Секція 1
МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ ТА СИСТЕМ

УДК 621.01

Ю.М. АНДРЄЄВ, Є.І. ДРУЖИНІН
Національний технічний університет “Харківський політехнічний інститут”

ЗАСТОСУВАННЯ СИСТЕМИ КОМП'ЮТЕРНОЙ АЛГЕБРИ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ГІДРОМЕХАНІЧНИХ СИЛОВИХ ПЕРЕДАЧ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ

Наведено універсальний аналітичний спосіб моделювання динамічних процесів у силових передачах транспортних машин з гідрооб'ємним приводом, заснований на використанні векторно-матричної форми запису загального варіаційного рівняння механіки та спеціальної системи комп'ютерної алгебри. Наведено результати розв’язання задачі аналізу зазначеного класу систем.

An analytical method of universal simulation of dynamic processes in the power transmissions of transport vehicles with hydrostatic drive, based on the use of vector-matrix forms of the general variational equations of mechanics and special computer algebra system. Some results of solving the problem of analysis of this class of systems.

Вступ. Силові передачі (СП) транспортних машин з об'ємними гідроприводами (ОГ) і диференціальними механізмами (ДМ), що мають переваги порівняно з суто механічними СП, міцно увійшли в сучасну практику зарубіжного і вітчизняного машинобудування [1–5]. Зазвичай ОГ у поєднанні з ДМ використовуються в системах турбонадуву двигунів внутрішнього згоряння, а також для забезпечення вищих якісних показників розвороту транспортних засобів [1]. Динамічні процеси, що проходять у механічній частині СП і в рідині як робочому тілі ОГ, мають широкі частотні спектри, які часто перетинаються, що ускладнює моделювання внаслідок автоматизованої побудови рівнянь руху гідромеханічних силових передач (ГМСП) і аналізу взаємовпливу рідини і різних вузлів СП.

Постановка проблеми. Розглядаючи клас дискретних моделей ГСМП, які описуються системами звичайних диференціальних рівнянь, зазначені вище труднощі можна усунути, якщо використовувати наведені в [3, 4] моделі інерційних, дисипативних і пружних характеристик об'ємної гідропередачі (ОГП), а також вираження моментів, що діють на ротори гідромашин (ГМ) ОГП з боку робочої рідини (РЖ). Необхідно зазначити, що ці моделі було отримано на основі інтегральних оцінок інерційних, дисипативних і пружних властивостей ОГП з урахуванням їх конструктивних особливостей. Крім того, достовірність отриманих результатів при використанні цих моделей гарантується, коли допустимо не брати до уваги вплив високочастотних хвиль тиску і швидкостей в магістралях ОГП на динаміку решти СП. Оскільки дискретні моделі ГСМП, як правило, мають велике число ступенів вільності та є структурно складними, то процес безпомилкового складання рівнянь їх руху без застосування ЕОМ може виявитися проблематичним. Окрім того, слід зазначити, що у багатьох силових установках вимушені коливання є причиною втомних руйнувань елементів передач і вимагають спеціального розрахункового дослідження. Особливо актуальною є задача розрахунку таких коливань в установках, що містять потужне джерело збудження у вигляді поршневого двигуна внутрішнього згоряння, що характерно для колісних та гусеничних транспортних машин,сільськогосподарської техніки, суднових і тепловозних установок.

З урахуванням викладеного, розроблення і реалізація аналітичних алгоритмів опису та розрахунків дискретних моделей ГМСП на основі спеціальної системи комп'ютерної алгебри є актуальною проблемою.

Мета статті. Метою статті є опис алгоритму складання рівнянь руху дискретних моделей СП з використанням системи комп’ютерної алгебри, опис інерційних, пружних, дисипативних і силових властивостей ОГП, аналітичних і числових алгоритмів розрахунку динамічної поведінки ГМСП на прикладі СП з ОГП і ДМ.

