

О.М. ЧЕРЕВКО, Ю.О. ДАВИДЕНКО, К.Ю. ФРОЛОВ

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАСТИННОЇ ІНВЕРСІЇ ДЕБАЛАНСНИХ ВАЛІВ КЕРОВАНИХ ВІБРОЗБУДЖУВАЧІВ

© Черевко О.М., Давиденко Ю.О., Фролов К.Ю., 2011

Розглянуто проблему визначення функції моменту інерції перерізу дебалансного вала відносно осі y . Показано отримання залежності функції моменту інерції J_y від глибини канавки для шарової шпонки h_ϵ та радіусів дебалансного вала R і шарової шпонки r . Детально розглянуто алгоритм визначення такого динамічного параметра, як момент опору перерізу.

This work deals with a problem of determination for the moment of inertia of a debalance shaft section function towards axis y . You can see the reception of the moment of inertia dependency J_y function from the gouge depth for the spherical dowel h_ϵ , the radii of debalance shaft R and the spherical dowel r consecutively. An algorithm of a modulus of section dynamic parameter determination is viewed in detail.

Постановка проблеми. Дебалансний вал є однією з найважливіших складових керованих дебалансних вібраційних машин. Від його конструкції залежать як робочі параметри, так і конструктивні особливості віброзбуджувачів. Тому, для подальшого вдосконалення, необхідно вивчити динамічні властивості вала.

Аналіз останніх досліджень. Досліджується дебалансний вал радіусом R , а саме його переріз глибиною канавки h_K із вирізами під шарові шпонки радіусом r .

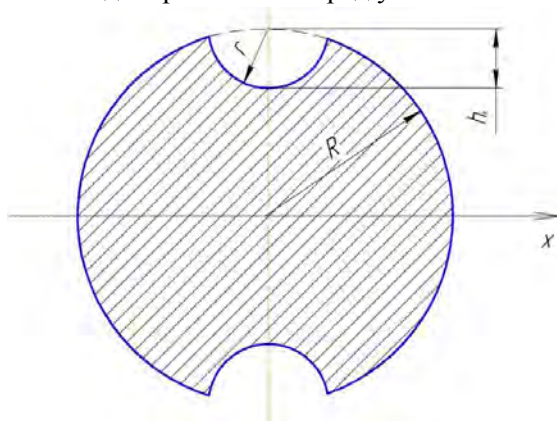


Рис. 1. Переріз дебалансного вала із вирізами під шарові шпонки

Отримано функціональну залежність осьового моменту інерції відносно осі x [1, с. 243]:

$$J_x = 4 \times \left[\frac{R^4}{24} \times \left(\frac{1}{4} \times \sin(4 \arcsin\{-k\}) + 2 \times \sin(2 \arcsin\{-k\}) + 3 \arcsin\{-k\} + \frac{3 \cdot \pi}{2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{r}{3} \times \left(\frac{a^3 \cdot k \cdot R}{r} - \frac{3 \cdot a^2 \cdot r}{2} \times \left(-\frac{1}{2} \times \sin\left(2 \arcsin\left\{-\frac{k \cdot R}{r}\right\}\right) - \arcsin\left\{-\frac{k \cdot R}{r}\right\} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{3 \cdot a \cdot r^2}{4} \times \left(-\frac{1}{3} \sin\left(3 \arcsin\left\{-\frac{k \cdot R}{r}\right\}\right) + \frac{3 \cdot k \cdot R}{r} \right) - \frac{r^3}{8} \times \left(-\frac{1}{4} \times \sin\left(4 \arcsin\left\{-\frac{k \cdot R}{r}\right\}\right) - \right. \right. \right.$$

$$-2 \times \sin \left(2 \arcsin \left\{ -\frac{k \cdot R}{r} \right\} \right) - 3 \times \arcsin \left\{ -\frac{k \cdot R}{r} \right\} \right) \}. \quad (1)$$

