

вibratora с реактивними масами // Вісник Кременчуцького державного університету ім. М. Остроградського. – 2010. – Вип. 3, ч. 2. – С. 86 – 89. 3. Ланець О.С. Високоєфективні між-резонансні вібраційні машини з електромагнітним приводом (Теоретичні основи та практика створення): моногр. – Львів: Видавництво Нац. ун-ту “Львівська політехніка”, 2008. – 324 с. 4. Сливинская А. Г. Электромагниты и постоянные магниты. – М.: Энергия, 1972. – 248 с. 5. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. – К.: Наук. думка, 1988. – 736 с.

УДК 621.01

В.М. ГУРСЬКИЙ, Я.В. ШПАК

Національний університет “Львівська політехніка”,

АНАЛІЗ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕЗОНАНСНИХ ВІБРАЦІЙНИХ СИСТЕМ

© Гурський В.М., Шпак Я.В., 2011

Наведено математичні моделі та здійснено порівняльний аналіз електромеханічних характеристик роботи резонансних вібраційних систем з декількома електромагнітними віброзбуджувачами, ввімкнених за реактивною схемою живлення. Порівняно результати коливань двомасових систем за статичних і динамічних характеристик електромагнітного привода.

The article describes the mathematical models and the comparative analysis of electromechanics descriptions of work of the resonance vibratory systems with a few electromagnetic vibroexciters, included after the reactive chart of feed. The results of vibrations of the two-mass systems are compared at static and dynamic descriptions of electromagnetic drive.

Вступ. Використання сучасних засобів автоматизації для керування багатомасовими резонансними вібраційними системами з фінансового погляду не завжди є виправданим, хоч операції налагодження механічної коливальної системи (забезпечення власних частот) під відповідні частоти збурення на практиці є вкрай трудомісткими, особливо для великогабаритних технологічних вібромашин. З цієї позиції більшість вібраційних систем за компонуванням структури є двомасовими, оскільки мають один робочий резонанс.

Постановка проблеми. Для забезпечення ефективної роботи вібраційних систем у резонансних режимах роботи важливо передусім змоделювати її роботу з урахуванням специфіки функціонування привода. Використання електромагнітного привода для збурення механічних систем у резонансних режимах має певні особливості, зумовлені схемами живлення електромагнітів – наявність постійної складової тягового зусилля в одноконтурних і реактивних схемах; поява гармонік параметрів силового кола (сили струму, змінного тягового зусилля). Через ті особливості змінне тягове зусилля може трактуватися як неідеалізоване джерело збурення, від якого суттєво залежить робота вібраційного пристрою. Окрім цього, важливим є вивчення особливостей впливу роботи механічної системи на динаміку привода.

Аналіз останніх досліджень. Дослідження в галузі функціонування резонансних вібраційних машин і випробувальних стендів з електромагнітними вібробудувачами (ЕМВ) подано у фундаментальних працях М. В. Хвінгії, С. Л. Цифанського [1], О. Є. Божко [2, 3] та інших вчених [4]. Вони сформулювали закономірності роботи ЕМВ у різних частотних режимах для найпоширеніших одно-, двотактних і реактивних схем вмикання, ЕМВ з підмагнічуванням та навели аналітичні залежності електромеханічних характеристик двомасових вібраційних систем. У їхніх наукових працях робота ЕМВ аналізується за номінальним (постійним) значенням повітряного проміжку між складовими ЕМВ, без урахування реальної його зміни в процесі роботи механічної системи. Такий підхід зумовлений складністю отримання аналітичних рішень, а тому не дає повного уявлення про взаємозв'язок між електричною та механічною системами, вплив роботи останньої на зміну електричних характеристик.

Постановка задачі. В статті розглянуто задачу аналізу електромеханічних характеристик двомасових резонансних вібраційних систем за одночастотного збурення декількома ЕМВ, ввімкненими у мережу живлення за реактивною схемою (напряму). На основі цього виконано порівняльний аналіз складених диференціальних рівнянь електромагнітних систем щодо впливу роботи механічної системи (урахування реальної зміни повітряного проміжку) на динаміку ЕМВ.

