

Спеціальний випуск. – К.: Інженерна академія України, 2000. – С. 407–410. 7. Зайцев А.И., Шатохин В.М. Синтез параметров вибрационных монтажных устройств по собственным формам колебаний // Вибрації в техніці та технологіях. – 2007. – № 2 (47). – С. 21–25. 8. Лобзов Б.А., Судник Ф.А. К расчету режимов колебаний при вибрационной сборке // В кн.: Автоматизация производственных процессов в машиностроении и приборостроении. – Рига: Зинатне, 1989. – Вып. 6. – С. 33–42. 9. Charles W. White, Bruce D. Maitum. Eigensolution sensitivity to parametric model perturbations. – The shock and vibration bulletin, 1996, 46, p. 123–133.

УДК 534.1

М.П. ЯРОШЕВИЧ, В.М. ТИМОЩУК, А.В. СИЛИВОНЮК

Луцький національний технічний університет

САМОСИНХРОНІЗАЦІЯ ДЕБАЛАНСНИХ ЗБУДНИКІВ З КРАТНИМИ ЧАСТОТАМИ ОБЕРТАННЯ У ВІБРАЦІЙНИХ МАШИНАХ З ПЛОСКИМ РУХОМ РОБОЧОГО ОРГАНА

© Ярошевич М.П., Тимощук В.М., Силивонюк А.В., 2011

Розглянуто задачу про кратну самосинхронізацію дебалансних віброзбудників у вібраційних машинах з плоским характером руху робочого органа.

Problem of disbalanced vibroexciters with multiple self-synchronization is regarded. The work of vibroexciters in vibration machines with plane system of moving body is examined.

Вступ. Для створення високоефективних і надійних вібромашин важливе значення має явище самосинхронізації механічних віброзбудників. Його з успіхом використовують у найрізноманітніших вібромашинах, які серійно випускають у багатьох країнах світу. Однак можливості практичного застосування самосинхронізації ще далеко не використані: великого поширення набули лише вібромашини з двома збудниками, що самосинхронізуються; приклади практичного використання самосинхронізації збудників, що обертаються з кратними частотами, невідомі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Нині явище динамічної синхронізації вивчене достатньо повно, розроблено теорію та методи розрахунку вібраційних машин із збудниками, що самосинхронізуються [1–3]. Разом з тим, у теорії синхронізації існують задачі, названі “непростими”, що потребують додаткових досліджень: зокрема, задачі про синхронізацію збудників, одні з яких обертаються з кутовою швидкістю, кратною кутовій швидкості інших [1, 3, 4]. У небагатьох роботах, що стосуються кратної самосинхронізації віброзбудників, розглядають лише системи з одним коливальним ступенем вільності тримкого тіла або дуже спрощені системи з кількома ступенями вільності: зокрема, у роботі [3] нехтують навіть жорсткістю пружної підвіски тримкого тіла.

Метою роботи є розширення практичного використання явища самосинхронізації дебалансних віброзбудників у вібраційних машинах з плоским характером руху робочого органа.

Виклад основного матеріалу. Нехай три дебалансні віброзбудники симетрично розміщені на пружно підвішеному тримкому твердому тілі, яке може здійснювати малі плоскі коливання; площина осей обертання усіх збудників проходить крізь центр мас тримкого тіла; вісь одного із збудників збігається з центром мас тримкого тіла (рис. 1); усі збудники приводяться в рух від незалежних асинхронних електродвигунів та обертаються в однаковому напрямку.

