

УДК 621.548

І.В. КУЗЬО, В.М. КОРЕНДІЙ

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра механіки та автоматизації машинобудування

АНАЛІЗ ВПЛИВУ ПАРАМЕТРІВ ЖОРСТКОСТІ ЛОПАТЕЙ НА ДИНАМІКУ ВІТРОКОЛЕСА

© Кузьо І.В., Корендій В.М., 2011

Досліджено коливання пружних лопатей, приєднаних до пружного диска вітроустановки, що встановлений на жорсткому валу та робить плоский поворот. Побудовано диференціальні рівняння, що описують пружні коливання вітроколеса, які обумовлені періодичними інерційними навантаженнями, та встановлено їх характер. Проаналізовано результуючий момент, який діє на жорсткий вал вітроколеса та подано графічну інтерпретацію залежності вказаного моменту від кутової швидкості обертання ротора.

In the article oscillation of resilient blades, added to the resilient disk of the wind power plant, that set on a hard billow and does a flat turn, are investigated. Differential equalizations which describe the resilient vibrations of the wind wheel, which are conditioned by the periodic inertia loadings, are built and their character is set. A resulting moment, which operates on the hard billow of the wind wheel, is analyzed and graphic interpretation of dependence of the indicated moment from the angular speed of rotation of the rotor is given.

Постановка проблеми. Під час роботи вітроенергетична установка (ВЕУ) піддається впливу комбінації навантажень складної природи. Основними факторами, що впливають на працездатність ВЕУ, є динамічні навантаження, які викликані аеродинамічною взаємодією лопатей і повітряних потоків. Істотну роль відіграють також відцентрові сили обертання вітроколеса, повороту гондоли навколо осі башти та коріолісові сили інерції взаємодії обертального і поворотного рухів. Вони також повинні бути враховані при моделюванні динамічної поведінки ВЕУ.

Характерна особливість задачі про пружні коливання гнучких лопатей вітроколеса полягає у тому, що спектр частот і форм їх власних коливань залежить від кутових швидкостей обертання вітроколеса та гондоли. Тому методи спектрального аналізу виявляються малоприматними для дослідження зазначених явищ, і для їх вивчення необхідно застосовувати прямі методи математичного моделювання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У роботі [1] викладено обчислювальні аспекти задач про прецесійні коливання і резонанси прямолінійних не закручених пружних стрижнів. У статті [2] досліджено прецесійні коливання швидкообертового пружного диска з вінцем лопаток, вісь обертання якого робить плоский поворот. Зазначені явища існують у роторах авіаційних двигунів у моменти зміни орієнтації їх осі. У роботі [3] розв'язано задачу про динамічний розрахунок конструкції вітроенергетичної установки за інтегрованою розрахунковою схемою з урахуванням гравітаційних, аеродинамічних та гіроскопічних сил інерції. У статті [4] досліджується вплив коріолісових сил інерції на динаміку балок при обертальному русі в діапазоні резонансних частот. У роботі [5] на основі відповідної дискретної моделі розглянуто вимушені коливання диска з лопатками та показано теоретичну можливість використання явища керованого антирезонансу для гасіння небажаних резонансних явищ на лопатях вітроустановки.

Формулювання цілі статті. При написанні даної статті ставилася мета проаналізувати вплив параметрів жорсткості лопатей на динамічну поведінку вітроколеса та провести комп'ютерне моделювання їх махових коливань.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо коливання лопатей вітроустановки як прямолінійних незакручених стрижнів. Поділимо складне обертання стрижня на два стани. У першому стані він здійснює просте обертання навколо осі вітроколеса з постійною за модулем кутовою швидкістю і напружений стаціонарними відцентровими силами інерції. В другому стані, що спричинений плоским поворотом осі обертання вітроколеса (гондоли), на елементи стрижня діють сили інерції, що збуджують їх малі коливання відносно вихідного напруженого стану.

