрія вузла з'єднання.

The investigational termonapruzheniy state of the system is a cylinder shell-strizhni-plastinka heating of which is carried out by a konvektivnogo heat exchange with external and internal environments; the real geometry of knot of connection is thus taken into account.

Вступ. Обумовлений різними силовими факторами напружений стан деформівних систем, елементами яких є оболонки (пластинки) і стрижні, досліджували багато авторів [1–4]. Значно менше вивчена робота систем, які складаються із оболонок (пластин) і стрижнів в умовах нагрівання. Очевидно, що достатньо повне дослідження термонапруженого стану вимагає розв'язування

задач не тільки термopужності, але й теплопровідності. Проте, температурні поля і термopужна рівновага систем оболонок і пластин, спряжених через стрижні, вивчені недостатньо. Тут необхідно згадати роботи [5, 6], в яких вивчається термонапружений стан системи двох напівбезмежних пластин, симетрично спряжених через стрижень прямокутного поперечного перерізу, для випадку, коли товщини пластинок і висота поперечного перерізу стрижневого елемента однакові, а також праці [7, 8], в яких розглянуто геометрично складніші системи цього типу.

Мета. Метою статті є визначення термонапруженого стану системи, що складається із довгої циліндричної оболонки, пластини-смуги і двох стрижнів, та дослідження впливу на нього геометричних, теплофізичних і механічних параметрів її елементів.

Постановка задачі. Розглянемо систему, яка складається із довгої циліндричної оболонки радіуса R_2 і товщини h_2 , пластинки-смуги завширшки $2R_1$, завтовшки h_1 і двох стрижневих елементів прямокутного поперечного перерізу $2b \times 2h$; система нагрівається зовнішнім і внутрішнім середовищами шляхом конвективного теплообміну, а також зазнає дії зовнішнього тиску інтенсивності q_n .

На рис. 1 показано переріз системи площиною, яка перпендикулярна до осі оболонки. Позначимо через ζ_1 і ζ_2 ексцентриситети спряження пластини і оболонки зі стрижнями. Будемо враховувати також неортогональність серединної поверхні оболонки і поверхні контакту. Зауважимо, що система із описаних елементів взагалі не може бути виконана так, щоб існувала вказана ортогональність. Визначимо термонапружений стан системи. Температурне поле системи для заданих умов нагрівання визначене в роботі [9].

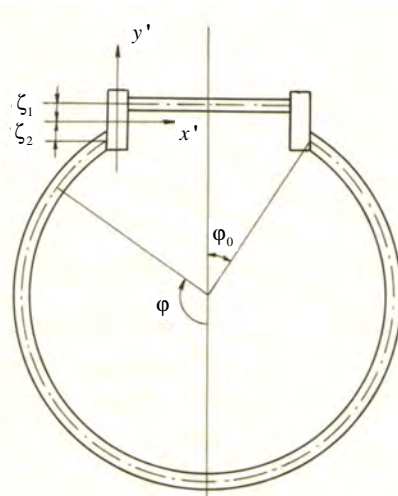


Рис. 1. Переріз системи площиною, нормальною до осі оболонки.

Математична модель термонапруженого стану системи. Використовуючи формули для компонентів деформації циліндричної оболонки [10], а також враховуючи, що в даному випадку вони не залежать від поздовжньої координати y , отримуємо такі представлення для компонентів вектора переміщень оболонки:

$$w_2 = -(C_1 \cos \varphi + C_2 \sin \varphi) \frac{y^2}{2} + (C_3 \cos \varphi + C_4 \sin \varphi) y + w_0(\varphi),$$

$$v_2 = (C_1 \sin \varphi - C_2 \cos \varphi) \frac{y^2}{2} - (C_3 \sin \varphi - C_4 \cos \varphi + C_5) y + v_0(\varphi),$$

$$U_2 = (C_1 \cos \varphi + C_2 \sin \varphi + C_0) y + u_0(\varphi),$$

де w_2 , u_2 , v_2 – прогин і переміщення точок серединної поверхні оболонки в напрямках поздовжньої y і кутової Φ координат; $C_i (i=\overline{0,5})$ – довільні сталі; $w_2^{(0)}$, $u_2^{(0)}$, $v_2^{(0)}$ – довільні функції від Φ .

Прогини w_2 і переміщення v_2 при $y \rightarrow \infty$ повинні бути скінченними. Отже

$$C_i = 0 \quad (i=\overline{1,5}),$$

і компоненти вектора переміщень набувають вигляду

$$w_2 = w_2^{(0)}(\Phi), \quad v_2 = v_2^{(0)}(\Phi), \quad u_2 = C_0 y + u_2^{(0)}(\Phi). \quad (1)$$

Для визначення напружено-деформованого стану оболонки використаємо систему рівнянь термопружності для циліндричної оболонки в переміщеннях [10]. Якщо компоненти вектора переміщень представлені виразами (1), то вказана система рівнянь набуває вигляду

$$\begin{aligned} -\kappa^2 \frac{d^3 w_2^{(0)}}{d\Phi^3} + \frac{dw_2^{(0)}}{d\Phi} + (1 + \kappa^2) \frac{d^2 v_2^{(0)}}{d\Phi^2} &= \alpha_2 (1 + \nu_2) R_2 \frac{d}{d\Phi} \left(T_2 + \frac{\kappa}{\sqrt{3}} \Theta_2 \right), \\ \kappa^2 \frac{d^4 w_2^{(0)}}{d\Phi^4} + w_2^{(0)} - \kappa^2 \frac{dv_2^{(0)}}{d\Phi^3} + \frac{dw_2^{(0)}}{d\Phi} &= \alpha_2 (1 + \nu_2) R_2 \left(T_2 - \frac{\kappa}{\sqrt{3}} \frac{d^2 \Theta_2}{d\Phi^2} \right) - \frac{1 - \nu_2^2}{2E_2 h_2} R_2^2 q_n - \nu_2 C_0, \\ \frac{d^2 u_2^{(0)}}{d\Phi^2} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

де $\kappa^2 = \frac{h_2^2}{3R_2}$; α_2, ν_2, E_2 – коефіцієнт температурного розширення, коефіцієнт Пуассона і модуль

Юнга матеріалу оболонки; T_2, Θ_2 – інтегральні характеристики температурного поля оболонки, які визначені в роботі [9].

