

В.С. ЛОВЕЙКІН, Ю.О. РОМАСЕВИЧ

Київський національний університет будівництва і архітектури

КОМПЛЕКСНИЙ СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ РУХОМ ВАНТАЖОПІДЙОМНОГО КРАНА

© Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О., 2011

Наведено синтез оптимального керування рухом механізмів підйому вантажу та горизонтального переміщення візка вантажопідйомного крана протягом його гальмування.

Рух візка здійснюється під час керування, яке дає змогу усувати коливання вантажу.

Запропоновано алгоритм роботи системи автоматичного керування рухом візка.

The broughted syntheses of optimum control motion mechanism of the ascent of the cargo and horizontal moving the pushcart crane on length of its braking. Motion pushcart is realized when control, which avoids the fluctuations of the cargo. The offered algorithm of the functioning the system of the automatic control pushcart moving.

Постановка проблеми. Робота підйомно-транспортних машин має яскраво виражений циклічний характер, при цьому перехідні режими руху їх механізмів посідають значну частку від всієї тривалості робочого циклу (усталений рух може бути взагалі відсутнім). Одним з важливих резервів підвищення ефективності роботи крана є оптимізація перехідних режимів руху вантажного візка (розгін/гальмування). Варто зазначити, що продуктивність, надійність, а також зручність експлуатації кранів багато в чому залежать від коливань підвішеного на гнучкому підвісі вантажу [1–3].

Розгойдування вантажу, які виникають протягом перехідних режимів руху кранового візка, є причиною його нерівномірного руху, додаткових навантажень на елементи вантажопідйомної машини. Вони створюють незручності, які загрожують безпеці роботи такелажників, зменшують продуктивність навантажувально-розвантажувальних, транспортних та монтажних операцій. Коливання вантажу ускладнюють прицільне наведення вантажозахватного пристрою на вантаж і укладання вантажу на задане місце. Особливо це відноситься до великогабаритних і довговимірних вантажів. Значною мірою зводяться нанівець переваги автоматизації кранового механізму, оскільки коливальний характер руху вантажу вносить невизначеність у програму автоматизованої роботи крана [4]. Крім того, значно зростають динамічні навантаження на елементи приводу, металоконструкцію та тягові органи крана, які зменшують їхню надійність [5].

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Існують три групи способів усунення коливань вантажу [6]: маневрування механізмами за ручного керування [7]; застосування спеціальних підвісок або направляючих [8–12]; використання систем керування приводами кранових механізмів [21–23].

Перші два способи за сучасних темпів перевантажувальних робіт не здатні забезпечити достатню якість усунення коливань вантажу: перший спосіб пов'язаний з надмірною фізичною та психологічною втомою кранівника, другий – з необхідністю зміни конструкції гнучкого підвісу, включенням до цієї конструкції ненадійних та масивних елементів. Тому поширенішою є третя група способів.

Усувати коливання вантажу можна, керуючи його швидкістю руху або іншим кінематичним чи динамічним параметром [13]. Однак необґрунтований закон зміни швидкості є нераціональним. Доцільнішим є використання, наприклад, нечіткого регулювання [14–16], яке в деякому сенсі копіює логіку людини, її способи прийняття рішень, щодо тих чи інших впливів на рух кранових

механізмів. Тому таке керування дає змогу усувати коливання вантажу навіть за зовнішніх стохастичних впливів. Це є перевагою цих методів над відомими, які приводять до програмного керування рухом механізмів крана. Однак нечіткому регулюванню властиві ті самі недоліки, як і ручному: рух механізмів крана не є оптимальним.

Характер впливу на рух елементів крана повинен забезпечувати мінімізацію небажаних (наприклад, динамічні навантаження, максимальне відхилення вантажу тощо), або максимізацію бажаних властивостей (наприклад, плавність руху, швидкодія тощо) руху системи. Така задача отримала назву варіаційної, а для її розв'язання використовують як класичні варіаційні методи [17], так і принцип максимуму Л.С. Понтрягіна [18].

Розробка та застосування оптимальних законів руху окремих елементів крана розглядається в [4, 6, 19–28].

Постановка мети та задач дослідження. Результати роботи дослідників [4, 6, 19–28] мають більший чи менший ступінь загальності: деякі задачі розглядаються за ненульових фазових координат та незмінної довжини гнучкого підвісу, іншим задачам властива така постановка – визначити оптимальне керування рухом кранового візка за умови, що на початку руху коливання вантажу відсутні і довжина гнучкого підвісу протягом розгону, або гальмування візка змінюється за певним законом.

Поставимо комплексну задачу оптимального керування рухом крана. Ця задача полягає у тому, що необхідно знайти оптимальне керування рухом кранового візка під час усунення коливань вантажу до моменту зупинки візка (тобто розглядається процес загальмовування візка). Така постановка задачі дає змогу розганяти крановий візок за будь-яким законом, при цьому коливання вантажу зберігаються протягом усталеного руху. Однак, як відомо, усталений рух кранового візка становить невелику частину від загальної тривалості його переміщення – він може бути навіть відсутнім. Тому доцільно поставити завдання усунення коливань вантажу саме протягом гальмування візка. В такий спосіб приймемо, що вантаж на початку загальмовування коливається (ненульові початкові фазові координати системи). Необхідно зазначити, що така постановка задачі не зменшує її загальності, оскільки введенням нових фазових координат можна поставити задачу оптимального розгону крана до усталеної швидкості. Нові фазові координати системи будуть визначатись з таких залежностей:

$$\tilde{x}^{(i)} = q^{(i)} - x^{(i)}, i = 0, 1, \dots, n, \quad (1)$$

де $x^{(i)}$ – фазова координата системи i -го порядку; $q^{(i)}$ – значення фазової координати $x^{(i)}$ у кінці розгону крана; n – кількість фазових координат системи. Зазначимо, що векторна функція $\tilde{x}^{(i)}$ відображає похибку досягнення певної точки на фазовому просторі. Після закінчення перехідного процесу вона перетворюється у нуль [29].

Досвідчені кранівники можуть виконувати операції підйому/опускання вантажу та переміщення візка одночасно. Звичайно, це збільшує продуктивність їхньої роботи. Тому необхідно, щоб довжина гнучкого підвісу змінювалась протягом гальмування візка, причому за певним оптимальним законом. Саме тому задача називається комплексною: необхідно сумісно оптимізувати режими руху кранового візка та вантажу у вертикальному напрямі (по суті оптимізуються режими роботи механізмів підйому вантажу та переміщення візка).

Кран, як правило, працює у недетермінованому зовнішньому середовищі, тому важливим є забезпечення оптимальності процесу за впливу стохастичних зовнішніх збурень. Для цього необхідно отримати інформацію про поточний стан системи, тобто необхідно використовувати зворотні зв'язки за різними параметрами руху. Цим вимогам відповідає метод, який отримав назву динамічного програмування [30] і який ми використаємо у дослідженнях. Крім того, оскільки

електроприводи механізмів переміщення візка та вантажу мають обмежені силові характеристики, то на керування накладаються обмеження, які представляються у вигляді нерівностей.

Для досягнення поставленої мети необхідно виконати такі завдання дослідження: 1) виконати синтез оптимального керування рухом кранового візка під час його гальмування та з усуненням коливань вантажу закріпленого на гнучкому підвісі та з врахуванням обмежень, які накладаються на величину керування; 2) виконати синтез оптимального керування рухом вантажу у вертикальному напрямі (режим опускання вантажу); 3) об'єднати оптимальні режими вертикального переміщення вантажу та горизонтального переміщення візка; 4) проаналізувати отримані результати та визначити перспективи подальших досліджень.