Розглянемо випадок, коли ротор (рис. 1) складається із пружного диска товщиною h і N пружних лопатей довжиною S . Вважається, що диск насаджений на жорсткий вал діаметром $2R_0$, що обертається з постійною кутовою швидкістю w , вісь якого робить плоский поворот з кутовою швидкістю w_0 . Уведемо інерційну систему координат $OX^*Y^*Z^*$ і систему $OXYZ$, що обертається навколо осі OY^* , вісь OZ якої є віссю власного обертання ротора, а вісь OY збігається з віссю OY^* . Для описання коливань лопатей зв'яжемо з перерізом однієї з них локальну систему координат $oxuz$ так, щоб вісь ox збігалася з поздовжньою віссю лопаті, а вісь oz була паралельна осі обертання системи. Дослідимо збуджувані цими обертаннями коливання лопатей та підрахуємо момент M_q , що діє на вал зі сторони пружного диска.

При простому обертанні системи, коли вектор \dot{w} спрямований уздовж нерухомої осі OZ , лопать може здійснювати вільні коливання в площинах змаху і хитання. При складному обертанні, коли вісь OZ здійснює додатковий примусовий поворот, лопать переходить до режиму вимушених махових коливань і коливань хитання. Для дослідження цього режиму руху прийнято, що вісь обертання ротора здійснює плоский поворот з постійною кутовою швидкістю w_0 відносно прямої, що проходить через центр ротора перпендикулярно до осі обертання. Гнучкість лопаті в загальному випадку дає їй змогу відхилитися від площини обертання ротора на кут γ (коливання змаху), а в площині обертання лопать може відхилитися від радіального напрямку на кут j (коливання хитання) (рис. 1).

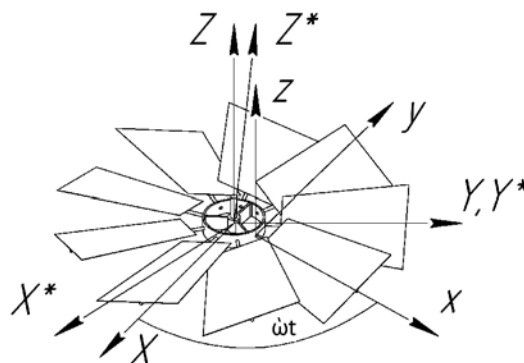


Рис.1. Ротор вітроустановки

Для побудови рівнянь руху лопаті при складному обертанні ротора застосуємо принцип Даламбера. Для цього визначимо сили інерції, які діють на її елементи, і виведемо вирази моментів

усіх сил інерції, що діють на лопать. Рівняння коливань лопаті при складному русі будуються в системі координат $oxyz$, яка обертається, з використанням інших систем для проміжних обчислень. Визначимо компоненти інерційного навантаження, яке діє на ділянки лопаті при їх складному русі:

$$q_x^l = -gFa_x, \quad q_y^l = -gFa_y, \quad q_z^l = -gFa_z,$$

де a_x, a_y, a_z – відповідні компоненти вектора абсолютного пришвидшення елемента, g – густина матеріалу лопаті, F – площа перерізу лопаті.

Відповідно до теореми Коріоліса вектор абсолютного пришвидшення елемента лопаті обчислюється за формулою:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}^e + \mathbf{a}^r + \mathbf{a}^c, \quad (1)$$

де $\mathbf{a}^e, \mathbf{a}^r, \mathbf{a}^c$ – вектори переносного, відносного і коріолісового пришвидшень елемента лопаті, відповідно.

Вектор переносного пришвидшення визначається рівністю [1]:

$$\mathbf{a}^e = \mathbf{a}_0 + \mathbf{e} \times \mathbf{r} + \mathbf{\Omega} \times (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}), \quad (2)$$

де \mathbf{a}_0 – пришвидшення точки O (у нашому випадку воно дорівнює нулю); $\mathbf{\Omega}$ і \mathbf{e} – вектори абсолютної кутової швидкості і кутового пришвидшення рухомої системи координат $oxyz$; \mathbf{r} – радіус-вектор елемента лопаті в системі координат. У системі координат $OXYZ$ вектор $\mathbf{\Omega}$ визначається рівністю $\mathbf{\Omega} = 0i_1 + w_0j_1 + wk_1$.

З її допомогою обчислюється вектор кутового пришвидшення:

$$\mathbf{e} = \frac{d\mathbf{\Omega}}{dt} = \frac{d\mathbf{w}}{dt} + \frac{d\mathbf{w}_0}{dt} = \mathbf{w}w_0i_1. \quad (3)$$

Радіус-вектор \mathbf{r} елемента лопаті задається в системі координат $oxyz$ [1]:

$$\mathbf{r} = (R + l \cos y \cos j) i + l \cos y \sin j j - l \cos y k, \quad (4)$$

де R, l – радіус втулки ротора і відстань від місця кріплення до елемента лопаті, відповідно.