У результаті останніх досліджень одержано функцію моменту опору перерізу відносно осі x [2, с. 44]:

$$W_x = \left\{ \left(\frac{R^4}{6} \left(\frac{1}{4} \sin(4 \arcsin(-k)) + 2 \sin(2 \arcsin(-k)) + 3 \arcsin(-k) + \frac{3 \times \pi}{2} \right) + \frac{4r}{3} \times \frac{(R+r-h_k)^2 k R}{r} - \frac{3(R+r-h_k)^2 r}{2} \times \left(-\frac{1}{2} \sin \left(2 \arcsin \left(-\frac{kR}{r} \right) \right) - \arcsin \left(-\frac{kR}{r} \right) \right) + \frac{3(R+r-h_k)r^2}{8} \times \left(-\frac{1}{3} \sin \left(3 \arcsin \left(-\frac{kR}{r} \right) \right) + \frac{3kR}{r} \right) - \frac{r^3}{8} \left(-\frac{1}{4} \sin \left(4 \arcsin \left(-\frac{kR}{r} \right) \right) - 2 \sin \left(2 \arcsin \left(-\frac{kR}{r} \right) \right) - 3 \times \arcsin \left(-\frac{kR}{r} \right) \right) \right) \right\} / \left(\frac{2R^2+h^2+2Rr-2rh-2hR}{2 \times (R+r-h_k)} \right) \}. \quad (2)$$

Під час дослідження цієї функції згідно з [2] виявлено доволі цікаве явище: за деякого зменшення площі перерізу збільшується момент опору цього перерізу відносно осі x . Це явище назване частинною інверсією. Але не досліджувався момент опору перерізу відносно осі y .

Формулювання мети статті. Для ширшого аналізу динамічних властивостей дебалансного вала, а також для переходу від перерізу до тривимірної моделі тіла отримується та аналізується функціональна залежність моменту опору перерізу відносно осі y .

Виклад основного матеріалу. Спочатку визначимо функцію моменту інерції перерізу дебалансного вала із вирізами під шарові шпонки відносно осі y . Через симетрію достатньо розглянути лише чверть перерізу. В цьому випадку розглядається ліва верхня частина. Для спрощення розрахунків розділимо її на дві частини.

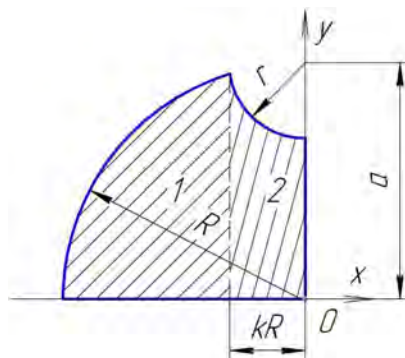


Рис. 2. Чверть перерізу дебалансного вала, розділена на дві частини

Для знаходження функцій моментів інерції цих частин використовують формулу для визначення моменту інерції криволінійної трапеції згідно з [3, с. 357]:

$$J_y = \int_a^b x^2 y dx \quad (3)$$

Розглянемо першу частину чверті перерізу дебалансного вала. Траєкторією її дуги є залежність

$$y_1 = +\sqrt{R^2 - x^2} \quad (4)$$

де $-R \leq x \leq -kR$.

Тоді функція моменту інерції першої частини в загальному вигляді буде такою

$$J_{y1} = \int_{-R}^{-kR} \left(+\sqrt{R^2 - x^2} \right) \cdot x^2 dx \quad (5)$$

де k – коефіцієнт, $0 < k < 1$.

Використаємо формулу заміни:

$$\left[\int f(x) dx \right]_{x=j(t)} = \int f[j(t)] \times j'(t) dt . \quad (6)$$