Розглянемо двократну динамічну синхронізацію віброзбудників, тобто випадок, коли один збудник (центральный) обертається з кутовою швидкістю, вдвічі більшою, ніж крайні. Диференціальні рівняння руху такої коливальної системи з 3+3 ступенями вільності можна подати у вигляді

$$I_i \ddot{\varphi}_i = L_i(\varphi_i) - R_i(\varphi_i) + m_i \varepsilon_i (\ddot{\varphi}_i \sin \varphi_i + \dot{\varphi}_i^2 \cos \varphi_i - r_i \ddot{\varphi}_i \cos(\varphi_i + \delta_i) + g \cos \varphi_i), \quad (1)$$

$$M \ddot{x} + c_x x = \sum_{i=1}^3 m_i \varepsilon_i (\ddot{\varphi}_i \sin \varphi_i + \dot{\varphi}_i^2 \cos \varphi_i), \quad M \ddot{y} + c_y y = \sum_{i=1}^3 m_i \varepsilon_i (\ddot{\varphi}_i \cos \varphi_i - \dot{\varphi}_i^2 \sin \varphi_i),$$

$$I \ddot{\varphi} + c_\varphi \varphi = \sum_{i=1}^3 m_i \varepsilon_i r_i (\ddot{\varphi}_i^2 \sin(\varphi_i + \delta_i) - \dot{\varphi}_i^2 \cos(\varphi_i + \delta_i)), \quad i = 1, 2, 3, \quad (2)$$

де x, y, φ – узагальнені координати, що визначають положення тримкового тіла; I, M – момент інерції тримкового тіла відносно осі, що проходить через центр мас, та його маса; $I_i, m_i, \varepsilon_i, \varphi_i$ – момент інерції i -го ротора збудника відносно осі обертання, його маса, ексцентритет та кут повороту; r_i, δ_i – полярні координати осі i -го збудника (полюс O , полярна вісь Ox); $L(\varphi_i), R(\varphi_i)$ – електромагнітний момент двигуна та момент сил опору обертанню; g – пришвидшення вільного падіння.

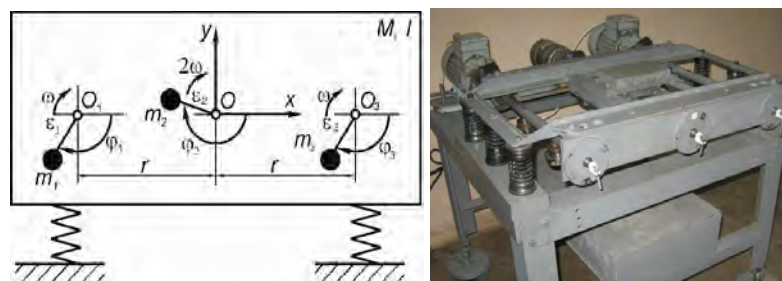


Рис. 1. Схема та фото експериментальної вібраційної машини

Розглянемо частковий, але практично цікавий випадок, коли параметри, які характеризують крайні збудники однакові, а їх осі обертання O_1 і O_3 розміщені на однакових відстанях від центра мас тримкового тіла O , тобто $m_1 \varepsilon_1 = m_3 \varepsilon_3, \quad I_1 = I_3, \quad r_1 = r_3 = r$, при цьому $r_2 = 0$.

Основна задача теорії самосинхронізації механічних віброзбудників полягає в тому, щоб з'ясувати умови існування та стійкості кратно-синхронних режимів руху роторів збудників, а також забезпечити стабільність потрібних режимів.

Скористаємося методом прямого розділення рухів [2]. Беручи до уваги, що детально розглядатимемо лише період усталеного руху роторів збудників, й, відповідно, проміжок часу, у який φ_i змінюється достатньо мало, розв'язки системи (1), (2) можна подати у вигляді

$$\varphi_i = \omega t_i + \alpha_i(t) + \psi_i(t, \omega t); \quad \omega_1 = \omega_3 = \omega, \quad \omega_2 = 2\omega,$$

$$x = x(t, \omega t); \quad y = y(t, \omega t), \quad \varphi = \varphi(t, \omega t) \quad (3)$$

де ω – частота синхронного обертання роторів збудників; $\alpha_i(t)$ – основні “повільні”, а ψ_i, x, y, φ – малі “швидкі”; 2π – періодичні за $\tau = \omega t$ складові, причому вважатимемо, що середнє за період обертання значення швидких складових дорівнює нулю; припускаємо також, що $\dot{\alpha}_i = \omega$.