Виклад основного матеріалу. 1. Оптимізація процесу гальмування візка крана

Для проведення досліджень приймемо двомасову модель механізму пересування кранового візка (рис. 1), яка доволі широко використовується у задачах дослідження динаміки руху візка [2, 3] та оптимізації його руху [4, 6, 19–27].

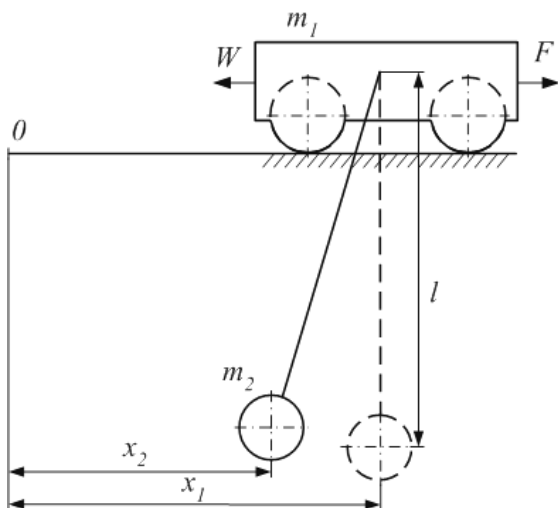


Рис. 1. Розрахункова модель системи „візок-вантаж”

Приведена розрахункова схема (рис. 1) описується системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 = F - W \operatorname{sign} \dot{x}_1, \\ \ddot{x}_2 + \frac{g}{l} (x_2 - \tilde{o}_1) = 0; \end{cases} \quad (2)$$

де m_1 – приведена маса привідного механізму і вантажного візка; m_2 – маса вантажу; x_1, x_2 – координати центрів мас відповідно візка і вантажу; g – прискорення вільного падіння; l – довжина гнучкого підвісу, F – сумарне тягове або гальмівне зусилля, що діє на візок; W – приведена сила опору переміщенню візка.

Вважатимемо, що під час переміщення візка протягом гальмування візок не змінює свою швидкість, тобто $\operatorname{sign} \dot{x}_1 = 1$.

Приведену систему диференціальних рівнянь можна звести до одного рівняння другого порядку стосовно різниці переміщень $x = x_1 - x_2$:

$$\ddot{x} + W^2 x = \frac{F - W}{m_1}, \quad (3)$$

де $W = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)g}{m_1 l}}$ – частота власних маятникових коливань вантажу стосовно рухомої точки підвісу (стосовно візка).

Диференціальне рівняння (3) можна подати у вигляді системи канонічних рівнянь, якщо

прийняти такі позначення $u = \frac{F - W}{m_1}$, $y_1 = x$:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \\ \dot{y}_2 = u - W^2 y_1. \end{cases} \quad (4)$$

На керування накладаються обмеження у вигляді нерівності: $|u| \leq u_{\max}$.

Як критерій оптимізації оберемо комплексний (кінематично-динамічний) інтегральний критерій, який відображає у відповідних пропорціях величину квадрата відхилення вантажу від вертикалі та величину квадрата динамічної складової привідного зусилля:

$$I = \int_0^T [k_1 x^2 + k_2 \left(\frac{F - W}{m_1}\right)^2] dt, \quad (5)$$

де k_1 та k_2 – коефіцієнти, які стоять при одиничних критеріях і які можна записати у такому вигляді [27]:

$$\begin{cases} k_1 = d_1 \tilde{I}_1^{-1}, \\ k_2 = (1 - d_1) m_1^2 \tilde{I}_2^{-1}, \end{cases} \quad (6)$$

де d_1 – ваговий коефіцієнт, який враховує важливість першого доданка у підінтегральному виразі критерію (5); \tilde{I}_1 , \tilde{I}_2 – мінімально можливі значення одиничних критеріїв, які визначаються за методикою, наведеною у [27]. Така структура критерію дає змогу отримати оптимальне по Парето керування рухом вантажопідйомного крана [31].

Пояснимо вибір саме такого критерію. За деяких видів операцій р транспортування вантажу вимагається, щоб величина відхилення канату з вантажем від вертикалі була мінімальною. Такі вимоги ставляться під час транспортування розплавленого металу, їдких та хімічно активних речовин тощо. Задача оптимізації гальмування кранового візка за обмежень на відхилення вантажу від вертикалі розв'язана у [32]. Ці дослідження ґрунтуються на принципі максимуму, що, як відомо, збільшує динамічні навантаження у приводі механізму переміщення візка, хоча загальна тривалість гальмування є мінімальною [33]. На відміну від [32], шукатимемо розв'язок задачі у класі неперервних функцій – реалізація такого керування поліпшить динаміку руху візка.

Що стосується мінімізації динамічної складової привідного зусилля, то це дасть змогу зменшити електричні втрати в обмотках двигуна, оскільки еквівалентний момент асинхронного двигуна та двигуна постійного струму незалежного збудження приблизно пропорційні до еквівалентного струму, яким і визначаються електричні втрати [6].

З врахуванням введених вище позначень критерій за виразом (5) можна переписати у такому вигляді:

$$I = \int_0^T [k_1 y_1^2 + k_2 u^2] dt. \quad (7)$$

Для мінімізації критерію (7) використаємо метод динамічного програмування Р. Беллмана [30]. Основне функціональне рівняння запишемо так:

$$\min[k_1 y_1^2 + k_2 u^2 + \frac{\partial S}{\partial y_1} y_2 + \frac{\partial S}{\partial y_2} (u - w^2 y_1)] = 0. \quad (8)$$

де S – функція Беллмана.

Мінімум правої частини рівняння (8) шукатимемо по параметру керування u , для чого продиференціюємо її за u та прирівняємо отримане до нуля:

$$2k_2 u + \frac{\partial S}{\partial y_2} = 0. \quad (9)$$

Знайдемо з рівняння (8) керування u :

$$u = -\frac{1}{2k_2} \frac{\partial S}{\partial y_2}. \quad (10)$$

Підставимо отримане у рівняння (8), в результаті чого матимемо:

$$k_1 y_1^2 + \frac{\partial S}{\partial y_1} y_2 - \frac{\partial S}{\partial y_2} y_1 w^2 - \frac{1}{4k_2} \left(\frac{\partial S}{\partial y_2}\right)^2 = 0. \quad (11)$$

Рівняння (11) є нелінійним диференціальним рівнянням у частинних похідних. Шукатимемо його розв'язок у вигляді квадратичної форми, як це прийнято під час розв'язування подібних задач [34]:

$$S = A_1 y_1^2 + A_2 y_1 y_2 + A_3 y_2^2, \quad (12)$$

де A_1, A_2, A_3 – сталі коефіцієнти, які необхідно визначити.

Візьмемо частинні похідні з виразу (11) за параметрами y_1 та y_2 :

$$\frac{\partial S}{\partial y_1} = 2A_1 y_1 + A_3 y_2, \quad (13)$$

$$\frac{\partial S}{\partial y_2} = A_3 y_1 + 2A_2 y_2. \quad (14)$$

Підставимо вирази (13) і (14) у рівняння (11) і отримаємо:

$$\left(k_1 - \frac{A_3^2}{4k_2} - A_3 w^2\right) y_1^2 + \left(A_3 - \frac{A_2^2}{k_2}\right) y_1 y_2 + \left(2A_1 - \frac{A_2 A_3}{k_2} - 2A_2 w^2\right) y_2^2 = 0. \quad (15)$$

Рівняння (15) буде справедливим у тому випадку, коли вирази у дужках будуть дорівнювати нулю, оскільки $y_1 \neq 0, y_2 \neq 0$. Тому рівняння (15) можна замінити на систему нелінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} k_1 - \frac{A_3^2}{4k_2} - A_3 w^2 = 0, \\ A_3 - \frac{A_2^2}{k_2} = 0, \\ 2A_1 - \frac{A_2 A_3}{k_2} - 2A_2 w^2 = 0. \end{cases} \quad (16)$$

Розв'язок системи рівнянь (16) матиме два дійсних та два комплексних корені. Оберемо один дійсний корінь, який не приводить до втрати стійкості системи, оскільки рух системи при цьому є плавним, а максимальна величина керування – незначною.