Вектор відносного пришвидшення обчислюється за формулою:

$$\mathbf{a}^r = \frac{d\mathbf{v}^r}{dt}, \quad (5)$$

де \mathbf{v}^r – вектор відносної швидкості елемента лопаті зі складовими:

$$v_x^r = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad v_y^r = \frac{\partial J}{\partial t}, \quad v_z^r = \frac{\partial w}{\partial t},$$

де u, J, w – компоненти вектора переміщення елемента стрижня.

Вектор пришвидшення Коріоліса знаходиться із співвідношення:

$$\mathbf{a}^c = 2\mathbf{\Omega} \times \mathbf{v}^r. \quad (6)$$

Здійснивши відповідні векторні операції, отримаємо проекції переносного пришвидшення \mathbf{a}^e на осі системи координат $oxyz$:

$$a_x^e = -(R + l) \left(w_0^2 \cos^2 wt + w^2 \right),$$

$$a_y^e = -lw_0^2 \sin wt \cos wt, \quad a_z^e = 2lw_0 w \sin wt.$$

Додаючи відповідні складові, отримуємо проекції вектора абсолютного пришвидшення a елемента лопаті на осі системи координат $Oxyz$, що дає змогу визначити складові інтенсивності повного інерційного навантаження, яке діє на елемент лопаті при складному обертанні [3]:

$$q_x^l = -gF \left[\begin{array}{l} -(R+l)(w_0^2 \cos^2 wt + w^2) + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \\ + 2 \left(w_0 \frac{\partial w}{\partial t} \cos wt - w \frac{\partial J}{\partial t} \right) \end{array} \right], \quad (7)$$

$$q_y^l = -gF \left[\begin{array}{l} -lw_0^2 \sin wt \cos wt + \frac{\partial^2 J}{\partial t^2} - \\ - 2 \left(w_0 \frac{\partial w}{\partial t} \sin wt - w \frac{\partial u}{\partial t} \right) \end{array} \right], \quad q_z^l = -gF \left[\begin{array}{l} 2lww_0 \sin wt + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \\ + 2 \left(w_0 \frac{\partial J}{\partial t} \sin wt - w_0 \frac{\partial u}{\partial t} \cos wt \right) \end{array} \right].$$

Ці розподілені навантаження необхідно враховувати при моделюванні складного обертання лопатей ВЕУ.

Положення рухомої системи координат $oxyz$ відносно нерухомої $OXYZ$ при власному обертанні задається фазовою змінною $t = wt$. За допомогою наведених співвідношень, методу Даламбера та рівнянь пружної динамічної рівноваги прямолінійних стрижнів побудовано нелінійні рівняння (8) просторових коливань прямолінійної лопаті при складному обертанні:

$$\frac{EF}{gF} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - w^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2 \left(ww_0 \cos t \frac{\partial w}{\partial t} - w^2 \frac{\partial J}{\partial t} \right) = -x \left[\frac{w_0^2}{2} + (\cos 2t + 1) + w^2 \right],$$

$$\frac{EI_z}{gF} \frac{\partial^4 J}{\partial x^4} + w^2 \frac{\partial^2 J}{\partial t^2} - 2 \left(ww_0 \sin t \frac{\partial w}{\partial t} - w^2 \frac{\partial u}{\partial t} \right) - w^2 \frac{(R+L)^2 - x^2}{2} \frac{\partial^2 J}{\partial x^2} + w^2 x \frac{\partial J}{\partial x} = -x \frac{w_0^2}{2} \sin 2t, \quad (8)$$

$$\frac{EI_y}{gF} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + w^2 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2 \left(ww_0 \sin t \frac{\partial J}{\partial t} - ww_0 \cos t \frac{\partial u}{\partial t} \right) - w^2 \frac{(R+L)^2 - x^2}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + w^2 x \frac{\partial w}{\partial x} = -2xww_0 \sin t,$$

де g і E – густина і модуль пружності матеріалу стрижня, I_z , I_y – моменти інерції перерізу стрижня відносно відповідних осей, L – довжина лопаті.