Отже, під час досліджуваного періоду руху синхронну частоту обертання роторів вважаємо сталою $\omega = const$, припускаючи, що її повільні зміни враховуються похідними $\dot{\alpha}_i(t)$; при цьому відбуваються малі швидкі періодичні коливання частоти $\dot{\psi}_i(t, \tau)$. Можливість такого подання розв'язків системи рівнянь (1), (2) підтверджується теоретичними положеннями [1, 2], а також

результатами моделювання [2]. Звичайно, синхронним рухам відповідатимуть стаціонарні значення “повільних” змінних $\alpha_i = const$.

Підставимо перший вираз (3) у вихідне диференціальне рівняння (1) обертання роторів вібробудників

$$I_i(\ddot{\phi}_i + \dot{\psi}_i) = L_i(\dot{\phi}_i) - R_i(\dot{\phi}_i) - k_i(\dot{\phi}_i + \dot{\psi}_i) + \Phi_i(\phi_i, \psi_i, t),$$

й усереднимо його праву та ліву частини за швидким часом τ

$$I_i \ddot{\phi}_i + k_i \dot{\phi}_i = L_i(\omega_i) - R_i(\omega_i) + \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \Phi_i(\phi_i, \psi_i, \tau) d\tau, \quad (4)$$

де $\Phi_i(\phi_i, \psi_i, t) = m_i \varepsilon_i \left[\varepsilon_i \sin(\omega_i t + \alpha_i) + \varepsilon_i \psi_i \cos(\omega_i t + \alpha_i) + \varepsilon_i \cos(\omega_i t + \alpha_i) - \varepsilon_i \psi_i \sin(\omega_i t + \alpha_i) + r_i \varepsilon_i \cos(\omega_i t + \alpha_i) - r_i \varepsilon_i \psi_i \sin(\omega_i t + \alpha_i) + g \cos(\omega_i t + \alpha_i) - g \psi_i \sin(\omega_i t + \alpha_i) \right]$.

Далі, віднявши одержане рівняння від вихідного, прийдемо до такого рівняння швидких рухів роторів збудників

$$I_i \ddot{\psi}_i + k_i \dot{\psi}_i = \Phi_i(\phi_i, \psi_i, t) - \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \Phi_i(\phi_i, \psi_i, \tau) d\tau. \quad (5)$$

Під час отримання системи (4), (5) виконано лінеаризацію правої частини рівняння (1) за ψ_i і, як у [1] виразів $L(\dot{\phi}_i)$, $R(\dot{\phi}_i)$ – поблизу значення $\dot{\phi}_i = \omega_i$, причому k_i – сумарний коефіцієнт демпфування.

Згідно з методом прямого розділення рухів спочатку знаходять наближені періодичні розв’язки рівнянь швидких рухів (2) і (5) для сталих α_i, t . У нульовому наближенні ($\psi_i = \psi_i^{(0)} = 0$), беручи до уваги, що $\varepsilon_i \ll \omega^2$ (у [3], це підтверджено числовим моделюванням), у правих частинах рівнянь (2) можна знехтувати першими доданками порівняно з другими. Тоді асимптотично стійкими 2π періодичними за τ розв’язками рівнянь малих коливань тримкого тіла будуть

$$\begin{aligned} x^{(0)} &= -\frac{m_1 \varepsilon_1 \omega^2}{M(\omega^2 - p_x^2)} \left[\cos(\omega t + \alpha_1) + \cos(\omega t + \alpha_3) \right] - \frac{4m_2 \varepsilon_2 \omega^2}{M(4\omega^2 - p_x^2)} \cos(2\omega t + \alpha_2), \\ y^{(0)} &= \frac{m_1 \varepsilon_1 \omega^2}{M(\omega^2 - p_y^2)} \left[\sin(\omega t + \alpha_1) + \sin(\omega t + \alpha_3) \right] + \frac{4m_2 \varepsilon_2 \omega^2}{M(4\omega^2 - p_y^2)} \sin(2\omega t + \alpha_2), \\ \varphi^{(0)} &= \frac{m_1 \varepsilon_1 r \omega^2}{J(\omega^2 - p_\varphi^2)} \left[\sin(\omega t + \alpha_1) - \sin(\omega t + \alpha_3) \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Підставивши (6) у рівняння (4), отримуємо диференціальні рівняння повільних процесів встановлення синхронних рухів роторів вібробудників у вигляді [2]