Опис алгоритму. Аналітичний опис дискретних моделей ГМСП здійснюється у вихідних даних у формульному вигляді на макромові спеціальної системи комп'ютерної алгебри, що дає змогу автоматизувати побудову рівнянь руху в векторно-матричній формі загального рівняння механіки. При цьому вважається, що дискретна модель повністю визначається сукупністю її інерційних, дисипативних, пружних і силових елементів. Введемо в розгляд вектори значень цих елементів

$$\vec{J}=\{J_1,J_2,...,J_i\},\vec{D}=\{D_1,D_2,...,D_k\},\vec{C}=\{C_1,C_2,...,C_l\},\vec{P}=\{P_1,P_2,...,P_m\}, \quad (1)$$

вектори їх координат

$$\vec{\eta}=\{\eta_1,\eta_2,...,\eta_i\},\vec{\theta}=\{\theta_1,\theta_2,...,\theta_k\},\vec{\xi}=\{\xi_1,\xi_2,...,\xi_l\},\vec{\psi}=\{\psi_1,\psi_2,...,\psi_m\} \quad (2)$$

а також вектор узагальнених координат $\vec{\zeta}=\{\zeta_1,\zeta_2,...,\zeta_n\}$.

Крім того, вводяться векторні функції (структури)

$$\vec{f}_1=\{f_{11},f_{12},...,f_{1i}\},\vec{f}_2=\{f_{21},f_{22},...,f_{2k}\},\vec{f}_3=\{f_{31},f_{32},...,f_{3l}\},\vec{f}_4=\{f_{41},f_{42},...,f_{4m}\}, \quad (3)$$

які дають змогу подати відповідно координати інерційних, дисипативних, пружних і силових елементів через узагальнені координати

$$\vec{\eta}=\vec{f}_1(\vec{\zeta}),\vec{\theta}=\vec{f}_2(\vec{\zeta}),\vec{\xi}=\vec{f}_3(\vec{\zeta}),\vec{\psi}=\vec{f}_4(\vec{\zeta}), \quad (4)$$

Використовуючи введені величини, можна визначити вектори різних сил (інерції, дисипації, пружності), необхідні для складання рівнянь руху на основі принципу Даламбера–Лагранжа (загального варіаційного рівняння механіки), який матиме вигляд

$$(J\ddot{\vec{\eta}},\delta\vec{\eta})+(D\dot{\vec{\theta}},\delta\vec{\theta})+(C\vec{\xi},\delta\vec{\xi})=(\vec{P},\delta\vec{\psi}). \quad (5)$$

де J,D,C – симетричні матриці інерції, дисипації і пружності, розмірність яких визначається відповідно розмірністю векторів $\vec{J},\vec{D},\vec{C}$. При цьому

$$\delta\vec{\eta}=\frac{\partial\vec{f}_1(\vec{\zeta})}{\partial\vec{\zeta}}\delta\vec{\zeta},\delta\vec{\theta}=\frac{\partial\vec{f}_2(\vec{\zeta})}{\partial\vec{\zeta}}\delta\vec{\zeta},\delta\vec{\xi}=\frac{\partial\vec{f}_3(\vec{\zeta})}{\partial\vec{\zeta}}\delta\vec{\zeta},\delta\vec{\psi}=\frac{\partial\vec{f}_4(\vec{\zeta})}{\partial\vec{\zeta}}\delta\vec{\zeta};\ddot{\vec{\eta}}=\ddot{\vec{f}}_1(\vec{\zeta}),\dot{\vec{\theta}}=\dot{\vec{f}}_2(\vec{\zeta}). \quad (6)$$

Ввівши позначення для структурних матриць: інерції, демпфірування, пружності і силових впливів

$$\frac{\partial\vec{f}_j(\vec{\zeta})}{\partial\vec{\zeta}}=S_j,$$

запишемо (5) у вигляді

$$(J\ddot{\vec{\eta}},S_1\delta\vec{\zeta})+(D\dot{\vec{\theta}},S_2\delta\vec{\zeta})+(C\vec{\xi},S_3\delta\vec{\zeta})=(\vec{P},S_4\delta\vec{\zeta}) \quad (7)$$

Скориставшись властивістю спряженості матриць S_1, S_2, S_3, S_4, отримуємо

$$(S_1^T J\ddot{\vec{\eta}}, \delta\vec{\zeta}) + (S_2^T D\dot{\vec{\theta}}, \delta\vec{\zeta}) + (S_3^T C\vec{\xi}, \delta\vec{\zeta}) = (S_4^T \vec{P}, \delta\vec{\zeta}) \tag{8}$$