Система (8) описує взаємозалежні коливання жорсткої лопаті в площині змаху і площині хитання, що обумовлені поворотом осі обертання ротора з кутовою швидкістю w_0 [1]. При виведенні рівнянь коливань лопатей вважалося, що $w \approx w_0$. Таке припущення дає змогу виділити в загальному русі ротора два стани. У першому стані система здійснює просте обертання з кутовою швидкістю w і коливань не здійснює, на лопатях виникає тільки поздовжня відцентрова сила

інерції, яку можна визначити із співвідношення $F_w = \frac{gFw^2(R_2^2 - R_1^2)}{2}$, де R_2 , R_1 – відповідно,

зовнішній та внутрішній радіуси лопаті. У другому стані, викликаному поворотом системи, на елементи лопатей діють додаткові періодичні сили інерції, що збуджують малі згинні коливання системи відносно вихідного напруженого стану. Умова $w \approx w_0$ дає змогу розглядати ці стани окремо. При цьому рівняння коливань системи в другому стані будуються за допомогою лінеаризації рівнянь руху відносно першого стану [2].

З огляду на те, що аналізуються малі коливання, а також, що додатковий поворот відбувається з малою кутовою швидкістю $w \approx w_0$, третє рівняння системи (8), яке описує махові коливання лопаті, можна спростити і привести до вигляду:

$$\frac{EI_y}{gF} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + w^2 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - w^2 \frac{(R+l)^2 - x^2}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + w^2 x \frac{\partial w}{\partial x} = -2xww_0 \sin t. \quad (9)$$

Оскільки розглядаються періодичні коливання лопаті з періодом 2π у новому масштабі часу t у рівнянні (9), його розв'язок можна задати у формі $w(x,t) = W(x)\sin t$. У результаті такої заміни змінну t можна виключити і рівняння в частинних похідних (9) звести до звичайного диференціального рівняння:

$$\frac{EI_y}{gF} \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} - w^2 W - w^2 \frac{(R+l)^2 - x^2}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + w^2 x \frac{\partial W}{\partial x} = -2xwW_0. \quad (10)$$

Його інтегрування можна здійснити методом початкових параметрів. При цьому частинні розв'язки рівняння (10) будуються за методом Рунге–Кутта із застосуванням процедури ортогоналізації за Годуновим.

На основі рівняння (9) виконаємо теоретичне моделювання махових коливань прямолінійної пружної лопаті при складному обертанні. Радіус втулки (R), довжина лопаті (L) і розміри поперечного перерізу (b , h) обрані наступними: $R = 0,075$ м, $L = 0,8$ м, $b = 0,1$ м, $h = 0,005$ м, причому вісь найбільшого моменту інерції паралельна осі Oz . Параметри пружності матеріалу лопаті $E = 0,7 \cdot 10^{11}$ Па, $G = 0,26 \cdot 10^{11}$ Па, густина $g = 2690 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Числове дослідження виконуємо в

діапазоні $0 \leq w \leq 20 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$, максимальна кутова швидкість повороту гондоли становить $w_0 = 4 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

На рис. 2 наведено амплітуду $W(R+L)$ коливань вільного кінця лопаті як функцію від кутової швидкості w . Як бачимо, зі збільшенням w лопать спочатку відповідає на періодичне інерційне навантаження q_z збільшенням амплітуди до максимуму $w_m \approx 12 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$, а потім її зменшенням до нуля при $w \rightarrow \infty$. Цей ефект пояснюється різною швидкістю збільшення активної сили $q_z = -2xwW_0 \sin wt$ у (8) і додаткової жорсткості стрижня за рахунок поздовжньої сили $T(x)$. Перша сила пропорційна w , тоді як друга збільшується за квадратичним законом.