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\alpha}_1 + k_1 \dot{\alpha}_1 &= L_1(\omega) - R_1(\omega) + V_1, \quad I_2 \ddot{\alpha}_2 + k_2 \dot{\alpha}_2 = L_2(2\omega) - R_2(2\omega) + V_2, \\ I_3 \ddot{\alpha}_3 + k_3 \dot{\alpha}_3 &= L_3(\omega) - R_3(\omega) + V_3, \end{aligned} \quad (7)$$

де $V_1 = -V_3 = a \sin(\alpha_1 - \alpha_3)$; $V_2 = 0$; $a = \frac{m^2 \varepsilon^2 \omega^2}{2M} \left(\frac{1}{1 - \lambda_x^2} + \frac{1}{1 - \lambda_y^2} - \frac{1}{1 - \lambda_\varphi^2} \frac{Mr^2}{I} \right)$; $\lambda_x = \frac{p_x}{\omega}$; $\lambda_y = \frac{p_y}{\omega}$;

$\lambda_\varphi = \frac{p_\varphi}{\omega}$; p_x, p_y, p_φ – власні частоти коливної системи.

Зазначимо, що вирази V_1, V_2, V_3 є так званими вібраційними моментами [1, 2], які характеризують динамічний зв'язок між роторами збудників та за певних умов призводять до їх самосинхронізації.

Як бачимо, рівняння (7) містять лише різниці фаз збудників, що обертаються з однаковими синхронними частотами, тоді як різниці фаз збудників з кратними частотами – відсутні. Тобто, розв'язавши задачу у “нульовому” наближенні, можна зробити висновок лише про можливість простої самосинхронізації збудників. Для виявлення ефекту кратної самосинхронізації розв'яжемо задачу з більшою точністю. Періодичні розв'язки рівнянь швидких рухів роторів збудників (5) шукатимемо у вигляді ряду за степенями малого параметра $\psi_i = \psi_i^{(0)} + \mu\psi_i^{(1)} + \dots$. Обмежимося лише двома членами ряду, тоді за сталих α_i знаходимо вирази для $\psi_i^{(1)}$, наприклад,

$$\begin{aligned} \psi_1^{(1)} = & -\frac{m_1^2 \varepsilon_1^2}{8MI_1} \left(\frac{1}{1-\lambda_x^2} - \frac{1}{1-\lambda_y^2} \right) \left[\sin 2(\omega t + \alpha_1) + \sin(2\omega t + \alpha_1 + \alpha_3) \right] - \\ & -\frac{8m_1 \varepsilon_1 m_2 \varepsilon_2}{9MI} \left(\frac{1}{4-\lambda_x^2} - \frac{1}{4-\lambda_y^2} \right) \sin(3\omega t + \alpha_1 + \alpha_2) + \frac{8m_1 \varepsilon_1 m_2 \varepsilon_2}{MI} \left(\frac{1}{4-\lambda_x^2} + \frac{1}{4-\lambda_y^2} \right) \sin(\omega t - \alpha_1 - \alpha_2) - \\ & -\frac{m_1^2 \varepsilon_1^2 r^2}{8I_1 I (1-\lambda_\phi^2)} \left[\sin 2(\omega t + \alpha_1) - \sin(2\omega t + \alpha_1 + \alpha_3) \right] - \frac{m_1 \varepsilon_1 g}{I_1 \omega^2} \cos(\omega t + \alpha_1). \end{aligned}$$

Підставивши розв'язки $\psi_i^{(1)}$ у (4), отримаємо точніші рівняння (7) та вирази для вібраційних моментів. При цьому, аналогічно до [4], вібраційний момент V_i , що діє на ротор i -го збудника,

подамо як суму $V_i = \sum_{s=1}^q v_{si}$, доданки якої є “частковими” вібраційними моментами; v_{is} – момент, що