Розглянемо напружено-деформований стан пластинки-смуги. Виходячи із формул для компонентів деформації пластинки [11] і враховуючи, що вони не залежать від координати y , яка відраховується вздовж пластинки, для складових вектора переміщень отримуємо такі представлення:

$$\begin{aligned} u_1 &= u_1^{(0)}(\xi) - 0,5 D_1 y^2, \\ w_1 &= w_1^{(0)}(\xi) + (D_3 + D_4) y + D_2 y^2, \\ v_1 &= v_1^{(0)}(\xi) + (D_3 + D_4) y, \end{aligned} \quad (3)$$

де u_1, v_1, w_1 – переміщення і прогин пластинки; $u_1^{(0)}(\xi), v_1^{(0)}(\xi), w_1^{(0)}(\xi)$ – довільні функції від ξ ; $D_i (i=\overline{0,4})$ довільні сталі.

Прогин w_1 і переміщення u_1 повинні бути скінченними при $y \rightarrow \infty$. Отже

$$D_i = 0 \quad (i=\overline{0,4}),$$

і компоненти вектора переміщень пластинки набувають вигляду

$$u_1 = u_1^{(0)}(\xi), \quad v_1 = v_1^{(0)}(\xi) - D_0 y^2, \quad w_1 = w_1^{(0)}(\xi). \quad (4)$$

Система рівнянь термопружності для пластинки [11], коли компоненти вектора переміщень представлені формулами (4), набуває вигляду

$$\begin{aligned} \frac{d^4 w}{d\xi^4} &= -\frac{\alpha_1}{h_1} (1 + \nu_1) \frac{d^2 \Theta_1}{d\xi^2} - \frac{3(1 - \nu_1^2)}{2E_1 h_1^3} q_n, \\ \frac{d^2 u_1}{d\xi^2} &= \alpha_1 (1 + \nu_1) \frac{dT_1}{d\xi}, \end{aligned}$$

$$\frac{d^2 v_1}{d\xi^2} = 0. \quad (5)$$

Тут α_1, v_1, E_1 – відповідно коефіцієнт температурного розширення, коефіцієнт Пуассона і модуль Юнга матеріалу пластинки; T_1, Θ_1 – інтегральні характеристики температурного поля пластинки, визначені в роботі [9].

Розв’язки систем диференціальних рівнянь (2) і (5) повинні задовольняти умови спряження [12], які в даному випадку набувають вигляду

$$\begin{aligned} v_{2*} \cos \varphi_0 - w_{2*} \sin \varphi_0 + u_{1*} + (\zeta_1 - \zeta_2) \frac{dw_{1*}}{R_1 d\xi} &= 0, \\ v_{2*} \sin \varphi_0 + w_{2*} \cos \varphi_0 - w_{1*} + 2b \frac{dw_{1*}}{R_1 d\xi} &= 0, \\ \frac{1}{R_2} \left(\frac{dw_{2*}}{d\varphi} - v_{2*} \right) + \frac{dw_{1*}}{dx} &= 0; \quad u_{2*} = v_{1*}; \\ Q_{**}^{(1)} + Q_{**}^{(2)} + 2b q_n &= 0, \\ N_{**}^{(1)} - N_{\varphi*}^{(2)} + (\zeta_1 - \zeta_2 + h_1 - h_2) q_n &= 0, \\ M_{**}^{(1)} - M_{\varphi*}^{(2)} + (N_{**}^{(1)} \zeta_1 + Q_{**}^{(1)} b) - (N_{**}^{(2)} \zeta_2 + Q_{**}^{(2)} b) + \\ + 0,5[(\zeta_1 + h_1)^2 - (\zeta_2 + h_2)^2] q_n &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

де

$$\begin{aligned} N_{**}^{(2)} &= N_{\varphi*}^{(2)} \cos \varphi_0 - Q_{\varphi*}^{(2)} \sin \varphi_0, \\ Q_{**}^{(2)} &= Q_{\varphi*}^{(2)} \cos \varphi_0 - N_{\varphi*}^{(2)} \sin \varphi_0. \end{aligned} \quad (7)$$

У співвідношеннях (6) і (7) зірочкою позначені значення відповідних величин в області контакту оболонки (пластинки) зі стрижнем.

Отже, для визначення напружено-деформованого стану системи необхідно знайти розв’язки систем рівнянь термопружності оболонки (2) і пластинки (5), який би задовольняв умови спряження (6).