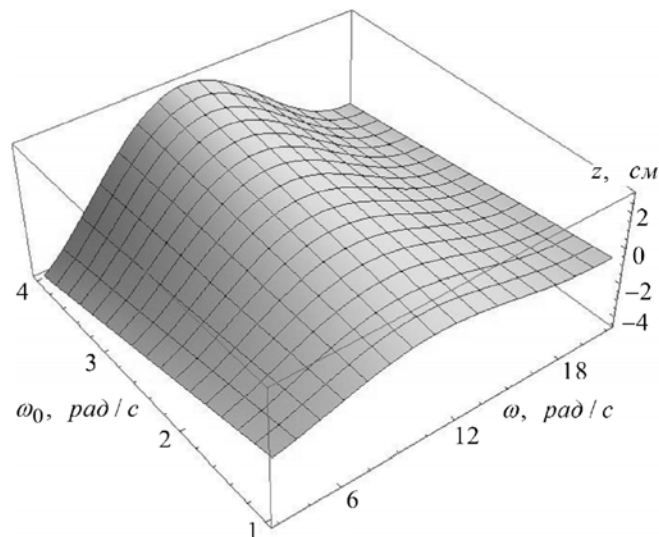


Рис. 2. Залежність амплітуди махових коливань прямолінійної пружної лопаті від зміни w і w_0

Іншою важливою особливістю залежності, поданої на рис. 2, є відсутність резонансних режимів у всьому діапазоні $0 \leq w \leq 20 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ зміни частоти періодичної сили q_z . Це явище

пояснюється тим фактом, що найнижча власна частота стрижня при обертанні, яка обчислюється за формулою Саусвелла $w_1^{BP} = \sqrt{w_1^2 + w^2}$, є завжди більшою, ніж w , тобто резонансних режимів розглянутого стрижня при складному русі не досягається.

На рис. 3 подано залежність амплітуди вібрацій $W(R+L)$ жорсткої пружно приєднаної лопаті з такими ж параметрами від w та w_0 . Вона для кожного конкретного значення w_0 являє собою гіперболу: спочатку зі збільшенням w величина деформації швидко зростає, потім досягає максимуму й асимптотично зменшується. Можна побачити, що при великих w криві на рис. 2 і 3 практично збігаються. Це свідчить про те, що за рахунок попереднього напруження поздовжнім інерційним навантаженням, стрижень при обертанні починає працювати як абсолютно жорстке тіло, яке вільно повертається в місці його приєднання до втулки.

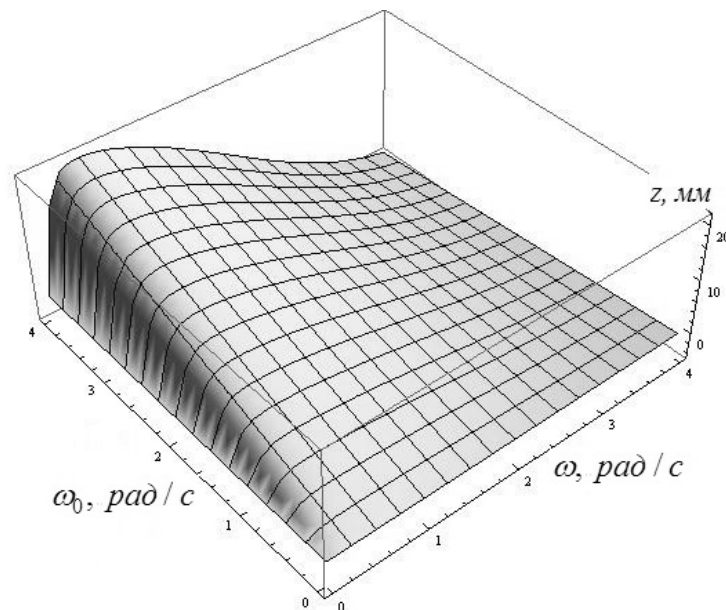


Рис. 3. Залежність амплітуди махових коливань жорсткої лопаті від зміни w і w_0

За допомогою запропонованої методики виконане дослідження впливу геометричних та інерційних параметрів вітроколеса на коливання його лопатей при складному обертанні. Для значень кутової швидкості w обертання ротора, що змінюються в межах $0 \leq w \leq 20 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$, були обчислені амплітудні значення переміщень лопатей. З їх допомогою можна підрахувати величину результуючого пружного моменту M_q , який діє на вал вітроколеса:

$$M_q = p \left(R_0^2 Q_r^{\max} - R_0 M_r^{\max} \right), \quad (11)$$

де R_0 – радіус вала вітроколеса, M_r^{\max} і Q_r^{\max} – максимальні згинальний момент і сила зрізу на зовнішньому радіусі диска.

Наближено, без урахування коливань, діючий на вітроколесо загальний гіроскопічний момент, що передається через його опори на всю конструкцію вітроустановки, визначається добутком осьового моменту інерції I_z гіпотетичного жорсткого ротора на кутові швидкості обертального w та поворотного w_0 рухів $M_g = I_z w w_0$ [2].