Приймемо $x = R \times \sin t$. Тоді

$$\begin{aligned} J_{y1} &= \int_{-\frac{p}{2}}^{\arcsin(-k)} \left(\sqrt{R^2 - (R \sin t)^2} \right) \cdot (R \sin t)' \cdot (R \sin t)^2 dt = \\ &= R^3 \int_{-\frac{p}{2}}^{\arcsin(-k)} \left(\sqrt{R^2 (1 - \sin^2 t)} \right) \cdot \cos t \cdot \sin^2 t dt = \\ &= R^3 \int_{-\frac{p}{2}}^{\arcsin(-k)} R \cdot \cos t \cdot \cos t \cdot \sin^2 t dt = R^4 \int_{-\frac{p}{2}}^{\arcsin(-k)} \cos^2 t \cdot \sin^2 t dt = R^4 \int_{-\frac{p}{2}}^{\arcsin(-k)} \cos^2 t (1 - \cos^2 t) dt = \\ &= R^4 \int_{-\frac{p}{2}}^{\arcsin(-k)} (\cos^2 t - \cos^4 t) dt = R^4 \int_{-\frac{p}{2}}^{\arcsin(-k)} \left(\frac{1}{2}(\cos 2t + 1) - \frac{1}{8}(\cos 4t + 4 \cos 2t + 3) \right) dt = \\ &= R^4 \int_{-\frac{p}{2}}^{\arcsin(-k)} \left(\frac{1}{2} \cos 2t + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} \cos 4t - \frac{1}{2} \cos 2t - \frac{3}{8} \right) dt = R^4 \int_{-\frac{p}{2}}^{\arcsin(-k)} \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{8} \cos 4t \right) dt = \frac{R^4}{8} \int_{-\frac{p}{2}}^{\arcsin(-k)} (1 - \cos 4t) dt = \\ &= \frac{R^4}{8} \left(t - \frac{1}{4} \sin 4t \right) \Big|_{-\frac{p}{2}}^{\arcsin(-k)} = \\ &= \frac{R^4}{8} \left(\arcsin(-k) - \left(-\frac{p}{2}\right) - \frac{1}{4} \left(\sin(4 \arcsin(-k)) - \sin\left(4 \cdot \left(-\frac{p}{2}\right)\right) \right) \right) \\ &= \frac{R^4}{8} \left(\arcsin(-k) + \frac{p}{2} - \frac{1}{4} \sin 4 \arcsin(-k) \right); \\ J_{y1} &= \frac{R^4}{8} \left(\arcsin(-k) + \frac{p}{2} - \frac{1}{4} \sin 4 \arcsin(-k) \right). \quad (7) \end{aligned}$$

Розглянемо другу частину чверті перерізу дебалансного вала. Траєкторією її дуги є залежність

$$y_2 = -\sqrt{r^2 - x^2} + a, \quad (8)$$

де $-kR \leq x \leq 0$.

Тоді функція моменту інерції першої частини в загальному вигляді буде

$$J_{y2} = \int_{-kR}^0 \left(-\sqrt{r^2 - x^2} + a \right) x^2 dx . \quad (9)$$

Використаємо формулу заміни:

$$\left[\int f(x) dx \right]_{x=j(t)} = \int f[j(t)] \times j'(t) dt .$$

Нехай $x = r \times \sin t$. Тоді

$$\begin{aligned}
 J_{y2} &= \int_{\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)}^0 \left(-\sqrt{r^2 - (r \sin t)^2} + a\right) (r \sin t)' (r \sin t)^2 dt = \\
 &= r^3 \int_{\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)}^0 \left(-\sqrt{r^2 (1 - \sin^2 t)} + a\right) \cos t \cdot \sin^2 t dt = \\
 &= r^3 \int_{\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)}^0 \left(a - r\sqrt{\cos^2 t}\right) \cos t \cdot \sin^2 t dt = r^3 \int_{\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)}^0 (a - r \cos t) \cos t \cdot \sin^2 t dt = \\
 &= r^3 \int_{\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)}^0 (a \cos t \cdot \sin^2 t - r \cos^2 t \cdot \sin^2 t) dt = \\
 &= r^3 a \int_{\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)}^0 (1 - \cos^2 t) \cos t dt - r^4 \int_{\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)}^0 \sin^2 t \cos^2 t dt = \\
 &= r^3 a \int_{\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)}^0 (\cos t - \cos^3 t) dt - r^4 \int_{\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)}^0 (1 - \cos^2 t) \cos^2 t dt = \\
 &= r^3 a \int_{\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)}^0 \left(\cos t - \frac{1}{4}(\cos 3t + 3 \cos t)\right) dt - r^4 \int_{\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)}^0 (\cos^2 t - \cos^4 t) dt = \\
 &= r^3 a \int_{\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)}^0 \left(\cos t - \frac{1}{4} \cos 3t - \frac{3}{4} \cos t\right) dt - r^4 \int_{\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)}^0 \frac{1}{2}(\cos 2t + 1) - \frac{1}{8}(\cos 4t + 4 \cos 2t + 3) dt = \\
 &= r^3 a \int_{\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)}^0 \left(\frac{1}{4} \cos t - \frac{1}{4} \cos 3t\right) dt - r^4 \int_{\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)}^0 \left(\frac{1}{2} \cos 2t + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} \cos 4t - \frac{1}{2} \cos 2t - \frac{3}{8}\right) dt = \\
 &= \frac{r^3 a}{4} \int_{\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)}^0 (\cos t - \cos 3t) dt - \frac{r^4}{8} \int_{\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)}^0 (1 - \cos 4t) dt = \\
 &= \frac{r^3 a}{4} (\sin t - \sin 3t) \Big|_{\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)}^0 - \frac{r^4}{8} (t - \sin 4t) \Big|_{\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)}^0 = \\
 &= \frac{r^3 a}{4} \left(\sin 0 - \sin\left(\arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)\right) - \frac{1}{3}(\sin 3 \cdot 0 - \sin\left(3 \arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)\right))\right) - \\
 &= \frac{r^4}{8} \left(0 - \arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right) - \frac{1}{4}(\sin 4 \cdot 0 - \sin\left(4 \arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)\right))\right) =
 \end{aligned}$$