Методика розв’язування задачі. Розв’язок системи рівнянь (2) повинен задовольняти, в силу симетричності даної системи, а також силового і температурного навантажень відносно вертикальної площини, яка проходить через вісь оболонки, умови

$$w_2(\varphi) = w_2(-\varphi), v_2(\varphi) = -v_2(-\varphi), u_2(\varphi) = u_2(-\varphi). \quad (8)$$

Розв’язуючи систему рівнянь (2) і задовольняючи умови (8), отримуємо такі вирази для компонентів вектора переміщень оболонки

$$\begin{aligned} u_2 &= C_7^{(0)} y + C_8^{(0)}, \\ v_2 &= C_4^{(0)} \left(\varphi \sin \varphi - \frac{1 - \kappa^2}{1 + \kappa^2} \sin \varphi \right) - C_5^{(0)} \sin \varphi + C_6^{(0)} \varphi + \frac{v_2}{\kappa^2} R_2 C_7^{(0)} \varphi \frac{1 - v_2^2}{2E_2 h_2^3} R_2^4 q_n \varphi + v_4^{(2)}, \\ w_2 &= C_4^{(0)} \varphi \sin \varphi + C_5^{(0)} \cos \varphi - C_6^{(0)} - \frac{1 + \kappa^2}{k^2} v_2 R_2 C_7^{(0)} - \\ &\quad - (1 + \kappa^2) \frac{3(1 - \kappa_2^2)}{2E_2 h_2^3} R_2^4 q_n + w_4^{(2)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Тут

$$w_2^2 = \alpha_2 R_2 (1 + \nu_2) \left(C_4 (\mu_1^{(2)} + \frac{1}{\sqrt{3\kappa}}) \frac{\mu d_{22} \Phi}{1 + d_{22}^2} - C_3 (\mu_2^{(2)} + \frac{1}{\sqrt{3\kappa}}) \frac{ch d_{12} \Phi}{1 + d_{12}^2} + T_2^{(2)} - \frac{1}{\sqrt{3\kappa}} \Theta_2^{(u)} \right) t_c^{(+)}$$

$$\nu_2^{(u)} = \alpha_2 R_2 \frac{1 + \nu_2}{1 + d_{22}^2} \left(C_4 (\mu_1^{(2)} - \frac{\kappa}{\sqrt{3}}) + (\mu_1^{(2)} - \frac{\kappa}{\sqrt{3\kappa}}) \frac{\kappa^2 - 1}{1 + d_{22}^2} \right) \frac{ch d_{22} \Phi}{d_{22}} t_c^{(+)}. \quad (10)$$

Зауважимо, що тут і далі, якщо спеціально не зазначено, використовуються позначення роботи [9].

Прointегруємо рівняння термопружності пластинки (5) і задовільнимо умови

$$w_1(\xi) = w_1(-\xi),$$

$$u_1(\xi) = -u_1(-\xi),$$

$$\nu_1(\xi) = \nu_1(-\xi),$$

які випливають із симетричності цієї системи і навантаження відносно вертикальної площини, що проходить через вісь оболонки. В результаті для компонентів вектора переміщень пластинки отримуємо такі вирази

$$u_1 = C_3^{(0)} \xi + u_q^{(1)},$$

$$\nu_1 = D_0 y + D_8; \quad (\mathbf{0} \leq \xi \leq \mathbf{1}),$$

$$w_1 = C_1^{(0)} \xi^2 + C_2^{(0)} - \frac{(1 - \nu_1^2) r_1^4}{16 E_1 h_1^3} q_n \xi_1^4 + w_q^{(1)}. \quad (11)$$

де

$$w_q^{(1)} = \frac{R_1^2}{h_1} \alpha_1 t_c^{(+)} (1 + \nu_1) \left(-C_1 \frac{ch d_{11} \xi}{d_{11}^2} + C_2 \frac{ch d_{21} \xi}{d_{21}^2} - 0,5 \Theta_1^{(u)} \xi^2 \right),$$

$$u_q^{(1)} = \alpha_1 R_1 t_c^{(+)} (1 + \nu_1) \left(C_2 \mu_1^{(1)} \frac{sh d_{21} \xi}{d_{21}} - C_1 \mu_2^{(1)} \frac{sh d_{11} \xi}{d_{11}} + T_1^{(u)} \xi \right). \quad (12)$$

Підставимо вирази для компонентів векторів переміщень оболонки і пластинки (9) і (11) у відповідні фізичні співвідношення [10, 11]. У результаті отримаємо формули для визначення зусиль і моментів у пластинці і оболонці

$$N_x^{(1)} = D_1^{(1)} \alpha_1 t_c^{(+)} (C_3^{(0)} + \nu C_7^{(0)}),$$

$$N_y^{(1)} = D_1^{(1)} \alpha_1 t_c^{(+)} (C_7^{(0)} + \nu_1 C_3^{(0)} - (1 - \nu_1^2) T_1),$$

$$M_x^{(1)} = -D_2^{(1)} \alpha_1 t_c^{(+)} \frac{2}{R_1} C_1^{(0)} + 0,5 q_n R_1^2 \xi^2,$$

$$M_y^{(1)} = -D_2^{(1)} \alpha_1 t_c^{(+)} \left(\frac{2\nu_1}{R_1} C_1^{(0)} + (1 - \nu_1^2) \Theta_1 + 0,5 \nu_1 q_n R_1^2 \xi^2 \right); \quad (13)$$

$$N_\varphi^{(2)} = D_1^{(2)} \alpha_2 t_c^{(+)} \frac{2\kappa^2}{1 + \kappa^2} C_4^{(0)} \cos \varphi - q_n R_2,$$

$$N_y^{(2)} = D_1^{(2)} \alpha_2 t_c^{(+)} \left(\frac{2\nu_2 \kappa^2}{1 + \kappa^2} C_4^{(0)} \cos \varphi + (1 - \nu_2^2) (C_7^{(0)} - T_2) \right) - \nu_2 q_n R_2,$$

$$M_\varphi^{(2)} = D_2^{(2)} \alpha_2 t_c^{(+)} \left(\frac{1}{R_2} (C_6^{(0)} - C_4^{(0)}) \frac{2}{1 + \kappa^2} \cos \varphi + \frac{\nu_2 \sqrt{3}}{\kappa h_2} C_7^{(0)} \right) + q_n R_2^2,$$

$$M_y^{(2)} = D_2^{(2)} \alpha_2 t_c^{(+)} \left(\frac{v_2}{R_2} (C_6^{(0)} - C_4^{(0)} \frac{2}{1+\kappa^2} \cos \varphi) + \left(\frac{v_2 \sqrt{3}}{\kappa} C_7^{(0)} - (1-v_2^2) \Theta_2 \right) \frac{1}{h_2} \right) + v_2 q_n R_2^2. \quad (14)$$