На рис. 4 наведено графіки зміни гіроскопічного моменту сил інерції M_g (суцільна лінія) і пружного моменту M_q (пунктирна лінія), прикладених до вала вітроколеса. Якщо порівняти значення, отримані за формулою (11), з гіроскопічним моментом $M_g = I_z \omega \dot{\alpha}$, який діє на еквівалентний абсолютно жорсткий ротор, то необхідно зазначити, що за малих значень ω , коли коливання лопатей відбуваються з малою частотою і є квазістатичними, значення M_q і M_g практично збігаються. Однак зі збільшенням ω динамічний характер коливань пружних лопатей стає більш помітним, а сили інерції відносних коливань лопатей приводять до того, що M_q починає помітно перевищувати M_g .

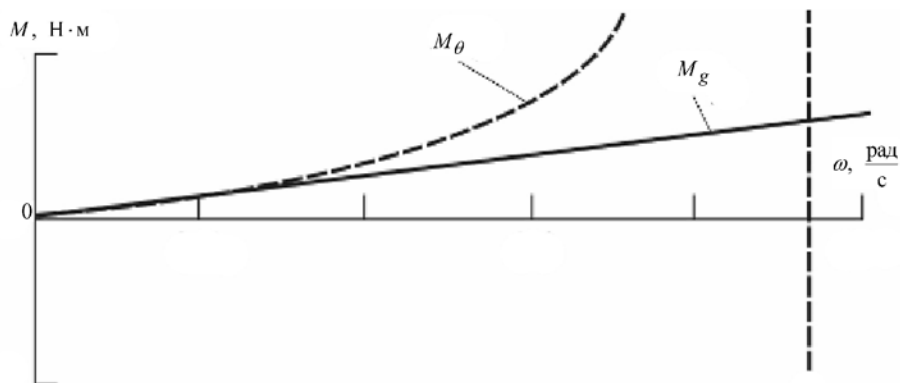


Рис. 4. Графіки залежності моментів M_q і M_g від кутової швидкості вітроколеса ω

Висновки. З метою встановлення впливу параметрів жорсткості лопатей на їх динамічну поведінку при складному обертанні вітроколеса поставлено задачу про коливання пружної лопаті (як прямолінійного незакрученого стрижня), приєднаної одним кінцем до пружного диска, що пов'язаний з жорстким валом. Для побудови диференціальних рівнянь коливань лопаті при складному обертанні вітроколеса застосовано теорему Коріоліса та принцип Даламбера. Виведено залежності, що дають змогу визначати вектори переносного, відносного, коріолісового та абсолютного пришвидшень елемента лопаті, які використовуються для розрахунку компонентів інерційного навантаження на елементи лопаті, що обумовлені поворотом осі вітроколеса, яке обертається із певною частотою. Представлено і проаналізовано графічну залежність махових коливань прямолінійної пружної лопаті та порівняно її із графіком амплітуди коливань аналогічної жорсткої лопаті. Підраховано величину результуючого пружного моменту, який діє на вал вітроколеса, і порівняно її із гіроскопічним моментом, який діє на еквівалентний жорсткий ротор, та подано відповідну графічну інтерпретацію залежностей вказаних моментів від частоти обертання вітроколеса.

1. Худолій С.М. Коливання подовжених криволінійних закручених стержнів при складному обертанні. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук за фахом 05.23.17 – Будівельна механіка. – Національний транспортний університет, Київ, 2006. – 21 с. 2. Гайдайчук В.В., Носенко В.П., Горбунович І.В. Прецесійні резонанси пружного диску з лопатями при складному обертанні // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2009. – № 83. – С. 110–117. 3. Гловач Л.В., Носенко В.П. Комп'ютерне моделювання динаміки лопатей вітроенергетичних установок // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2010. – № 85. – С. 143–152. 4. Демедєцкая В.В. Влияние кориолисовых сил инерции на динамику вращающихся балок // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла. – 2008. – № 9. – С. 72–78. 5. Шамровський О.Д., Шевченко В.О., Лимаренко Ю.О. Гасіння резонансних коливань диска з лопатками на основі явища керованого антирезонансу // Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні. – 2009. – № 2. – С. 92–99.