Підставивши знайдені корені у вираз (10), отримаємо функцію оптимального керування:

$$u = \frac{y_1 [k_2 w^2 - \sqrt{(k_2 (k_1 + k_2 w^4))}] - \sqrt{2} y_2 \sqrt{k_2 [\sqrt{(k_2 (k_1 + k_2 w^4))} - k_2 w^2]}}{k_2}. \quad (17)$$

Отже, нам вдалося синтезувати функцію керування $u = u(y_1, y_2, k_1, k_2, w)$, або з врахуванням того, що коефіцієнти k_1 та k_2 пов'язані співвідношенням (6), маємо

$u = u(y_1, y_2, k_1, w)$. Реалізація оптимального керування рухом кранового візка на практиці вимагає отримувати інформацію про кут відхилення вантажу від вертикалі та про його першу похідну за часом. Тобто потрібно вводити зворотний зв'язок за двома параметрами руху візка. Детальніший розгляд цього питання буде подано нижче.

Для знаходження функцій фазових координат системи „візок-вантаж” необхідно підставити отримане керування у рівняння (3) та розв'язати його. За такої підстановки отримаємо таке однорідне диференціальне рівняння:

$$\ddot{x} + B\dot{x} + Cx = 0, \quad (18)$$

$$\text{де } B = \frac{\sqrt{2} \sqrt{k_2 [\sqrt{k_2 (k_1 + k_2 w^4)} - k_2 w^2]}}{k_2}, \quad C = \frac{\sqrt{k_2 (k_1 + k_2 w^4)}}{k_2}.$$

Розв'язувати це диференціальне рівняння необхідно за початкових умов:

$$\begin{cases} x(0) = \Delta x, \\ \dot{x}(0) = \Delta \dot{x}. \end{cases} \quad (19)$$

де Δx та $\Delta \dot{x}$ – відповідно різниця положень та швидкостей візка і вантажу на початку гальмування.

Розв'язок задачі Коші (18)–(19) має такий вигляд:

$$x = \frac{e^{-\frac{Bt}{2}} [\Delta x \sqrt{B^2 - 4C} \cosh(\frac{t}{2} \sqrt{B^2 - 4C}) + (2\Delta \dot{x} + B\Delta x) \sinh(\frac{t}{2} \sqrt{B^2 - 4C})]}{\sqrt{B^2 - 4C}}. \quad (20)$$

Приведемо графічні залежності отриманих результатів за різних значень вагового коефіцієнта k_1 . На рис. 2 і 3 зображено графічні залежності динамічних зусиль, які діють на систему „візок-вантаж”, а також фазові портрети, які відповідають цим зусиллям. Приведені графічні залежності побудовані за таких параметрів: $m_1 = 1000 \text{ кг}$, $m_2 = 2000 \text{ кг}$, $l = 8 \text{ м}$, $Dx = 0,5 \text{ м}$, $D\dot{x} = -0,7 \text{ м/с}$.

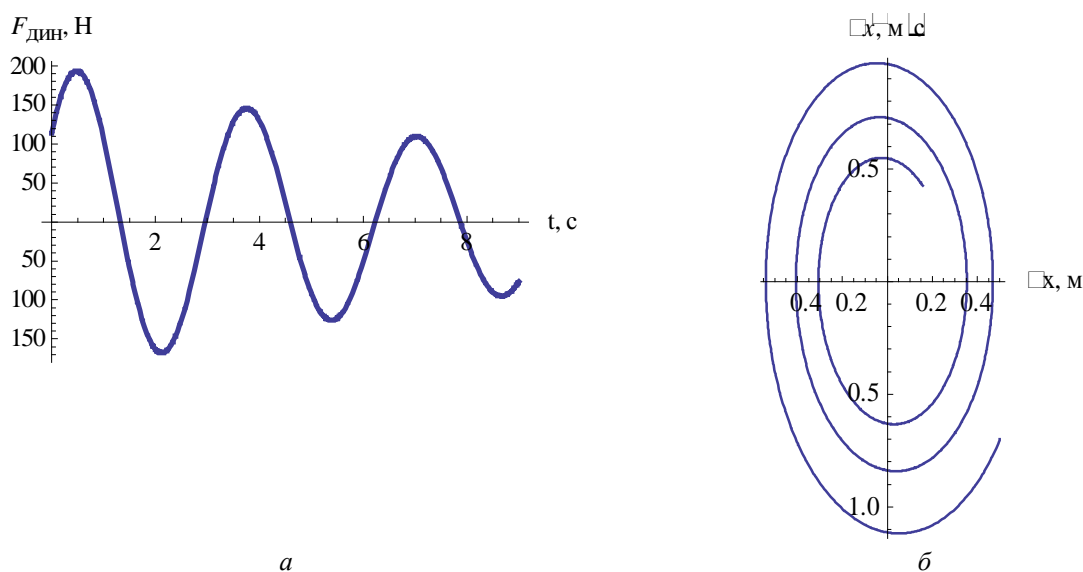


Рис. 2. Графіки динамічного зусилля (а) та фазовий портрет руху системи (б) за $k_1 = 0,1$

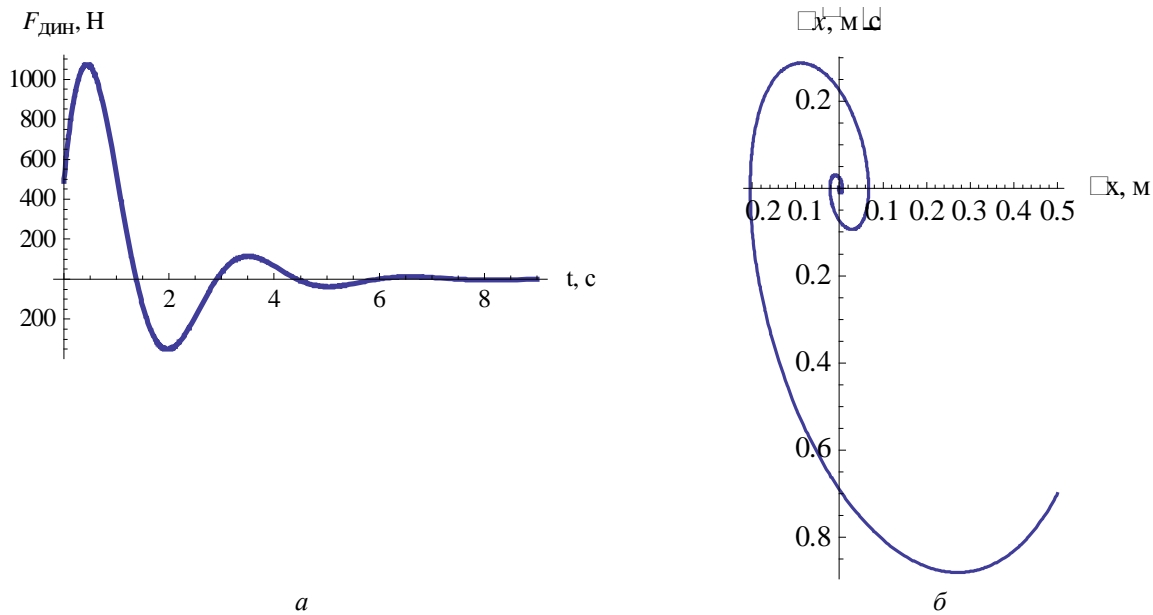


Рис. 3. Графіки динамічного зусилля (а) та фазовий портрет руху системи (б) за $k_1 = 0,9$