Для голономних систем варіації узагальнених координат $\delta\vec{\zeta}$, – довільні, отже, з (8) отримаємо систему диференціальних рівнянь у векторно-матричній формі

$$S_1^T J\ddot{\vec{\eta}} + S_2^T D\dot{\vec{\theta}} + S_3^T C\vec{\xi} = S_4^T \vec{P} \tag{9}$$

Замінимо вектори координат векторними функціями, що визначають структури

$$S_1^T J\ddot{\vec{f}}_1 + S_2^T D\dot{\vec{f}}_2 + S_3^T C\vec{f}_3 = S_4^T \vec{P} \tag{10}$$

Рівняння (10) є узагальненою математичною моделлю динамічних процесів, що наявні в дискретних моделях ГМСП. Для широкого класу систем, зокрема для ГМСП, структури $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ є постійними і лінійними. З урахуванням цього рівняння (10) набуде вигляду:

$$S_1^T J S_1\ddot{\vec{\zeta}} + S_2^T D S_2\dot{\vec{\zeta}} + S_3^T C S_3\vec{\zeta} = S_4^T \vec{P} \tag{11}$$

Модель інерційних, пружних і дисипативних властивостей ОГП. Оскільки на основних (сталих) режимах роботи СП з двигунами внутрішнього згоряння крутильні коливання серед усіх можливих є найбільш інтенсивними, то інерційні властивості ОГП доцільно моделювати моментами інерції зосереджених мас ГМ. При цьому вони усереднюються за один оборот роторів насоса і гідромотора, оскільки для широкого ряду моделей ГМ змінна складова не перевищує 1–2 % від середнього за оборот значення. Визначення пружних властивостей ОГП зводиться до обчислення моментів, що діють з боку стисливої рідини на зосереджені маси роторів насоса і гідромотора. При цьому передбачається, що РЖ підпорядковується закону Гука, порожнини стиснення, що містять магістралі високого та низького тисків, а також прийомні і вивідні камери ГМ у будь-який момент часу є замкнутими і розділені перемичками розподільників об'ємних ГМ, а рівняння нерозривності потоку РЖ завжди справедливе. З урахуванням наведених зауважень, моменти, що діють з боку стисливої РЖ на ротори ГМ, мають вигляд

$$\begin{cases} M_H = C_\Gamma (tg\gamma_H \cdot \alpha_H - tg\gamma_M \cdot \alpha_M) tg\gamma_H \\ M_M = C_\Gamma (tg\gamma_M \cdot \alpha_M - tg\gamma_H \cdot \alpha_H) tg\gamma_M , \end{cases} \tag{12}$$

де γ_H, γ_M – кути нахилу шайби насоса і опорного диску гідромотора; α_H, α_M – узагальнені координати, що визначають кутові переміщення роторів ГМ при крутильних коливаннях; C_Γ – еквівалентна жорсткість РЖ, що визначається за формулою

$$C_\Gamma = [2r^4 R^2 z^2 (\chi_1 + \chi_2)] / V_O , \tag{13}$$

де r, R, z – відповідно радіус плунжера, радіус рознесення осей циліндрів і кількість плунжерів ГМ; V_O – сумарний обсяг РЖ у порожнинах стиснення (високого і низького тиску).

Щодо визначення демпфуючих характеристик, необхідно зазначити, що серед різних видів втрат потужності в ОГП (механічних, об'ємних, гідравлічних) враховувалися лише втрати, пов'язані з тертям рухомих частин ГМ (плунжер–циліндр; ротор–розподільний диск; підп'ятники–упорний диск), оскільки саме вони виявляються істотними при крутильних коливаннях. Крім того, брався до уваги той факт, що ОГП мають порівняно слабкі дисипативні характеристики порівняно з іншими вузлами СП, і що, отже, важливими є не залежності зміни моментів сил тертя на періоді, а тільки їх інтегральні оцінки за цикл коливань. Отже, дисипативні властивості ОГП фактично оцінювалися величиною коефіцієнта еквівалентного в'язкого тертя, що визначався з умови рівності роботи сил тертя в парах ГМ і роботи сил еквівалентного в'язкого тертя

$$\beta = 4(M_1 + M_2 + M_3) / \Phi\omega_B \pi , \tag{14}$$

де Φ – амплітуда коливань ротора ГМ; w_B – частота збурювального впливу; M_1, M_2, M_3 – відповідно, приведені до вала ГМ моменти сил тертя в парах: плунжер–циліндр, ротор–розподільний диск, підп'ятники–упорний диск, вирази для яких складно залежать від конструктивних параметрів ГМ і режимів роботи ОГП, наведені в [4]. Як приклад розглянемо розрахунок різних видів руху системи турбонадуву ДВС транспортного засобу, що містить ОГП, ДМ і три роликові механізму вільного ходу. Модель системи наведено на рис. 1.