Тут

$$D_1^{(i)} = \frac{2E_i h_i}{1-v_i^2}, \quad D_2^{(i)} = \frac{2}{3} \frac{E_i h_i^2}{1-v_i^2}; \quad (i=1,2). \quad (15)$$

На основі формул для поперечних сил у пластинці [11] і циліндричній оболонці [10] отримуємо

$$Q_x^{(1)} = q_n R_1 \xi, \quad Q_\varphi^{(2)} = D_2^{(2)} \alpha_2 t_c^{(+)} \frac{2\kappa^2}{1+\kappa^2} C_4^{(0)} \sin \varphi. \quad (16)$$

Потім визначаємо довільні сталі, від яких залежать величини, що описують напружено-деформований стан елементів системи. Із 4-ї умови (6)

$$v_{1*} = u_{2*}$$

отримуємо, що

$$D_0 = C_7^{(0)}, \quad D_8 = C_8^{(0)}.$$

Виключивши переміщення системи як жорсткого цілого в напрямку координати y , отримуємо

$$C_8^{(0)} = 0,$$

тобто переміщення елементів системи вздовж осі оболонки набувають вигляду

$$v_1 = u_2 = C_7^0 y. \quad (17)$$

Підставляючи вирази для $Q_{x*}^{(1)}$ і $Q_*^{(2)}$ до 5-ї умови спряження (6), переконуємось, що ця умова виконується тотожно. Вона являє собою одну із умов рівноваги цієї системи загалом.

Отже, для визначення довільних сталих $C_i^{(0)}$ ($i = \overline{1,7}$) маємо перші три, а також шосту і сьому умови (6). Ще одну умову отримуємо, виключивши переміщення системи як жорсткого цілого у вертикальному напрямку

$$w_2(0) = 0. \quad (18)$$

Сьому умову отримуємо, прирівнюючи до нуля проекцію на вісь оболонки головного вектора напружень, які діють в перерізі системи площиною, яка перпендикулярна до осі оболонки

$$\iint_{A_2} \sigma_y^{(2)} dA + 2 \iint_A \sigma da + \iint_{A_1} \sigma_y^{(1)} da = 0. \quad (19)$$

Тут A, A_1, A_2 – площі поперечних перерізів стрижня, пластинки і оболонки; $\sigma, \sigma_y^{(1)}, \sigma_y^{(2)}$ – відповідні нормальні напруження.

Підставимо вирази (9) – (12) для величин, які описують напружено-деформований стан оболонки і пластини у вищезазначені 5 умов (6), а також в умови (18) і (19); у результаті отримаємо систему алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{j=1}^7 a_{ij} C_j^{(0)} = b_i \quad (i = \overline{1,7}) \quad (20)$$

для визначення величин $C_j^{(0)}$ ($i = \overline{1,7}$).

Коефіцієнти a_{ij} і вільні члени b_i системи рівнянь (20) визначаються за формулами:

$$\begin{aligned}
 a_{11} = a_{12} = a_{13} = a_{14} = 0, \quad a_{15} = 1, \quad a_{16} = -1, \quad a_{17} = \frac{1 + \kappa^2}{\kappa^2} v_2, \quad a_{21} = a_{22} = 0, \quad a_{23} = 1, \\
 a_{24} = \frac{1 - v_1^2}{1 - v_2^2} \frac{2\kappa^2}{1 + \kappa^2} E_* \alpha_* \frac{h_{2*}}{h_{1*}}, \quad a_{25} = a_{26} = 0, \quad a_{27} = v_1 \alpha_*, \quad a_{31} = -\frac{2}{3r_{1*}}, \\
 a_{32} = 0, \quad a_{33} = \frac{\zeta_1^* - \zeta_2^*}{h_{1*}}, \quad a_{34} = \frac{2\kappa(1 - v_1^2) E_* \alpha_* h_{2*}^2 \cos \varphi_*}{\sqrt{3}(1 + \kappa^2)(1 - v_2^2) h_{1*}}, \quad a_{35} = 0, \\
 a_{36} = -\frac{\kappa(1 - v_1^2) E_* \alpha_* h_{2*}}{\sqrt{3}(1 - v_2^2) h_{1*}}, \quad a_{37} = \left[\frac{\zeta_1^* - \zeta_2^*}{h_{1*}} v_1 - \frac{E_* (1 - v_1^2) h_{2*}^2}{3\sqrt{3} h_{1*} \kappa} v_2 \right] \alpha_*, \quad a_{41} = 2, \\
 a_{42} = a_{43} = 0, \quad a_{44} = \frac{2\alpha_*}{1 + \kappa^2} \sin \varphi_*, \quad a_{45} = 0, \quad a_{46} = -\varphi_* \alpha_*, \quad a_{47} = -\frac{v_2}{\kappa^2} \alpha_* \varphi_*; \\
 a_{51} = 2\sqrt{3} \frac{\kappa}{h_{2*} \alpha_*} (\zeta_1^* - \zeta_2^*), \quad a_{52} = 0, \quad a_{53} = \sqrt{3} \kappa \frac{h_{1*} r_{1*}}{h_{2*} \alpha_*}, \quad a_{54} = \frac{\kappa^2 - 1}{\kappa^2 + 1} \sin \varphi_* \cos \varphi_0 - \varphi_*, \\
 a_{55} = 0, \quad a_{56} = \varphi_* \cos \varphi_0 + \sin \varphi_0, \quad a_{57} = \frac{v_2}{\kappa^2} [\varphi_* \cos \varphi_0 + (1 + \kappa^2) \sin \varphi_0], \\
 a_{61} = \frac{\sqrt{3}\kappa}{h_{2*}} (r_{1*} h_{1*} + 4b_*), \quad a_{62} = -\sqrt{3}\kappa \frac{r_{1*} h_{1*}}{h_{2*}}, \\
 a_{63} = 0, \quad a_{64} = \frac{\kappa^2 - 1}{\kappa^2 + 1} \sin \varphi_* \sin \varphi_0, \quad a_{65} = -1, \\
 a_{66} = \varphi_* \sin \varphi_0 - \cos \varphi_0, \quad a_{67} = \frac{v_2}{\kappa^2} [\varphi_* \sin \varphi_0 - (1 + \kappa^2) \cos \varphi_0]; \\
 a_{71} = a_{72} = a_{75} = a_{76} = 0, \quad a_{73} = \frac{v_1}{1 - v_1^2} \frac{\sqrt{3}\kappa h_{2*}^2 r_{1*}}{E_* h_{2*}^2 \alpha_*}, \\
 a_{74} = \frac{v_1}{1 - v_1^2} \frac{2\kappa^2}{1 + \kappa^2} \sin \varphi_*, \quad a_{77} = \frac{1}{1 - v_1^2} \frac{\sqrt{3}\kappa r_{1*} h_{1*}^2}{E_* h_{2*}^2} + \frac{4\sqrt{3}\kappa b_*}{E_* h_{2*}^2} + \varphi_*; \tag{21} \\
 b_1 = (1 - v_2^2) \frac{1 + \kappa^2}{\kappa^2} q_{n*} - W_u^{(2)}(\varphi_*), \quad b_2 = -\alpha_* (1 - v^2) \left[\cos \varphi_0 + \sqrt{3}\kappa \left(\frac{\zeta_1^*}{h_{1*}} - \frac{\zeta_2^*}{h_{2*}} - \frac{h_{1*}}{h_{2*}} - 1 \right) \right] q_{n*}, \\
 b_3 = (1 - v^2) \frac{h_{2*}}{h_{1*}} E_* \alpha_* \left\{ \frac{1}{\sqrt{3}\kappa} \frac{h_{2*}}{h_{1*}} - \frac{\sqrt{3}\kappa r_{1*}^2 h_{1*}}{2h_{2*}} + \frac{\sqrt{3}\kappa \zeta_2^*}{h_{2*} h_{1*}} (\zeta_1^* - \zeta_2^* + h_{1*} - h_{2*}) - \right. \\
 \left. - \frac{2\sqrt{3}\kappa b_*}{h_{2*}} \left(r_{1*} + \frac{b_*}{h_{1*}} \right) - \frac{\sqrt{3}\kappa}{2h_{1*} h_{2*}} [(\zeta_1^* + h_{1*})^2 - (\zeta_2^* + h_{2*})^2] \right\} q_{n*}, \\
 b_4 = \alpha_* \left[\frac{\sqrt{3}}{2} (1 - v_1^2) E_* r_{1*}^2 \kappa + \frac{1 - v_2^2}{\kappa^2} \right] q_{n*} + \left[\alpha_* (v_u^{(2)} - \frac{dw_u^{(2)}}{d\varphi}) \Big|_{\varphi=\varphi_*} - \frac{dw_u^{(1)}}{R_1 d\xi} \Big|_{\xi=1} \right], \\
 b_5 = q_{n*} \left\{ -\frac{1 - v_2^2}{\kappa^2} [\varphi_* \cos \varphi_0 + (1 + \kappa^2) \sin \varphi_0] + \frac{3(\zeta_1^* - \zeta_2^*)}{2h_{2*}} E_* (1 - v_1^2) r_{1*}^3 \kappa^2 \right\} + \\
 + \left[w_u^{(2)} \sin \varphi_0 - v_u^{(2)} \cos \varphi_0 \right] \Big|_{\varphi=\varphi_*} + \frac{\sqrt{3}\kappa}{\alpha_* h_{2*}} \left[(\zeta_1^* - \zeta_2^*) \frac{dw_r^{(1)}}{d\xi} \Big|_{\xi=1} - r_{1*} h_{1*} u_u^{(1)} \Big|_{\xi=1} \right],
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_6 = & \frac{1-v_2^2}{\kappa^2} \left[(1+\kappa^2) \cos \varphi_0 - \varphi_* \sin \varphi_0 \right] q_{n*} - \frac{3\kappa^2 E_* r_{1*}^4 h_{1*} (1-v_1^2)}{8h_{2*}} \left(1 + 8 \frac{b_*}{r_{1*} h_{1*}} \right) q_{n*} - \\
 & - \left[v_4^{(2)} \sin \varphi_0 + w_4^{(2)} \cos \varphi_0 \right] \Big|_{\varphi=\varphi_*} + \frac{\sqrt{3}\kappa}{h_{2*} \alpha_*} \left(r_{1*} h_{1*} w_4^{(1)} + 2b_* \frac{dw_4^{(1)}}{d\xi} \right) \Big|_{\xi=1}, \\
 b_7 = & v_2 \varphi_* q_{n*} + \int_0^{\varphi_*} T_2 d\varphi + \frac{\sqrt{3}\kappa r_{1*} h_{1*}^2}{E_* \alpha_* h_{2*}^2} \int_0^1 T_1 d\xi + \frac{4\sqrt{3}\kappa b_*}{E_{2*} \alpha_{2*} h_{2*}^2} T.
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

Тут введені позначення

$$q_{n*} = \frac{q_n R_2}{2E_2 h_2 \alpha_{2c}^{(+)}}, \quad E_* = \frac{E_2}{E_1}, \quad \alpha_* = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}, \quad \alpha_{2*} = \frac{\alpha_2}{\alpha}, \quad E_{2*} = \frac{E_2}{E}.
 \tag{23}$$

Величини, що описують напружений стан стрижневих елементів системи, у цьому випадку визначають за формулами [12]

$$\begin{aligned}
 N &= EA(C_7^{(0)} - \alpha T), \\
 M_x &= -E\alpha W_x \Theta_x, \\
 M_y &= E\alpha W_y \Theta_y,
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

де N, M_x, M_y – поздовжня сила і згинальні моменти в стрижні; E – модуль Юнга; α – коефіцієнт температурного розширення матеріалу стрижня; A, W_x, W_y – площа і осьові моменти опору поперечного перерізу стрижня.