Аналіз приведених залежностей показує, що зі збільшенням вагового коефіцієнта k_1 затування коливань вантажу проходить інтенсивніше, однак це пов'язано зі збільшенням величини динамічного зусилля. Необхідно знаходити певний компроміс між максимальною величиною динамічного привідного зусилля та швидкістю затування коливань. Можна обрати величину коефіцієнта k_1 так, щоб забезпечити умову $|u| \leq u_{\max}$. Тобто протягом усього періоду гальмування $k_1 = \text{const}$. Однак, на нашу думку, це недоцільно. Розв'язувати нерівність, приведену вище, необхідно для усього проміжку тривалості руху $[0, T]$. Крім того, необхідно також забезпечити границі зміни коефіцієнтів k_1 та k_2 . Запишемо остаточно систему нерівностей, яку потрібно розв'язати стосовно k_1 :

$$\begin{cases} |u| \leq u_{\max}; \\ \int_0^T k_1 dt \rightarrow T; \\ 1 > k_1 > 0; \end{cases} \quad (21)$$

Третя нерівність впливає з того, що за $k_1 = 0$, або $k_1 = 1$ задача комплексної оптимізації перетворюється у задачу з одиничним критерієм, а ця задача не має ненульових дійсних розв'язків системи рівнянь (16).

Другий вираз у системі (21) означає прагнення отримати інтенсивне гасіння коливань: для цього потрібно, щоб коефіцієнт k_1 був близьким до одиниці на усьому проміжку $[0, T]$.

Звичайно розв'язати систему (21) стосовно коефіцієнта k_1 аналітично складно. Тому можна застосувати дискретне розв'язання, шукати розв'язок цієї нерівності для малих відрізків часу. Опишемо докладніше процес визначення вагового коефіцієнта k_1 . Побудуємо блок-схему алгоритму чисельного обрахунку (рис. 4).

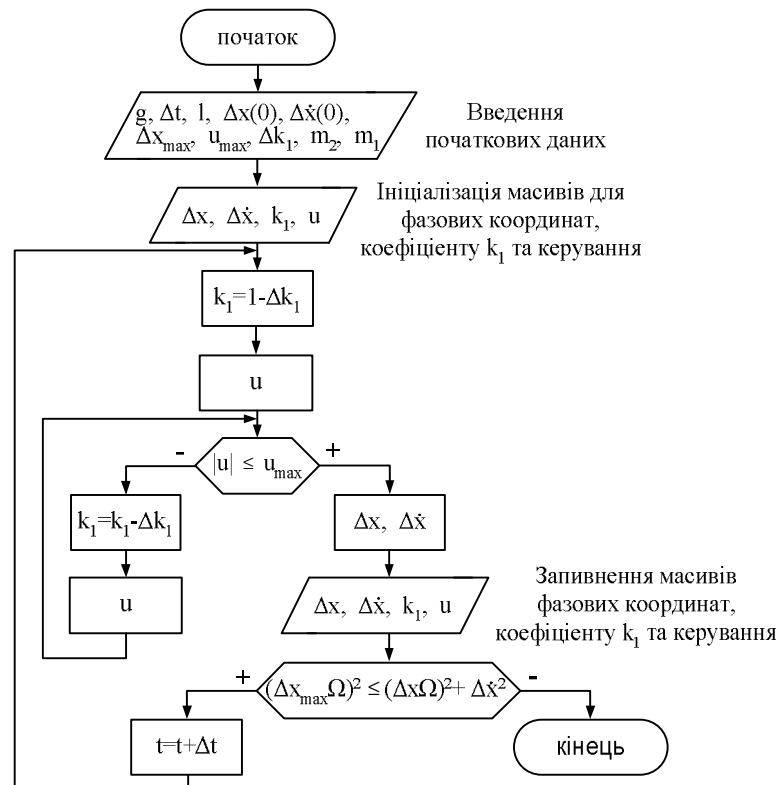


Рис. 4. Блок-схема алгоритму розв'язання системи (21)

Умова $(\Delta x_{\max} \Omega)^2 \leq (\Delta x \Omega)^2 + \Delta t^2$ поставлена для того, щоб визначити тривалість перехідного процесу системи. Оптимальне керування, знайдене за допомогою динамічного програмування, має одну особливість, яка полягає у тому, що якщо величина вектора фазових координат невелика (відхилення та швидкість вантажу стосовно візка є незначними, тобто коливання майже загасли), то оптимальне керування є слабким. Тому для повного усунення коливань може знадобитись значна тривалість часу. Однак цього не вимагається, оскільки є деяка допустима за технологічними правилами або правилами безпеки величина відхилення вантажу стосовно вертикалі Δx_{\max} , за якої можна виконувати інші операції (наприклад, знімати вантаж з

гака). Енергія коливань за допустимого відхилення Δx_{\max} дорівнює $\frac{m_1}{2} (\Delta x_{\max} \Omega)^2$. Тому

необхідно порівнювати поточну енергію коливань, що дорівнює $\frac{m_1}{2} [(\Delta x \Omega)^2 + \Delta t^2]$, з енергією коливань за допустимого відхилення. Якщо поточна енергія менша за допустиму, то вважається, що перехідний процес руху крана закінчився.

Точність отримання результатів розв'язання системи (21) характеризується дискретними величинами Δk_1 та Δt . Переважно для того, щоб домогтись точних результатів, необхідно, щоб: $\Delta k_1 \rightarrow 0$ та $\Delta t \rightarrow 0$.

Зазначимо, що у цьому алгоритмі використані закон зміни фазової координати (20) та її першої похідної за часом $\Delta \dot{x}(t)$. У разі використання давача кута відхилення каната з вантажем від вертикалі необхідно використовувати реальні величини $\Delta x(t)$ та $\Delta \dot{x}(t)$.

На рис. 5 показано результати розрахунків за таких параметрів: $m_1=1000$ кг, $m_2=2000$ кг, $l=5$ м, $Dx=1$ м, $D\dot{x}=-1$ м/с, $Dx_{\max}=0,01$ м, $u_{\max}=0,21$ м/с², що відповідає максимальному привідному зусиллю двигуна $F_{\max}=250$ Н (динамічна складова максимального привідного зусилля $F_{\max, \text{дин}}=210$ Н), $Dk_1=0,02$, $Dt=0,01$ с.