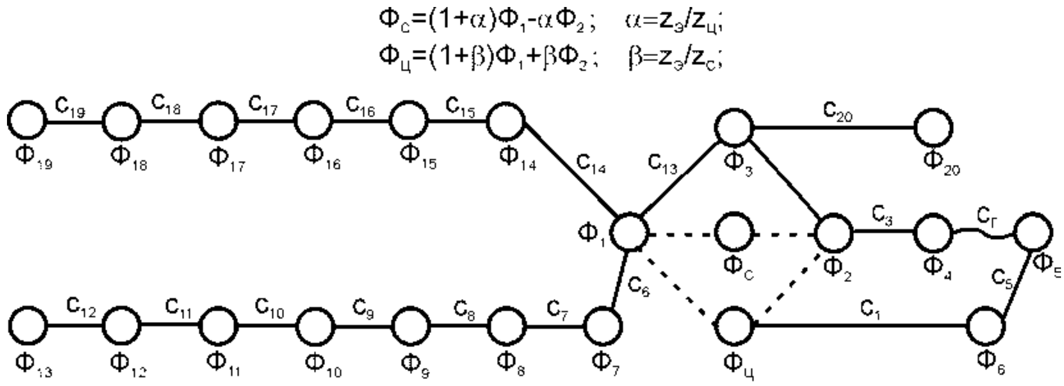

Рис. 1. Розрахункова схема системи турбонадуву двигуна

Модель представлена 21 ступенями вільності. Як узагальнені координати обрано кути повороту наведених мас окремих інерційних елементів ГСМП. Інерційних елементів – 34, пружних – 20, дисипативних – 14, силових – 12. На рис. 1 наведено співвідношення між кутами повороту 4-х ланок ДМ (Φ_1 – водило; Φ_2 – епіцикл;. Φ_C – сателіт; $\Phi_Ц$ – центральна шестерня). Пунктиром позначено кінематичний зв'язок між цими самими ланками. $Z_Э, Z_C$ – кількість зубів епіцикла і сателіта. З метою економії місця значення конструктивних параметрів ГМСП не наводяться. У таблиці наведено частотний спектр ГМСП.

Власні частоти розрахункової схеми ГМСП

№ з/п	рад/с	Гц	собств. знач.
1	0	0	0
2	11,9527	1,90234	1.42868e+02
3	95,4981	15,19899	9.11989e+03
4	203,8386	32,44192	4.15502e+04
5	325,8327	51,85788	1.06167e+05
6	409,9413	65,24418	1.68052e+05
7	1784,6954	284,04309	3.18514e+06
8	2009,1658	319,76866	4.03675e+06
9	2663,8317	423,96198	7.09600e+06
10	2886,8885	459,46257	8.33413e+06
11	4030,5435	641,48092	1.62453e+07
12	4268,9538	679,42509	1.82240e+07
13	5152,6715	820,07314	2.65500e+07
14	6515,2527	1036,93467	4.24485e+07
15	7354,7227	1170,54048	5.40919e+07
16	8391,6513	1335,57279	7.04198e+07
17	9107,5183	1449,50656	8.29469e+07
18	9734,4314	1549,28288	9.47592e+07
19	10253,7835	1631,94034	1.05140e+08
20	10463,7612	1665,35931	1.09490e+08
21	14513,2252	2309,85153	2.10634e+08

На рис. 2 наведено частину скелетних кривих ГМСП.