Розв’язуючи систему (20) і підставляючи знайдені значення $C_j^{(0)} (j = \overline{1,7})$ до формули (9), (11), (13), (14), (16) і (24), повністю визначимо напружено-деформований стан всіх елементів системи.

Результати параметричного дослідження термонапруженого стану. На основі отриманого розв’язку було проведено параметричне дослідження термонапруженого стану системи; деякі з отриманих результатів наведено на рис. 2–6.

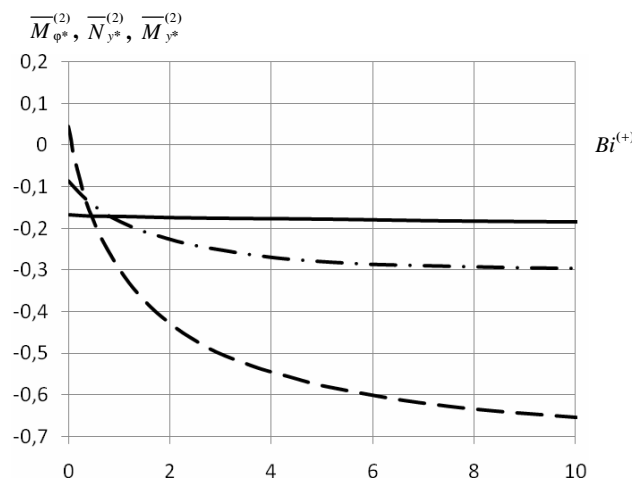


Рис. 2. Залежність від критерію $B_i^{(+)}$ обумовлених лише нагріванням контактних значень нормальної сили $\overline{N}_{y*}^{(2)}$ (штрихова лінія), згинальних моментів $\overline{M}_{y*}^{(2)}$ (штрихпунктирна лінія) та $\overline{M}_{\varphi*}^{(2)}$ (суцільна лінія) в оболонці

Рис. 2 ілюструє залежність від критерію $Bi^{(+)}$ (приведеного коефіцієнта тепловіддачі з частини бічної поверхні стрижня, оточеної зовнішнім середовищем) обумовлених тільки нагріванням ($q_n=0$) контактних значень нормальної сили $\bar{N}_{y_*}^{(2)}$ і згинальних моментів $\bar{M}_{\varphi_*}^{(2)}$ та $M_{y_*}^{(2)}$ в оболонці. Тут позначено

$$\bar{N}_{y_*}^{(2)} = (2E_2 h_2 \alpha_2 t_c^{(+)})^{-1} N_{y_*}^{(2)},$$

$$\bar{M}_{y, \varphi_*}^{(2)} = 3(2E_2 h_2 \alpha_2 t_c^{(+)})^{-1} M_{y, \varphi_*}^{(2)}.$$

Залежність від параметрів λ_1^* і λ_2^* (відношень коефіцієнтів теплопровідності пластини, оболонки і стрижня) контактних значень повздовжньої сили $\bar{N}_{y_*}^{(1)}$ і згинального моменту $\bar{M}_{y_*}^{(1)}$ в пластинці при різних значеннях критерію $Bi^{(-)}$ (приведеного коефіцієнта тепловіддачі з частини бічної поверхні стрижня, оточеної внутрішнім середовищем), показано на рис. 3. Тут позначено

$$\bar{N}_{y_*}^{(1)} = (2E_1 h_1 \alpha_1 t_c^{(+)})^{-1} N_{y_*}^{(1)},$$

$$\bar{M}_{y_*}^{(1)} = 3(2E_1 h_1 \alpha_1 t_c^{(+)})^{-1} M_{y_*}^{(1)}.$$

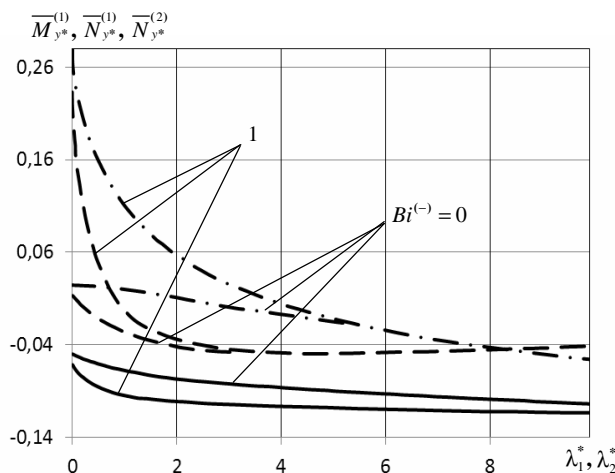


Рис. 3. Вплив параметрів λ_1^* , λ_2^* (відношення коефіцієнтів теплопровідності пластики, оболонки і стрижня) на контактні значення нормальної сили $\bar{N}_{y_*}^{(1)}$ (штрихові лінії) і згинального моменту $\bar{M}_{y_*}^{(1)}$ (суцільні лінії) в пластинці і нормальної сили $\bar{N}_{y_*}^{(2)}$ (штрих-пунктирні лінії) в оболонці при різних значення критерію $Bi^{(+)}$

Ці графіки (і наступні, якщо спеціально не зазначено) побудовані за таких значень параметрів системи

$$E_* = 1; \quad \nu_1 = \nu_2 = 0,3; \quad \alpha_* = 1; \quad \alpha_{2*} = 1.$$

Значення інших параметрів системи приймалися такими, як і при проведенні числових розрахунків у задачі теплопровідності [9].