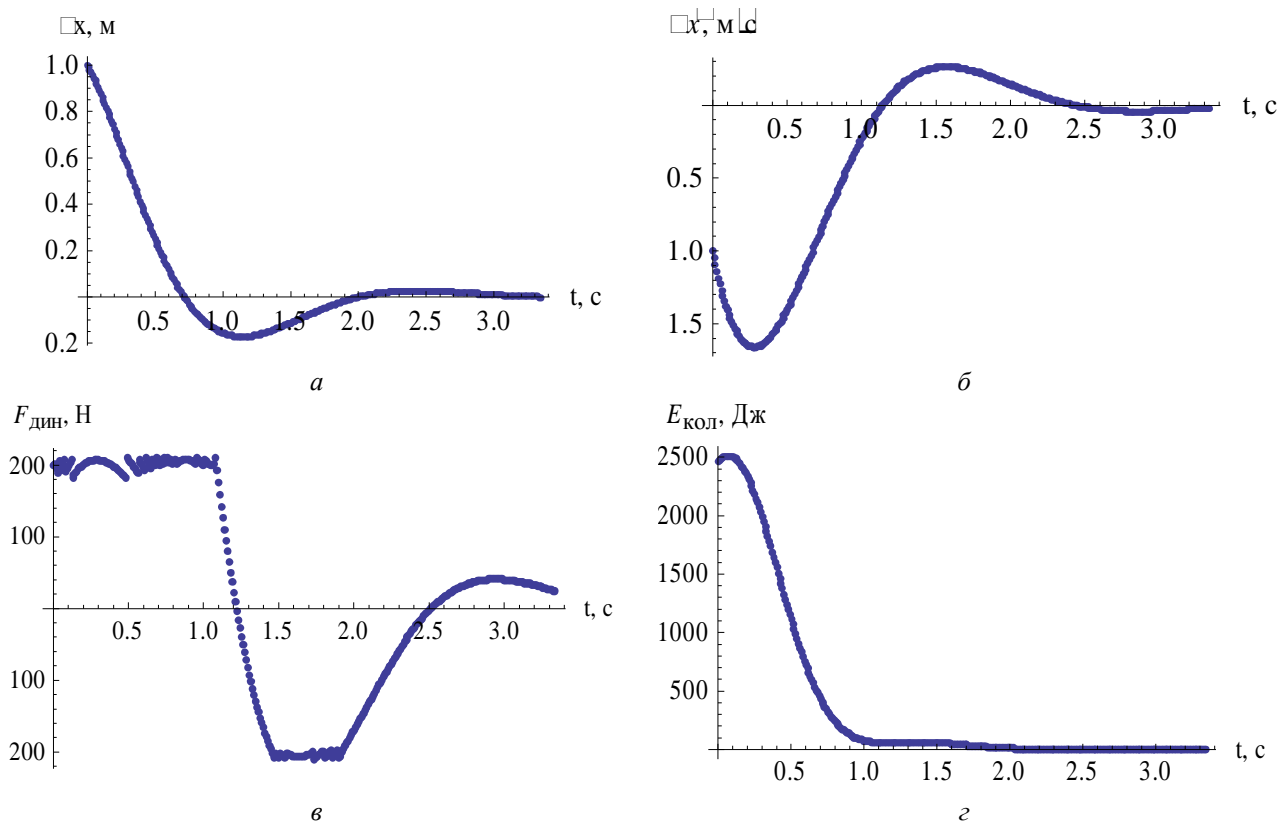


Рис. 5. Графіки функцій різниці переміщень (а) та різниці швидкостей (б) візка і вантажу, динамічного зусилля (в), енергії коливань вантажу (г)

З наведених рисунків бачимо, що коливання усуваються, оскільки різниця переміщень та швидкостей візка і вантажу близькі до нуля. Максимальне зусилля не перевищує встановлених меж, а його характер зміни не має розривів. Тому динамічні навантаження в елементах крана та його приводі зменшуються. Крім того, можна навмисне збільшувати плавність зміни гальмівного зусилля для зменшення динамічних навантажень, свідомо відхиляючись від оптимальної траєкторії руху. Однак це виправдане відхилення, оскільки воно дає змогу перевести роботу крана у менш напружений режим. Що стосується умов усунення коливань вантажу за такого „пом'якшення” режиму руху, то вони будуть виконані, оскільки керування, отримане за допомогою динамічного програмування, дає змогу досягати мети керування за зовнішніх впливів на систему, а таку свідому зміну керування можна розглядати як зовнішній стохастичний вплив.

Недоліком отриманого оптимального керування є те, що довжина гнучкого підвісу залишається незмінною у часі – це унеможливує поєднувати дві операції: переміщення візка та піднімання/опускання вантажу, що, своєю чергою, збільшує тривалість переміщення вантажу з одного положення в інше. Тому необхідно синтезувати також режим гальмування візка за змінної довжини канату. Для цього необхідно визначити оптимальний режим підйому/опускання вантажу.

2. Оптимізація процесу опускання вантажу

Для процесу опускання вантажу протягом гальмування візка також можна використати апарат динамічного програмування. Структура керування буде подібною до вже отриманого керування рухом механізму горизонтального переміщення візка. Це пояснюється тим, що динаміка підйому або опускання вантажу описується системою диференціальних рівнянь, які подібні до системи рівнянь (2). Однак ми використаємо інший критерій оптимізації для роботи механізму підйому/опускання вантажу. Пояснимо чому: підйом та опускання – це закінчений процес, який складається з розгону вантажу, руху на номінальній швидкості та гальмування (у вертикальному напрямі). Можна оптимізувати кожен з цих етапів і, звичайно, оптимізація розгону та гальмування матиме вирішальне значення з погляду динаміки та енергетики процесу опускання вантажу. Ми поставимо простішу задачу – оптимізувати увесь цикл опускання вантажу, не розділяючи його на окремі етапи. Це дасть змогу отримати наглядніший результат, якому, однак, притаманні певні недоліки. Про це ми скажемо дещо пізніше.

Для описання динаміки руху вантажу у вертикальному напрямку використаємо двомасову динамічну розрахункову модель (рис. 6). Ця модель описується системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} m_{n1} \ddot{x}_{e1} = F_{n1} - c_n(x_{e1} - x_{e2}); \\ m_{n2} \ddot{x}_{e2} = c_n(x_{e1} - x_{e2}) - F_{n2}, \end{cases} \quad (22)$$

де m_{n1} – приведена до поступального руху маса системи „двигун-канатний барабан”; m_{n2} – приведена до поступального руху маса системи „вантаж-канат”; x_{e1} , x_{e2} – координати центрів мас відповідно m_{n1} та m_{n2} ; F_{n1} – приведена до каната сила від дії рушійного моменту на валу двигуна; F_{n2} – приведена до каната сила ваги вантажу; c_n – приведена жорсткість канатно-поліспастиної системи. Умови приведення реальних параметрів механізму підйому до параметрів динамічної розрахункової схеми можна знайти у праці [35].

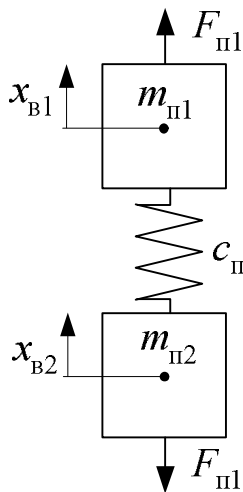


Рис. 6. Динамічна розрахункова схема механізму підйому кранового візка

Протягом процесу опускання вантажу у вантажних канатах виникають коливання [36], які негативно впливають на показники надійності канатів. Вантажні канати – один з тих елементів вантажопідйомної машини, які мають найнижчий термін експлуатації [5]. Тому бажано обирати такі режими роботи механізму підйому та опускання вантажу, щоб зменшити ці навантаження. Тому для процесу опускання вантажу використаємо критерій, який характеризує квадрат зусилля розтягу каната:

$$I_B = \int_0^T [c_n(x_{1B} - x_{2B})]^2 dt \cong \int_0^T (\ddot{x}_{2B})^2 dt. \quad (23)$$

Для мінімізації цього критерію можна використати, як у попередньому пункті, метод динамічного програмування. Однак у цьому випадку це недоцільно, оскільки тут необхідно використовувати чотири фазові координати (переміщення та швидкості мас m_{t1} і m_{t2}) і функція S Беллмана залежатиме від чотирьох аргументів, що значно ускладнить розв'язування основного функціонального рівняння динамічного програмування, аналогічного до рівняння (8). Тому використаємо для цієї задачі класичне варіаційне числення.