діє на ротор i -го збудника з боку s -го збудника. Тоді $V_1 = v_{13} + v_{12}$, $V_2 = v_{21} + v_{23}$, $V_3 = v_{31} + v_{32}$,
 $v_{12} = -2v_{21} = -b \cos(2\alpha_1 - \alpha_2)$, $v_{32} = -2v_{23} = -b \cos(2\alpha_3 - \alpha_2)$, $v_{13} = -v_{31} = a \sin(\alpha_1 - \alpha_3)$,

$$b = \left(\frac{1}{4-\lambda_x^2} + \frac{1}{4-\lambda_y^2} \right) \frac{4m^2 \varepsilon^2 m_2 \varepsilon_2 g}{I_1 M}.$$

Звичайно, вібраційні моменти, що діють на ротори збудників, які обертаються з кратними частотами, одержані під час обчислення першого наближення, є на порядок меншими за моменти, що діють на збудники, які рухаються з однаковими частотами. Так, наприклад, для параметрів експериментальної вібраційної установки максимальні значення відповідних вібраційних моментів становлять $v_{13} = 12 \text{ Нм}$ та $v_{12} = 0,08 \text{ Нм}$. Цей факт і зумовлює основні труднощі практичного використання ефекту кратної синхронізації. Величини вібраційних моментів кратної синхронізації, на відміну від простої синхронізації, вже не залежать від частоти обертання віброзбудників, натомість, вони істотно залежать від пришвидшення вільного падіння; обов'язковою умовою існування динамічного взаємозв'язку між збудниками, що обертаються з кратними частотами, є горизонтальне розміщення осей обертання збудників. Ефект кратної самосинхронізації посилюється в разі збільшення статичних моментів збудників, зниження їх моментів інерції, а також зменшення маси тримкого тіла.

Прирівнюючи до нуля праві частини системи (7), отримуємо співвідношення для визначення різниці фаз і частоти ω у можливих синхронних рухах віброзбудників. При цьому достатньо обмежитися початковим наближенням цих величин. Наявність у рівнянь (7) розв'язків, у яких $(\alpha_i - \alpha_s)$ – дійсні, а ω – додатне, є необхідною умовою можливості динамічної синхронізації віброзбудників.

Розглянемо практично найцікавіший випадок, коли парціальні частоти крайніх роторів віброзбудників однакові, тобто $L_1(\omega) - R_1(\omega) = L_3(\omega) - R_3(\omega)$. Тоді з рівнянь (7) в разі $\alpha_i = 0$ одержимо:

$$\begin{aligned} L_1(\omega) - R_1(\omega) + a \sin(\alpha_1 - \alpha_3) - 2b \cos(2\alpha_1 - \alpha_2) &= 0, \\ L_2(2\omega) - R_2(2\omega) + b \cos(2\alpha_1 - \alpha_2) + b \cos(2\alpha_3 - \alpha_2) &= 0, \\ L_1(\omega) - R_1(\omega) - a \sin(\alpha_1 - \alpha_3) - 2b \cos(2\alpha_3 - \alpha_2) &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Система рівнянь (8) допускає два істотно різні розв'язки відносно різниці фаз $\alpha_1 - \alpha_3$: $\alpha_{1-3}^{(1)} = 0$, $\alpha_{1-3}^{(2)} = \pi$, при цьому повинні виконуватись співвідношення

$$L_1(\omega) - R_1(\omega) = 2b \cos \alpha_2, \quad L_2(2\omega) - R_2(2\omega) = -2b \cos \alpha_2. \quad (9)$$

У разі виконання умови

$$\left| \frac{L_1(\omega) - R_1(\omega)}{2b} \right| = \left| \frac{L_2(2\omega) - R_2(2\omega)}{2b} \right| \leq 1, \quad (10)$$

рівняння (9) допускають два істотно різні розв'язки відносно фази α_2

$$\alpha_2^{(1)} = \beta, \quad \alpha_2^{(2)} = 2\pi - \beta, \quad (11)$$

де $0 < \beta = \arccos \frac{Z_2(2\omega)}{2b} < \pi$.