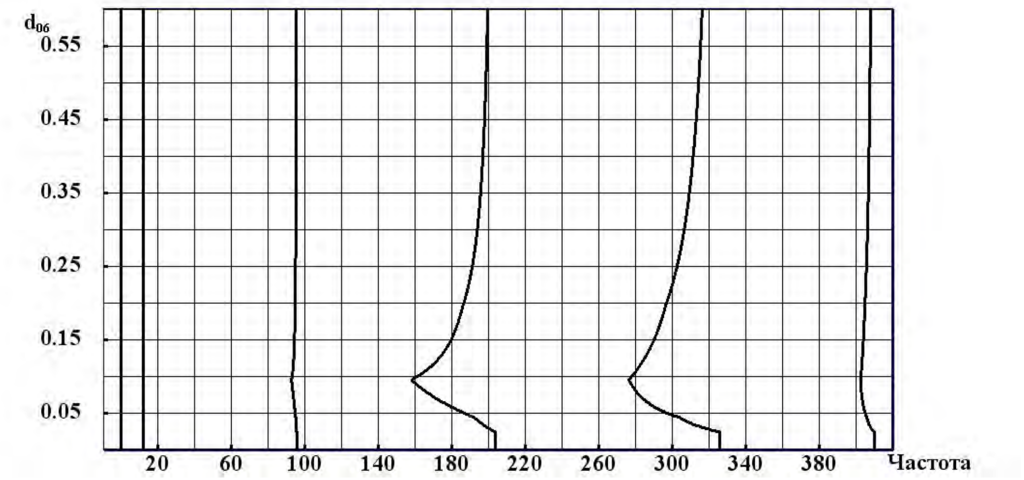

Рис. 2. Частина скелетних кривих ГМСП

На рис. 3–4 наведено АЧХ 1-го інерційного і 1-го пружного елементів ГСМП.

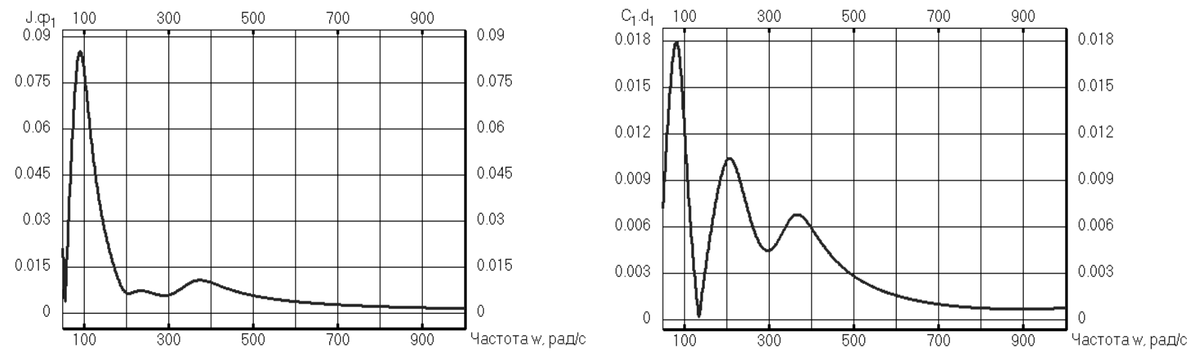

Рис. 3. АЧХ 1-го інерційного і 1-го пружного елементів ГСМП

На рис. 4–5 наведено АЧХ 5-го інерційного і 4-го пружного елементів ГМСП.