Умовою мінімуму критерію (23) є рівняння Ейлера-Пуассона [17]:

$$x_{2B}^{IV} = 0. \tag{24}$$

Порядок цього рівняння вимагає постановки чотирьох крайових умов, які не задовольняють фізичним умовам руху механізму підйому/опускання вантажу. Доцільно мінімум критерію (23) шукати у ширшому класі функцій.

Використаємо прямий метод розв'язування варіаційної задачі, опис якого подано у [37]. Для цього знайдемо розв'язок триточкової крайової задачі. Спочатку проінтегруємо диференціальне рівняння:

$$x_{2B}^{IV} = 0, \tag{25}$$

за крайових умов:

$$\begin{cases} x_{2B}(0) = l_0, \dot{x}_{2B}(0) = 0; \ddot{x}_{2B}(0) = 0; \dddot{x}_{2B}(0) = 0; x_{2B}^{IV}(0) = 0; \\ x_{2B}(\frac{T_1}{2}) = q_1, \dot{x}_{2B}(\frac{T_1}{2}) = q_2; \\ x_{2B}(T_1) = l_1, \dot{x}_{2B}(T_1) = 0; \ddot{x}_{2B}(T_1) = 0; \dddot{x}_{2B}(T_1) = 0; x_{2B}^{IV}(T_1) = 0. \end{cases} \tag{26}$$

Постановка таких початкових та кінцевих умов дає змогу усувати високочастотні коливання вантажу у вертикальному напрямі. Крім того, функція динамічної складової привідного зусилля матиме нульові початкові та кінцеві значення, що поліпшить динаміку механізму підйому/опускання вантажу, виключить удари у кінематичних парах тощо. Постановка двох умов посередині інтервалу $[0, T_1]$ буде зрозуміла з подальшого викладу.

Розв'язок крайової задачі (25)–(26) представляється у вигляді $x_{2B} = x_{2B}(t, T_1, q_1, q_2)$. Знайдемо другу похідну від x_{2B} за часом та підставимо у підінтегральний вираз критерію (23). У результаті отримаємо вираз $I_B = I_B(T_1, q_1, q_2)$. Умовою мінімуму отриманого виразу критерію I_B є система алгебраїчних рівнянь:

$$\frac{\partial I_B}{\partial q_i} = 0, \quad i = 1, 2. \tag{27}$$

Розв'язок цієї системи рівнянь має такий вигляд:

$$\begin{cases} q_1 = \frac{l_0 + l_1}{2}; \\ q_2 = \frac{9009(l_1 - l_0)}{5120T_1}. \end{cases} \tag{28}$$

Підставимо результати (28) у розв'язок крайової задачі (25)–(26) та отримаємо функцію, яка описує рух маси m_{i2} у вертикальному напрямі:

$$x_{2B} = \frac{1}{10T_1^{11}} (-7182(l_0 - l_1)t^{11} + 39501(l_0 - l_1)t^{10}T_1 - 90475(l_0 - l_1)t^9T_1^2 + 110880 \times (l_0 - l_1)t^8T_1^3 - 77220(l_0 - l_1)t^7T_1^4 + 29337(l_0 - l_1)t^6T_1^5 - 4851(l_0 - l_1)t^5T_1^6 + 10l_0T_1^{11}). \tag{29}$$

Приведемо графічну інтерпретацію отриманого закону руху. Для цього побудуємо графіки кінематичних та динамічних функцій (рис. 7) за таких параметрів руху: $l_0 = 8$ м, $l_1 = 5$ м, $T_1 = 4$ с, $m_{n1} = 400$ кг, $m_{n2} = 1000$ кг, $m_1 = 1000$ кг, $c_n = 600000 \frac{H}{м}$.

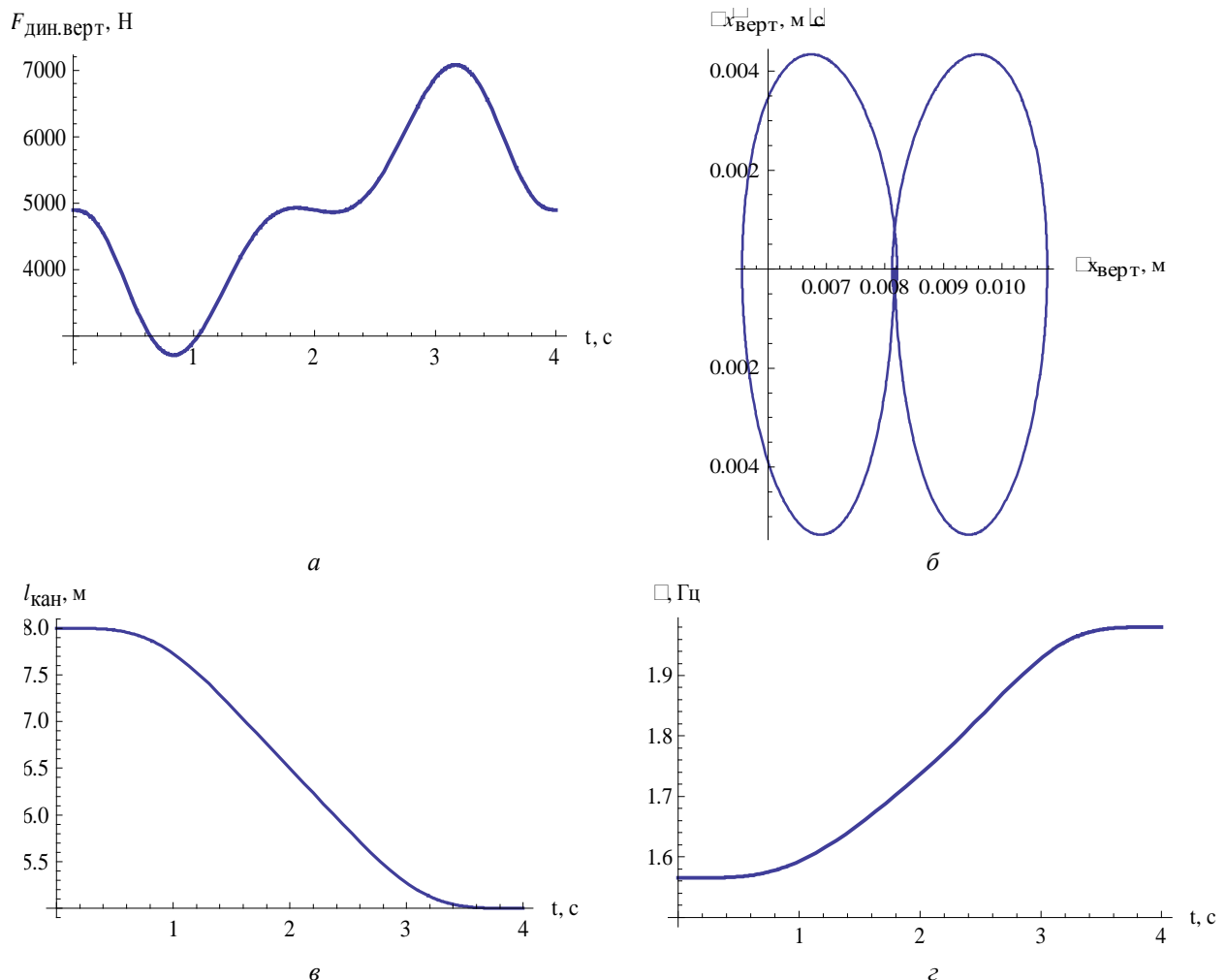


Рис. 7. Графіки функцій динамічної складової привідного зусилля для вертикального переміщення вантажу (а), фазовий портрет коливального процесу (б), зміна довжини каната (в), зміна власної частоти коливаний для горизонтального руху візка і вантажу (г)

Аналіз графіка динамічної складової привідного зусилля (рис. 7, а) показує, що існує яскраво виражений максимум цієї функції. Реалізація такого привідного зусилля на практиці може викликати труднощі, оскільки привідний двигун має обмеження щодо крутного моменту. Це є недоліком отриманого закону руху. Усунути такий недолік можна шляхом оптимізації окремих етапів руху вантажу: розгону, усталеного руху та гальмування.