Зазначимо, що нерівність (10) є умовою, за якої можливий ефект кратної самосинхронізації віброзбудників. Використовуючи поняття парціальної швидкості обертання збудників [1], умову (10) можна подати у вигляді $\frac{k_2 |(\omega_2 - 2\omega)|}{2b} \leq 1$, звідки випливає, що самосинхронізація можлива завжди, якщо парціальна кутова швидкість обертання центрального ротора збудника достатньо мало відрізняється від подвійної синхронної частоти крайніх збудників.

Розглянемо питання стійкості синфазного руху роторів крайніх збудників та розв'язків (11). Введемо у систему малі збурення $\alpha_1 = x_1$, $\alpha_2 = \alpha_2^{(i)} + x_2$, $\alpha_3 = x_3$, тоді приходимо до такої системи рівнянь збуреного руху

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 &= a(x_1 - x_3) - 2b(2x_1 - x_2) \sin \alpha_2^{(i)}, \quad I_2 \ddot{x}_2 + k_2 x_2 = 2b(x_1 - x_2 + x_3) \sin \alpha_2^{(i)} \\ I_3 \ddot{x}_3 + k_3 x_3 &= -a(x_1 - x_3) - 2b(2x_3 - x_2) \sin \alpha_2^{(i)}. \end{aligned} \quad (12)$$

Відповідне характеристичне рівняння системи (12) запишемо у вигляді двох рівнянь

$$\begin{vmatrix} I_1 \lambda^2 + k_1 \lambda + 4b \sin \alpha_2^{(i)} & -4b \sin \alpha_2^{(i)} \\ -2b \sin \alpha_2^{(i)} & I_2 \lambda^2 + k_2 \lambda + 2b \sin \alpha_2^{(i)} \end{vmatrix} = 0,$$

$$I_1 \lambda_1^2 + k_1 \lambda_1 - 2a + 4b \sin \alpha_2^{(i)} = 0.$$

Аналізуючи знаки коренів, отримуємо умови стійкості

$$2b \sin \alpha_2^{(i)} - a > 0, \quad \sin \alpha_2^{(i)} > 0. \quad (13)$$

З нерівностей (13) випливає, що стійким буде фазування $\alpha_2^{(1)} = \beta$, а умова стійкості набуде вигляду

$$\frac{Mr^2}{I} \frac{1}{1 - \lambda_\phi^2} - \frac{1}{1 - \lambda_x^2} - \frac{1}{1 - \lambda_y^2} + \frac{16m_2 \epsilon_2 g}{I_2 \omega^2} \left(\frac{1}{4 - \lambda_x^2} + \frac{1}{4 - \lambda_y^2} \right) \sin \beta > 0. \quad (14)$$

Зазначимо, що в разі $c_x = c_y = c_\phi = 0$ (14) збігаються з відповідною умовою роботи [3]. Як бачимо, виконання умови стійкості розглядуваного кратного-синхронного руху нескладно забезпечити практично.

Для використання явища самосинхронізації крім того, що різниця фаз обертання роторів збудників повинна бути стійкою, вона має бути також стабільною, тобто не дуже чутливою до випадкового розкиду параметрів збудників та електродвигунів відносно їхніх номінальних значень [1, 2]. Умови стабільності певної різниці фаз обертання роторів збудників під час їх самосинхронізації часто формулюють у вигляді вимоги, щоб модуль вібраційного моменту, який характеризує силу динамічного зв'язку між збудниками, достатньою мірою перевищував номінальний момент електродвигуна (останньому пропорційні дестабілізуювальні фактори). Для підвищення стабільності роботи машини поряд з традиційним підходом – збільшенням модуля вібраційного моменту за допомогою підсилювальних пристроїв (що насправді виявилось недостатньо ефективним), рекомендується:

- по-перше, враховуючи результати дослідження розбігу вібраційних машин з розглянутою схемою [5], потужність електродвигуна збудника, що обертається з подвійною частотою, брати меншою у 2–3 рази, ніж для двигунів збудників, які рухаються з основною частотою;
- по-друге, встановлювати парціальні швидкості роторів збудників однаковими (кратними) за допомогою автономних інвенторів, які нині є доволі перспективними для частотного регулювання швидкості асинхронних двигунів.