$$= \frac{r^3 a}{4} \left(\frac{kR}{r} + \frac{1}{3} \sin \left(3 \arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) \right) \right) - \frac{r^4}{8} \left(-\arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) + \frac{1}{4} \sin \left(4 \arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) \right) \right);$$

$$J_{y2} = \frac{r^3 a}{4} \left(\frac{kR}{r} + \frac{1}{3} \sin \left(3 \arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) \right) \right) - \frac{r^4}{8} \left(-\arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) + \frac{1}{4} \sin \left(4 \arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) \right) \right). \quad (10)$$

Тоді функція моменту інерції чверті перерізу дебалансного вала становитиме

$$J_{y4} = J_{y1} + J_{y2} =$$

$$= \frac{R^4}{8} \left(\arcsin(-k) + \frac{p}{2} - \frac{1}{4} \sin 4 \arcsin(-k) \right) +$$

$$+ \frac{r^3 a}{4} \left(\frac{kR}{r} + \frac{1}{3} \sin \left(3 \arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) \right) \right) - \frac{r^4}{8} \left(-\arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) + \frac{1}{4} \sin \left(4 \arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) \right) \right). \quad (11)$$

А функція моменту інерції всього перерізу дорівнюватиме

$$J_y = 4 \left(\frac{R^4}{8} \left(\arcsin(-k) + \frac{p}{2} - \frac{1}{4} \sin 4 \arcsin(-k) \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{r^3 a}{4} \left(\frac{kR}{r} + \frac{1}{3} \sin \left(3 \arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) \right) \right) - \frac{r^4}{8} \left(-\arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) + \frac{1}{4} \sin \left(4 \arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) \right) \right) \right). \quad (12)$$

Формула для визначення величини k попередньо отримана у [2, с. 45]:

$$k = \left(-R^2 \cdot h_k^2 + 2 \cdot R^2 \cdot r \cdot h_k - 3 \cdot R \cdot r \cdot h_k^2 + R \cdot h_k^3 + 2 \cdot R \cdot r^2 \cdot h_k - \frac{h_k^4}{4} + h_k^3 \cdot r - \right.$$

$$\left. - (r \cdot h_k)^2 \right)^{\frac{1}{2}} / (R + r - h_k) \cdot R \quad (13)$$

Формула для визначення величини a попередньо одержана у [1, с. 243]:

$$a = R + r - h_{\hat{e}}. \quad (14)$$

Згідно з [4, с. 241] осьовий момент опору перерізу можна знайти за формулою

$$W = \frac{J}{l_{max}} \quad (15)$$

де J – осьовий момент інерції перерізу, мм⁴; l_{max} – довжина перпендикуляра, опущеного з крайньої точки перерізу на відповідну вісь, мм.

Для розглянутого перерізу очевидно, що довжина відповідного перпендикуляра для визначення функції осьового моменту опору перерізу відносно осі y у Y_{max} є величиною сталою та дорівнює R . Підставивши відповідні функції у формулу (15), одержуємо функцію осьового моменту опору перерізу відносно осі y :

$$W_y = \left(4 \left(\frac{R^4}{8} \left(\arcsin(-k) + \frac{p}{2} - \frac{1}{4} \sin 4 \arcsin(-k) \right) + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{r^3 a}{4} \left(\frac{kR}{r} + \frac{1}{3} \sin \left(3 \arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) \right) \right) - \frac{r^4}{8} \left(-\arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) + \frac{1}{4} \sin \left(4 \arcsin \left(\frac{-kR}{r} \right) \right) \right) \right) / R. \quad (16)$$

Висновки. Отримана функція моменту опору перерізу дебалансного вала із вирізами під шарові шпонки відносно осі y . Очевидно, що вона набуватиме максимального значення за мінімальної глибини канавки h_k .