Рис. 4 ілюструє вплив неортогональності спряження елементів системи на розподіл вздовж напрямної оболонки зусилля $\bar{N}_y^{(2)}$ і згинального моменту $\bar{M}_y^{(2)}$; причому криві 2 побудовані з

врахуванням реально наявної неортогональності серединної поверхні оболонки і відповідної поверхні контакту, а криві 1 побудовані для випадку, коли при розв'язуванні задачі теплопровідності неортогональність вказаних поверхонь не враховувалась.

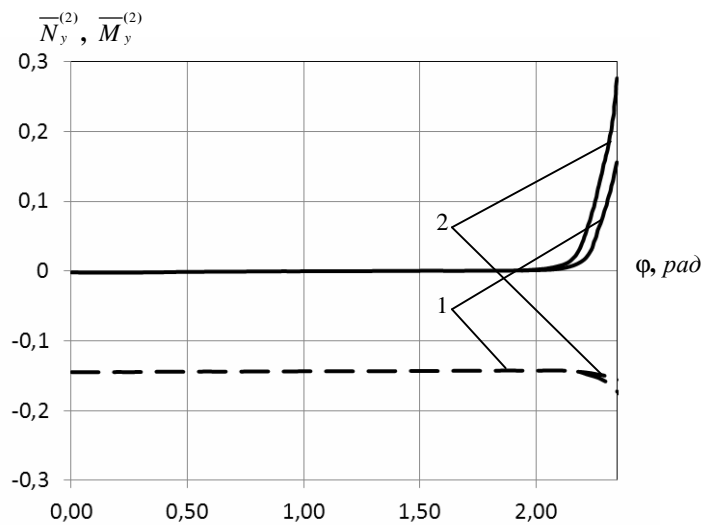


Рис. 4. Розподіл нормальної сили $\overline{N}_y^{(2)}$ (штрихові лінії) і згинального моменту $\overline{M}_y^{(2)}$ (суцільні лінії) в оболонці вздовж напрямної з врахуванням (криві 2) і без врахування (криві 1) неортогональності спряження оболонки і стрижня

На рис. 5 показано залежність контактних значень зусиль $\overline{N}_{y^*}^{(1)}$ в пластинці і $\overline{N}_{y^*}^{(2)}$ в оболонці від параметрів ζ_1^* і ζ_2^* , які характеризують несиметричність спряження елементів системи.

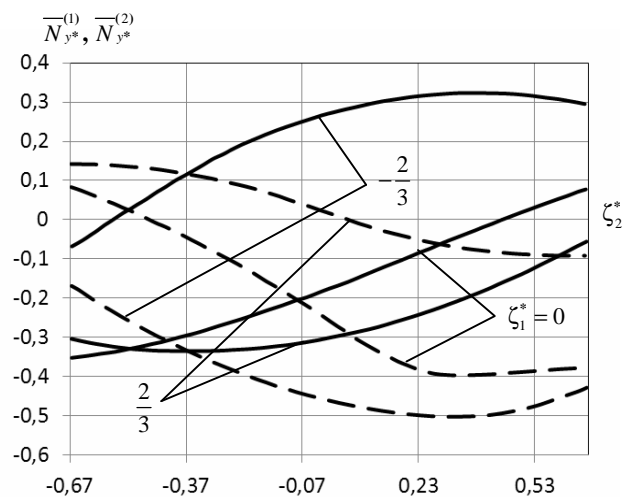


Рис. 5. Залежність від параметрів несиметричності спряження елементів системи ζ_1^* і ζ_2^* контактних значень нормальних сил $\overline{N}_{y^*}^{(1)}$ (суцільні лінії) в пластинці і $\overline{N}_{y^*}^{(2)}$ (штрихові лінії) в оболонці

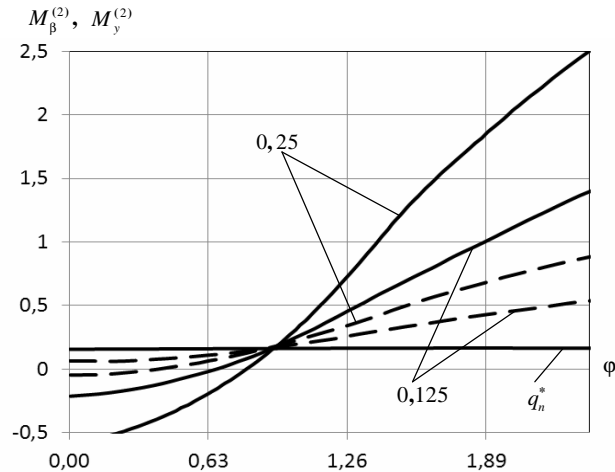


Рис. 6. Розподіл згинальних моментів $\overline{M}_\gamma^{(2)}$ (штрихові лінії) і $\overline{M}_\phi^{(2)}$ (суцільні лінії) по координаті ϕ при різних значеннях параметра зовнішнього тиску q_n^* .

Сумісний вплив температурного поля і зовнішнього тиску на напружений стан оболонкового елемента системи ілюструє рис. 6, на якому показано розподіл згинальних моментів $\overline{M}_\phi^{(2)}$ і $\overline{M}_\gamma^{(2)}$ по координаті ϕ при різних значеннях параметра зовнішнього стану q_n^* .