Аналіз фазового портрета (рис. 7, б) показує усунення коливаний вантажу у кінці переміщення вантажу, що є бажаним, оскільки це зменшує динамічні навантаження у канаті, а також усуває можливість ударів вантажу під час посадки на тверду основу.

Графіки на рис. 7, в і г показують, як змінюються довжина каната під час опускання вантажу, та власна частота коливаний системи „візок-вантаж”, яка викликана зміною довжини каната.

Отриманий закон руху вантажу у вертикальному напрямі необхідно об'єднати з законом руху візка у горизонтальному напрямі. Результатом цього буде комплексна оптимізація режимів двох механізмів крана.

3. Комплексна оптимізація руху візка з вантажем за змінної довжини гнучкого підвісу

Для проведення комплексної оптимізації режимів руху механізмів крана використовуємо матеріал двох попередніх пунктів. У першому пункті отримано функцію оптимального керування рухом кранового візка (17). У другому розділі отримано оптимальний закон зміни у часі довжини гнучкого підвісу (29). Тому можемо підставити формулу (29) у вираз (17) та отримати керування, у якому врахована змінна довжина підвісу протягом гальмування кранового візка. Однак для того, щоб показати, як змінюються фазові координати системи „візок-вантаж” у часі, необхідно проінтегрувати диференціальне рівняння (18), яке тепер є нелінійним, оскільки функція власної частоти коливань є нелінійною функцією часу (рис. 7, г). Чисельне інтегрування отриманого диференціального рівняння було виконане на комп’ютері. Не будемо наводити результати, оскільки вони майже не відрізняються від наведених вище за $w = const$. Це означає, що параметр власної частоти коливань протягом гальмування візка має незначний вплив на коливальний процес вантажу, який закріплений на гнучкому підвісі. Це можна пояснити тим, що цей параметр змінюється дуже повільно, оскільки повільно змінюється довжина гнучкого підвісу, що вимагається за правилами безпечної експлуатації крана.

Для введення конкретного значення власної частоти коливань у програму обчислення оптимального керування рухом візка можна знайти її середньоінтегральну величину протягом гальмування візка:

$$w_{сep.inm} = \frac{1}{T} \int_0^T w dt, \tag{30}$$

яка, наприклад, за параметрів, за яких будувались графіки на рис. 5 та 7, становить 1,78 Гц. Таке апріорне задання параметрів в системі керування властиве для розімкнених систем. При цьому непотрібно мати фактичне значення довжини гнучкого підвісу, що спрощує алгоритм роботи та елементу базу системи керування (не потрібно встановлювати давач довжини гнучкого підвісу). Однак у тому випадку, коли піднімання/опускання вантажу здійснюється на підвищених швидкостях, або гальмування візка є тривалим, зміна довжини гнучкого підвісу буде істотно впливати на усунення коливань вантажу. У цьому випадку потрібно зчитувати дані з давача довжини гнучкого підвісу і використовувати їх для синтезу оптимального керуючого сигналу для приводу візка. Приведемо алгоритм роботи замкненої системи керування рухом візка (рис. 8).

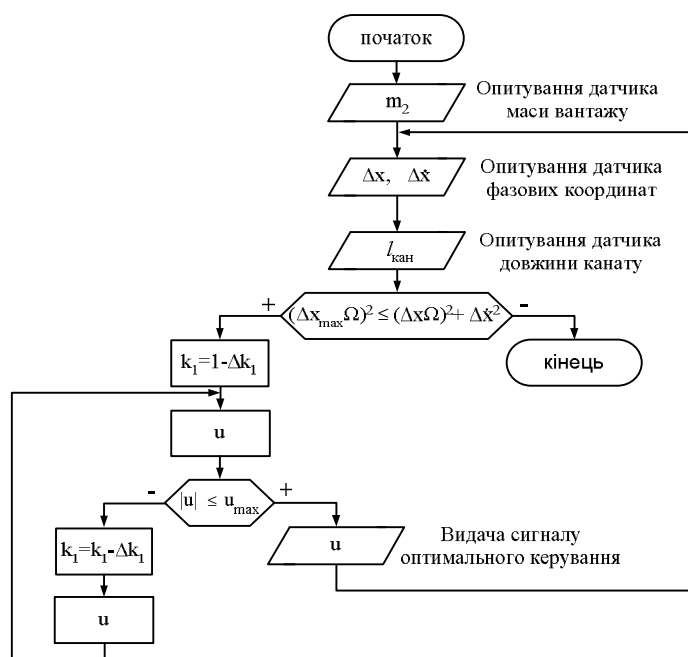


Рис. 8. Алгоритм роботи системи керування рухом кранового візка

Робота розімкненої система автоматичного керування рухом візка відрізняється від приведенного алгоритму лише тим, що введення фазових координат та довжини каната відбувається після їх розрахунку за відповідними формулами (29) – для довжини каната та (3) – для фазових координат. Можна використовувати кінцево-різницеve наближення рівняння (3), тоді у кожному циклі обчислення оптимального сигналу керування u_i система розраховує значення фазових координат Δx_i , Δt_i за відомим значенням попереднього керування u_{i-1} .

Висновок. На основі проведених досліджень можна зробити певні висновки:

1. Використання методу динамічного програмування та прямого варіаційного методу дає змогу здійснити оптимізацію режиму гальмування візка крана зі змінною довжиною гнучкого підвісу, причому характер оптимального керування рухом візка у горизонтальному напрямі є плавним, а абсолютне значення керування не перевищує встановлені межі. Це зменшує динамічні навантаження у механізмі переміщення візка.

2. Недоліком оптимального керування рухом системи „візок-вантаж” є слабе керування у кінці гальмування, коли енергія коливаль є невеликою.

3. У цій постановці задачі режим опускання вантажу розглядався як єдиний процес, що виправдано метою задачі – синтезувати такі режими роботи механізмів крана, за яких робота одного механізму впливає на роботу іншого. Можна розбити процес опускання (піднімання) на три окремі етапи і здійснити оптимізацію кожного з них. Це дасть змогу підвищити динамічні та енергетичні показники механізму підйому вантажу. Однак такі результати буде важче реалізувати у плані побудови алгоритму обчислення оптимального керування рухом візка і вантажу.

4. У роботі приведені структурні схеми алгоритмів роботи для обчислення оптимального керування рухом візка і вантажу. При цьому, як зазначалося раніше, перевага оптимального керування, знайденого за допомогою динамічного програмування, полягає у тому, що потрібно у функцію керування вводити поточні фазові координати системи. Отже, стратегічний та виконавчий рівні мехатронної системи керування рухом візка поєднуються в один.