На відміну від функції моменту опору перерізу відносно осі x , явище частинної інверсії не призводить до збільшення моменту опору перерізу відносно осі y . Бо в разі зменшення площі перерізу довжина перпендикуляра, опущеного з крайньої точки перерізу на вісь y , не змінюється та дорівнює R .

Перспективним є дослідження впливу частинної інверсії на тіла круглого перерізу, а саме симетричних вирізів різної форми.

Отримані залежності можна використовувати для конструювання дебалансних валів.

1. Фролов К.Ю. Визначення моменту інерції перерізу дебалансного вала керованого вібробудувача // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). Вып. 24. У 3-х томах. Т. 2 – Полтава: ПолтНТУ, 2009. – С. 239 – 244. 2. Давиденко Ю.О., Фролов К.Ю., Фургас А.В., Горюн О.О. Дослідження залежності моменту опору перерізу дебалансного вала від глибини канавки під сферичну шпонку в програмі MAPLE 13 // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). Вып. 29. – Полтава: ПолтНТУ, 2011. – С. 42 – 47. 3. Натансон И.П. Краткий курс высшей математики / И.П. Натансон. – М.: Наука, 1968. – 728 с. 4. Писаренко Г.С. та ін. Опір матеріалів: підручн. / Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, Е.С. Уманський; за ред. Г.С. Писаренка. – К.: Вища шк., 1993. – 655 с.

УДК 621.01

О.М. ЧЕРЕВКО, О.О. ХЕРОЇМ, П.О. ЧЕРЕВКО

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

ВЛИЯНИЕ СДВИГА ФАЗ УПРАВЛЯЕМЫХ ДЕБАЛАНСНЫХ ВИБРОВОЗБУДИТЕЛЕЙ НА ГЛАВНЫЙ МОМЕНТ СИЛ ИНЕРЦИИ

© Черевко О.М., Хероїм О.О., Черевко П.О., 2011

Розглянуто питання, пов'язані з оцінюванням динамічних можливостей вібраційних машин з керованими тридебалансними вібробудувачами за допомогою теорії приведення системи сил до найпростішого вигляду.

The problems, bound with an estimation of dynamic capabilities of vibrational machines with controllable unbalanced masses with the help of theory reduction system forces of simple form.

Постановка проблеми. Вибрационная техника широко используется в народном хозяйстве нашей страны. Это металлургия, строительство, добыча полезных ископаемых, транспортировка. Во всех случаях применения вибрации учитывается рациональность применения тех или иных вибрационных полей, а также их структура. Исследование влияния сдвига фаз управляемых дебалансных вибровозбудителей на структуру силового поля является важной задачей, которая актуализируется в связи с универсальностью такого привода для технологической машины [1, 2].

Анализ последних исследований и публикаций. Академик К.В. Фролов утверждает, что вибрационная технология – основа технологий будущего [3]. Достижения вибрационной техники, которые базируются на фундаментальных исследованиях теории нелинейных колебаний, отражены в работах П.М. Алабужева, И.И. Блехмана, И.И. Быховского, А.П. Бабичева, Я.Г. Пановко, В.О. Кононенко, Б.И. Крюкова, И.Ф. Гончаревича, Э.Э. Лавендела, В.М. Потураева, К.М. Рагульскиса, Л.И. Сердюка, А.П. Филипова, К.В. Фролова, В.М. Челомея, их коллег и учеников [4–7].

Не решенные ранее части общей проблемы, которым посвящена статья. Управляемые технологические вибромашины, которые появились в последнее время, имеют необыкновенные сочетания полезных свойств и дают возможность использовать вибрационную технику там, где еще совсем недавно это считалось нецелесообразным и малоперспективным. Использование в качестве привода такой машины двух однофазных трехдебалансных вибровозбудителей существенно расширяет спектр генерирования вибрационных полей переменной структуры.