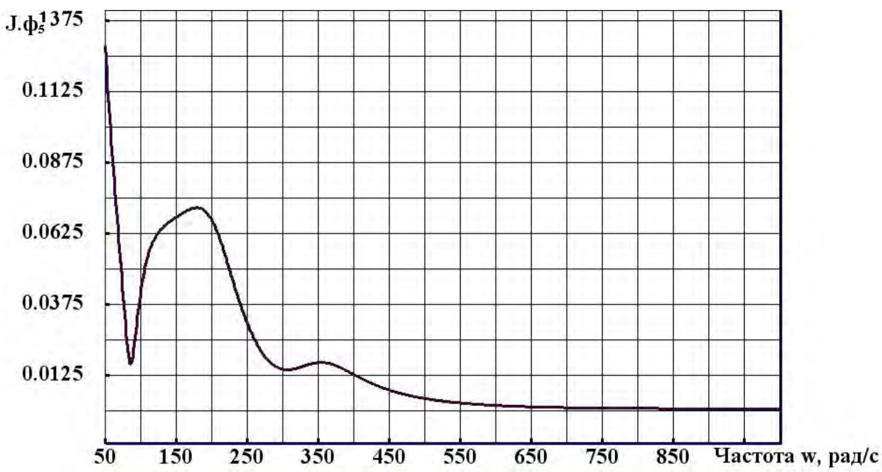

Рис. 4. АЧХ 5-го інерційного(гідромотор) елемента ГСМП

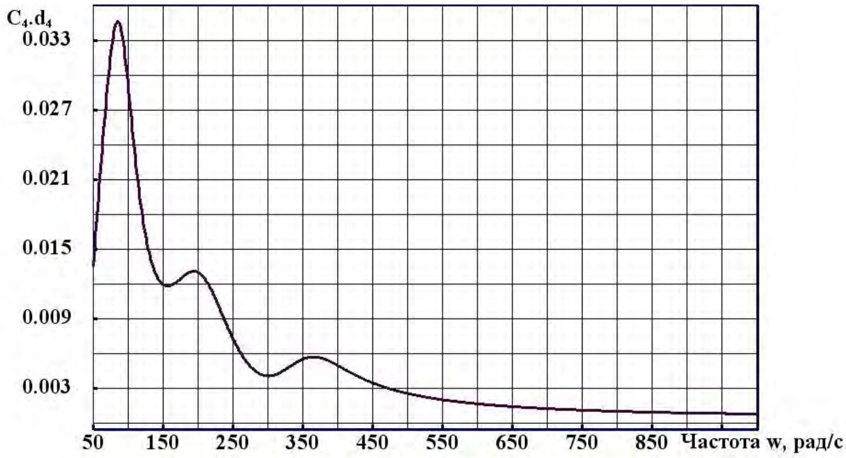

Рис. 5. АЧХ 4-го пружного(гідрооб'ємний звязок) елемента ГСМП

На рис. 6 наведено стробоскопічний портрет 1-го інерційного елемента ГСМП

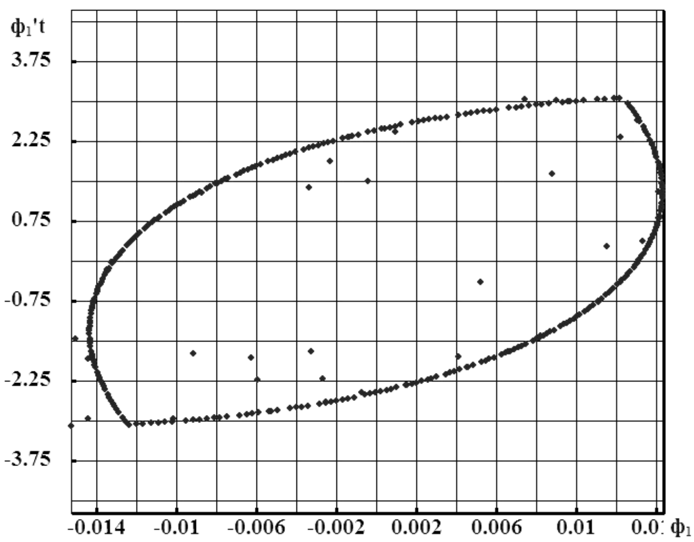

Рис. 6. Стробоскопічний портрет 1-го інерційного елемента ГСМП

Висновки. Продемонстровано універсальність наведеного методу аналітичного і чисельного моделювання динаміки дискретних систем із застосуванням системи комп'ютерної алгебри на прикладі силової передачі транспортного засобу з об'ємним гідроприводом і диференціальними механізмами.

1. Александров Е.Е. и др. Автоматизированное управление гидрообъемными трансмиссиями и механизмами поворота гусеничных машин. – Харьков: ХГПУ, 1995. – 176 с. 2. Вейц В.Л., Кочура А.Е., Мартыненко А.М. Динамические расчеты приводов машин. – Л.: Машиностроение, 1971. – 352 с. 3. Дружинин Е.И., Штейнвольф Л.И. Динамические модели силовых цепей машин с гидрообъемными передачами // Теория механизмов и машин. – 1984. – Вып. 36. – С. 95–101. 4. Дружинин Е.И., Штейнвольф Л.И. Определение демпфирующих характеристик аксиально-плунжерных гидрообъемных машин // Теория механизмов и машин. – 1984. – Вып. 37. – С. 47–53. 5. Пасынков Р.М., Гайцгори М.М. Расчет гидрообъемных трансмиссий с учетом динамических нагрузок // Вестник машиностроения. – 1967. – №10. – С. 47–51.