Висновки

1. Розв'язано задачу термопружності для системи циліндрична оболонка–стрижні–пластинка, яка нагрівається середовищами, теплообмін з якими описується законом Ньютона та зазнає дії зовнішнього тиску; при цьому враховується реальна геометрія з'єднання елементів системи, а саме, несиметричність і неортогональність їх спряження. На основі отриманого розв'язку проведено параметричне дослідження зусиль і моментів в елементах системи.

2. Отримані числові результати показують, що неврахування (при розв'язанні задачі теплопровідності) реально наявної неортогональності спряження елементів системи може приводити до похибки до 50% при визначенні зусиль і моментів у приконтактній зоні. При віддаленні від зони контакту значення зусиль і моментів в оболонці, обчислені з урахуванням неортогональності спряжень і без її врахування (при розв'язуванні задачі теплопровідності), прямують до одних і тих самих величин;

3. Представлені графіки показують, що несиметричність спряження впливає на напружено-деформований стан елементів системи не тільки кількісно, але і якісно. Так, зі зміною параметра ζ_2^* зусилля $\overline{N}_{y_*}^{(1)}$ у пластинці і зусилля $\overline{N}_{y_*}^{(2)}$ в оболонці можуть змінити знак. Зазначимо також наявність екстремумів по ζ_2^* на кривих цих зусиль при деяких значеннях параметра ζ_1^* ;

4. Встановлено, що для цієї системи зовнішній тиск може знижувати абсолютні значення згинальних моментів в оболонці. Існує таке значення параметра тиску q_n^* , при якому напружений стан буде близьким до безмоментного; в той час при дії тільки температурного навантаження ($q_n=0$) або при дії тільки зовнішнього тиску напружений стан оболонки має (в приконтактній зоні) яскраво виражений моментний характер.

1. Амиро И. Я., Заруцкий В. А. Методы расчета оболочек. Т. 2. Теория ребристых оболочек. – К.: Наукова думка, 1980. – 367 с. 2. Пелех Б. Л., Сяський А. А. Распределение напряжений возле

отверстий в податливых на сдвиг анизотропных оболочках. – К.: Наукова думка, 1975. – 198 с. 3. Кармишин А. В., Лясковец В. А., Мяченков В. И., Фролов А. Н. Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций. – М.: Машиностроение, 1975. – 376 с. 4. Моссаковский В.И., Гудрамович В. С., Макеев В.М. Контактные задачи теории оболочек и стержней. – М.: Машиностроение, 1978. – 248 с. 5. Подстригач Я. С., Коляно Ю. М. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках. – К.: Наукова думка, 1972. – 308 с. 6. Подстригач Я.С., Коляно Ю. М., Семерак М. М. Температурные поля и напряжения в элементах электровакуумных приборов. – К.: Наукова думка, 1981. – 342 с. 7. Чернуха Ю. А., Войтович Н. И. Термонапряженное состояние сопряженных через кольцо круговых пластин // Прикл. механика. – 1986. – №6. – С. 75–81. 8. Подстригач Я.С., Чернуха Ю.А., Войтович Н.И. Термонапряженное состояние системы сферическая оболочка–стержень–круговая пластинка // Проблемы прочности. – 1986. – №5. – С. 107–113. 9. Харченко С.В., Войтович В.И., Ковальчук Р.А. До розрахунку термонапруженого стану системи циліндрична оболочка–стрижні–пластинка. 10. Подстригач Я.С., Швець С.Я. Термоупругость тонких оболочек. – К.: Наукова думка, 1978, 343 с. 11. Коваленко А. Д. Термоупругость. – К.: Наукова думка, 1975, 216 с. 12. Войтович Н.И. Условия неидеального термомеханического контакта сопряженных оболочек // Мат методы и физико-механические поля. – 1986. – Вып 24. – С. 56 – 61.

УДК 621.86.017.4

С.В. ХАРЧЕНКО, Ю.С. НОСОВ

Національний університет “Львівська політехніка”

ПРОГНОЗУВАННЯ ТРИВАЛОСТІ ЖИТТЄВОГО ЦИКЛУ З'ЄДНУЮЧОЇ СКОБИ КАНАТА ПІДЙІМАЛЬНОГО ПРИСТРОЮ

© Харченко С.В., Носов Ю.С., 2011

Розглядається задача прогнозування тривалості життєвого циклу вузла кріплення каната противаги з кареткою будівельного підйімального пристрою. Під час формування спектра навантажень з'єднуючої скоби враховуються режими розгону, усталеного руху та гальмування. Для моделювання росту тріщини застосовується рівняння NASGRO, одержане з урахуванням наявності зон пластичних деформацій. Досліджується вплив мас каретки та противаги, висоти піднімання вантажу і режимів навантаження підйімальної системи на ресурс скоби.

There are considered the problem of life predicting of the link between carriage and counterbalance rope of the lifting device. The load spectrum of the link includes nonstationary and stationary modes. For crack growth description is used the NASGRO equation with considering a presence of zones of plastic deformation. There are investigated influence of the carriage mass and the counterbalance mass, the height of cargo lift and the modes of the building lifting device on the life duration of the link.

Постановка проблеми та аналіз останніх результатів досліджень. Динамічні навантаження, що виникають під час розгону, гальмування або зміни режиму роботи приводу, значною мірою визначають міцність елементів машин. Механічні коливання, що виникають під час перехідних процесів, нерідко призводять до накопичення втомних пошкоджень у матеріалах і знижують ресурс конструкцій і технічного об'єкта загалом [1, 2]. Особливо це стосується підйімально-транспортної техніки, де привідні системи працюють в умовах частих пусків і зупинок [3–5].

Протягом останніх десятиліть інтенсивно розвиваються моделі прогнозування швидкості росту тріщини. Ці моделі зазвичай ґрунтуються на припущенні про існування зони пластичної