Отримані результати підтверджуються числовим експериментом. На рис. 2, 3 продемонстровано ефект виникнення явища кратної самосинхронізації роторів збудників для системи з такими параметрами: $M = 39 \text{ кг}$, $I = 0,96 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $m_1 = 3,2 \text{ кг}$, $\varepsilon_1 = 0,037 \text{ м}$, $m_2 = 1,6 \text{ кг}$, $\varepsilon_2 = 0,02 \text{ м}$, $I_1 = 0,006 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $I_2 = 0,004 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $l = 0,23 \text{ м}$, $c_x = c_y = 45000 \text{ Н/м}$.

У результаті моделювання показано, що в разі достатньо близьких (розбіжність до 0,5–1 %) парціальних частот – центрального збудника та подвійної середньої крайніх збудників й за доволі інтенсивної вібрації тримкого тіла (за амплітуди $A > 2 \text{ мм}$), їх самосинхронізація відбувається завжди (незалежно від початкових положень роторів віброзбудників) і триває як завгодно довго. Про факт синхронізації збудників свідчить, передовсім, те, що після встановлення стаціонарного режиму обертання роторів електродвигунів різниця фаз між збудниками, що обертаються з кратними частотами, стає сталою й близькою до значення, одержаного аналітично (90°); збудники, що обертаються з основною частотою, рухаються майже синфазно. В разі ж встановлення усіх збудників на нерухомій основі різниця фаз між ними весь час змінюється (рис. 2).

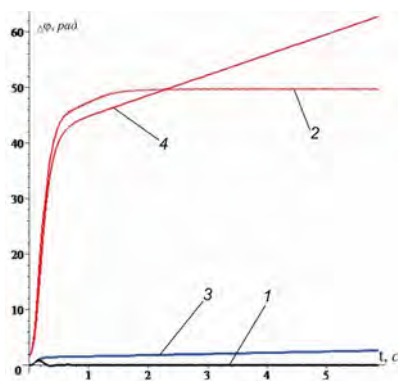


Рис. 2. Залежність різниці фаз від часу:
 1 – $2\varphi_1 - \varphi_2$; 2 – $\varphi_1 - \varphi_3$; осі збудників нерухомі;
 3 – $2\varphi_1 - \varphi_2$; 4 – $\varphi_1 - \varphi_3$

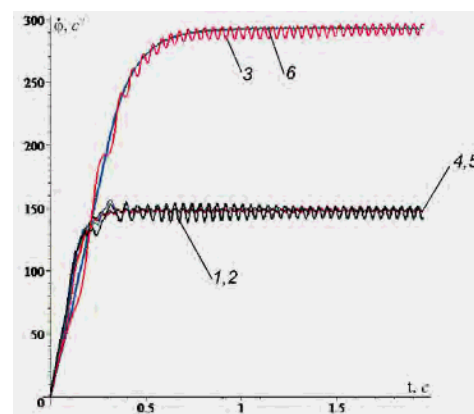


Рис. 3. Залежність від часу синхронних (1, 2, 3) і парціальних (4, 5, 6) кутових швидкостей збудників

На рис. 3 наведено картину зміни у часі парціальних та синхронних кутових швидкостей роторів збудників. З рисунків випливає, що при встановленні усталеного режиму руху крайні ротори збудників обертаються синхронно, центральний – з кратносинхронною кутовою швидкістю, яка дорівнює в середньому подвійній синхронній швидкості крайніх ($\omega_c = 146,2 \text{ с}^{-1}$);

при цьому парціальні швидкості збудників були такими $\omega_1 = 148,2 \text{ c}^{-1}$, $\omega_2 = 148,8 \text{ c}^{-1}$, $\omega_3 = 292,9 \text{ c}^{-1}$. Зазначимо, що під парціальними кутовими швидкостями розуміють індивідуальні кутові швидкості обертання кожного з віброзбудників, що приводяться від свого електродвигуна, якщо його встановлено на нерухомій основі, тобто у разі відсутності взаємного впливу збудників.