1. Гербст В.А. Влияние гибкого подвеса на процесс торможения крановой тележки: дисс. ... канд. техн. наук / В.А. Гербст. – Х., 1958. – 172 с. 2. Комаров М.С. Динамика грузоподъемных машин / М.С. Комаров. – М.: Машиностроение, 1969. – 206 с. 3. Казак С.А. Динамика мостовых кранов / С.А. Казак. – М.: Машиностроение, 1968. – 331 с. 4. Григоров О.В. Совершенствование рабочих характеристик крановых механизмов: дисс. ... д-ра техн. наук: 05.05.05 / О.В. Григоров. – Х., 1995. – 386 с. 5. Спицына И.О. Исследование долговечности узлов и деталей подъемно-транспортных машин циклического действия: дисс. ... д-ра техн. наук: 05.05.05. / И.О. Спицына. – М., 1972. – 384 с. 6. Смехов А.А. Оптимальное управление подъемно-транспортными машинами / А.А. Смехов, Н.И. Ерофеев. – М.: Машиностроение, 1975. – 239 с. 7. Сиротский В.Ф. Продолжительность циклов порталных кранов / В.Ф. Сиротский, П.П. Артемьев // Портовые краны. – 1960. – № 2. – С. 3–7. 8. Аксенов Л.Б. Синтез системы для гашения колебаний груза / Л.Б. Аксенов // Подъемно-транспортные машины. – 1981. – № 10. – С. 66–69. 9. Сахаров Э.О. Некоторые вопросы демпфирования колебаний груза на гибком подвесе / Э.О. Сахаров // Исследование динамики грузоподъемных кранов. – 1970. – №5(100). – С. 30–39. 10. Гаранин Н.П. Грузоподъемные машины на речном транспорте: [учебник для студентов вузов] / Н.П. Гаранин, В.И. Брауде, П.П. Артемьев. – [2-е изд., перераб. и доп.]. – М.: Транспорт, 1991 – 319 с. 11. Флюгель Ф. Методика построения обобщенных математических моделей грузоподъемных кранов с грузом на пространственном канатном подвесе: автореф. дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.05.04 „Дорожные, строительные и подъемно-транспортные машины” / Ф. Флюгель. – С.Пб., 2002. – 18 с. 12. Сохадзе А.Г. Мехатронная система грузоподъемного крана для автоматической

стабилизации положения груза и управления его движением: дисс. ... канд. тех. наук: 05.02.05 / А.Г. Сохадзе. – Новочеркасск, 2006. – 218 с. 13. Мисюра В.П. Уменьшение колебаний груза при автоматизированном режиме работы кранов-перегрузателей / В.П. Мисюра, И.Н. Васильченко // *Механизация и автоматизация производства*. – 1985. – №11. – С. 22–24. 14. Терехов В.М., Осипов О.И. Системы управления электроприводов: учебник / В.М. Терехов, О.И. Осипов; под ред. В.М. Терехова. – Саратов: Изд. центр „Академия”, 2005. – 300 с. 15. Текшиева И.В. Особенности использования нечетких моделей в задачах управления движением мехатронных объектов / И.В. Текшиева, Ц. Дуньюэ, Ю.В. Подураев, К.Р. Карлов, И.Л. Ермолов // *Мехатроника, автоматизация, управление*. – 2007. – №10. – С. 30–33. 16. Wahyudi. Control strategy for automatic gantry crane systems: a practical and intelligent approach / Wahyudi, Jamaludin Jalani, Riza Muhida, Momoh Jimoh Emiyoka Salami. // *International Journal of Advanced Robotic Systems*. – 2007. – № 4. – P. 447–456. 17. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л.Э. Эльсгольц. – М.: Наука, 1969. – 424 с. 18. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Физматгиз, 1961. – 392 с. 19. Свиргун В.П. Разработка оптимальных законов управления мостовым грейферным краном и применение микропроцессорной системы для их реализации: автореф. дисс. ... канд. техн. наук: спец. 05.05.05 „Подъемно-транспортные машины” / В.П. Свиргун. – Х., 1989. – 15 с. 20. Герасимьяк Р.П. Анализ и синтез крановых электромеханических систем / Р.П. Герасимьяк, В.А. Лецев. – Одесса: СМІЛ, 2008. – 192 с. 21. Бушер В.В. Асинхронный электропривод подъемно-транспортных механизмов с микропроцессорным управлением: автореф. дисс. ... канд. техн. наук: спец. 05.09.03 „Электрические комплексы и системы, включая их управление и регулирование” / В.В. Бушер. – Одесса, 1993. – 16 с. 22. Базил Ш. Управление электроприводом циклически работающих механизмов горизонтального перемещения: дисс. ... канд. техн. наук: 05.09.03 / Ш. Базил. – Одесса, 1993. – 186 с. 23. Мельникова Л.В. Автоматизация технологического процесса перемещения механизма с подвешенным грузом средствами микропроцессорного управления: дисс. ... канд. техн. наук: 05.09.03 / Л.В. Мельникова. – Одесса, 2000. – 116 с. 24. Черноусько Ф.Л. Управление колебаниями / Ф.Л. Черноусько, Л.Д. Акуленько, Б.Н. Соколов. – М.: Наука, 1980. – 384 с. 25. Геронимус Я.Л. О некоторых методах определения оптимального закона движения, рассматриваемого как управляющее воздействие / Я.Л. Геронимус, М.М. Перельмутер // *Машиноведение*. – 1966. – № 6. – С. 6–24. 26. Перельмутер М.М. Устранение колебаний груза, подвешенного к крановой тележке, воздействием на его электропривод / М.М. Перельмутер, Л.Н. Поляков // *Известия вузов. Электромеханика*. – 1971. – № 7. – С. 769–774. 27. Ловейкин В.С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин / В.С. Ловейкин. – К.: УМК ВО, 1990. – 168 с. 28. Будиков Л.Я. Многопараметрический анализ динамики грузоподъемных кранов мостового типа / Л.Я. Будиков. – Луганск: Издательство ВУГУ, 1997. – 210 с. 29. Фельдбаум А.А., Бутковский А.Г. Методы теории автоматического управления. – М.: Наука, 1971. – 744 с. 30. Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования / [перевод с англ. Н.М. Митрофановой, А.А. Первозванского, А.П. Хусу, О.В. Шалаевского] – М.: Наука, 1965. – 460 с. 31. Моделивання динаміки механізмів вантажопідійомних машин / [В.С. Ловейкін, Ю.В. Човнюк, М.Г. Діктерук, С.І. Пастушенко]. – К.-Миколаїв: РВВ МДАУ, 2004. – 286 с. 32. Григоров О.В., Петренко Н.О. Вантажопідійомні машини: навч. посіб. – Х.: НТУ „ХПІ”, 2006. – 304 с. 33. Герасимьяк Р.П., Лецев В.А. Анализ и синтез крановых электромеханических систем. – Одесса: СМІЛ, 2008. – 192 с. 34. Олейников В.А., Золотов Н.С., Приивин А.М. Основы оптимального и экстремального управления. – М.: Высш. шк., 1969. – 296 с. 35. Ловейкін В.С. Теорія технічних систем / В.С. Ловейкін, І.І. Назаренко, О.Г. Онищенко. – К. – Полтава: ІЗМН-ПДТУ, 1998. – 200 с. 36. Ловейкін В.С. Динамічна оптимізація підійомних машин / В.С. Ловейкін, А.П. Нестеров. – Х.: ХНАДУ, 2002. – 291 с. 37. Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О. Оптимізація перехідних режимів руху механічних систем прямим варіаційним методом. – К.–Ніжин: Видавець ПП Лисенко М.М., 2010. – 184 с.