На спроектованій та виготовленій експериментальній вібраційній установці (рис. 1) виконано перевірку основних результатів теоретичних досліджень та справедливості практичних рекомендацій щодо підвищення стабільності кратно-синхронного режиму руху. Продемонстровано, що істотно розширити область існування кратно-синхронних обертань віброзбудників вдається, використавши перетворювач частоти для корекції синхронної кутової швидкості крайніх збудників відповідно до парціальної швидкості центрального збудника. Підтвердженням встановлення стійкого режиму кратно-синхронних рухів роторів збудників були, передовсім, віброграми сигналів щільових фотодатчиків (рис. 4), а також результати спектрального аналізу вібропришвидшень центра мас тримкого тіла (рис. 5).

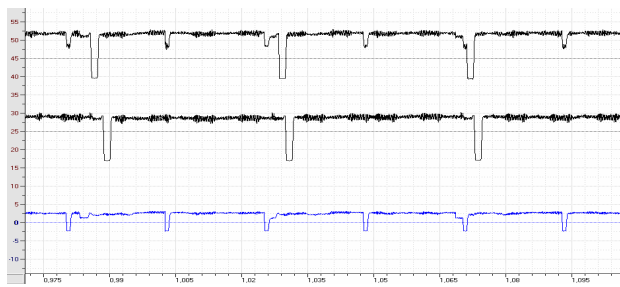


Рис. 4. Віброграми сигналів щільових фотодатчиків роторів трьох збудників

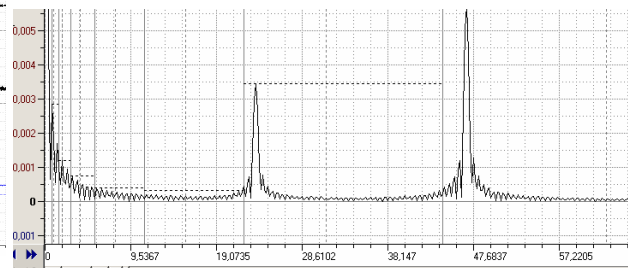


Рис. 5. Спектральний аналіз вібропришвидшень центра мас тримкого тіла в разі кратно-синхронного режиму руху

Висновки. Розв'язано практично важливу задачу про самосинхронізацію трьох дебалансних віброзбудників, симетрично розміщених на тримкому тілі, яке може здійснювати малі плоскі коливання для випадку, коли швидкість центрального збудника вдвічі більша за швидкість крайніх збудників. Отримані точніші вирази для вібраційних моментів, умови існування та стійкості кратно-синхронних обертань роторів збудників.

Для практичного застосування ефекту кратної самосинхронізації збудників у вібраційних машинах та пристроях рекомендується: для збудника, який обертається з подвійною частотою, вибирати потужність електродвигуна втричі меншою за потужність двигунів збудників, що рухаються з основною частотою; використовуючи частотні перетворювачі, встановлювати частоту двигуна з подвійною частотою обертання, достатньо близькою (розбіжність до 0,5 %) до подвійної синхронної частоти двигунів з основною частотою.

1. Блехман И.И. Синхронизация динамических систем. – М.: Наука, 1974. – 789 с.
2. Блехман И.И. Вибрационная механика / И.И. Блехман. – М.: Физматлит, 1994. – 400 с.
3. Ярошевич Н.П. Использование эффекта самосинхронизации при возбуждении бигармонических колебаний // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1990. – № 6. – С.23–27.
4. Барзуков О.П. Двукратная синхронизация механических вибраторов, связанных с линейной колебательной системой // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1973. – № 6. – С.22–29.
5. Блехман И.И. Переходные режимы в инерционно-возбуждаемых послерезонансных вибрационных устройствах с несколькими степенями свободы несущей системы / И.И. Блехман, Н.П. Ярошевич. В кн.: Нелинейные проблемы теории колебаний и теории управления. Вибрационная механика. ИПМаш РАН. – СПб.: Наука, 2009. – С. 110–122.