Виклад основного матеріалу. Струм у витках котушки визначається із закону повного струму для електричного контуру [1–3]:

$$w \cdot \frac{d}{dt} \Phi(t) + r \cdot i(t) = u(t) \quad (1)$$

$$\text{або } \frac{d}{dt} (L(t) \cdot i(t)) + r \cdot i(t) = u(t) \quad (1^*)$$

де $\Phi(t) = G(t) \cdot w \cdot i(t)$, $u(t) = U_0 \sin(\omega t)$ – закони зміни магнітного потоку та напруги живлення; $G(t) = m_0 \cdot S / 2d(t)$ – магнітна провідність повітряного проміжку; $m_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнітна проникність повітря; r – активний опір обмотки; d_0 – номінальне (постійне) значення повітряного проміжку; S – площа поверхні полюсів магніту; w – кількість витків котушки ЕМВ; $L(t) = G(t) \cdot w^2$ – індуктивність обмотки.

Урахувавши зміни повітряного проміжку під час роботи механічної системи $d(t)$, прийнявши позначення $k = m_0 S w^2$, перший доданок рівняння (1) і його розмірність набудуть вигляду:

$$w \cdot \frac{d}{dt} \Phi(t) = \frac{k \left(d(t) \frac{d}{dt} i(t) - i(t) \frac{d}{dt} d(t) \right)}{2d(t)^2}, \quad \frac{\left[\frac{\text{Гн}}{\text{м}} \right] \left[\text{м}^2 \right] \left(\left[\text{м} \right] \left[\frac{\text{А}}{\text{с}} \right] \right)}{\left[\text{м}^2 \right]} = \left[\text{В} \right].$$

Тягове зусилля ЕМВ формується в змінному повітряному проміжку згідно із [2], залежить від закону зміни цього проміжку в процесі роботи механічної системи $d(t)$ та сили струму $i(t)$ в обмотці котушки:

$$F(t) = \frac{dW(t)}{dd(t)} = \frac{k}{4} \left[\frac{i(t)}{d(t)} \right]^2. \quad (2)$$

де $W(t) = L(t) \cdot i(t)^2 / 2$ – електромагнітна енергія ЕМВ.

Оскільки сила струму $i(t)$ згідно з (1) також залежить від зміни проміжку $d(t)$, то електрична складова є нелінійною параметричною системою.

Закон зміни $F(t)$ тягового зусилля n -ЕМВ, ввімкнених за паралельною схемою, визначається за виразом [3]:

$$F(t) = \frac{n \cdot \Phi(t)^2}{m_0 \cdot S} = \frac{n \cdot k}{4} \left[\frac{i(t)}{d(t)} \right]^2, \quad (3)$$

де Φ – магнітний потік, що створюється в системі під час проходження струму через витки w_j обмотки одного електромагніту.

Рівняння електричного кола для паралельних n -ЕМВ має вигляд:

$$n \cdot \left[\frac{d}{dt} (L(t) \cdot i(t)) + R \cdot i(t) \right] = u(t), \quad (4)$$

де $L(t) = 1 / \sum_{j=1}^n \frac{1}{L_j(t)}$ – індуктивність n -ЕМВ; $L_j(t) = G(t) \cdot w_j^2$ – індуктивність j -го електромагніту;

$R = 1 / \sum_{j=1}^n \frac{1}{r_j}$ – активний опір n -ЕМВ; r_j – активний опір однієї обмотки.

Для схеми з двома ЕМВ ($n = 2$) складові рівняння (4) набудуть вигляду

$$L(t) = 1 / \sum_{j=1}^2 \frac{1}{L_j(t)} = \frac{G(t) \cdot w^2}{2}; \quad R = 1 / \sum_{j=1}^2 \frac{1}{r_j} = \frac{r}{2}, \quad \text{оскільки } 1 / \sum_{j=1}^n \frac{1}{A} = \frac{A}{n}.$$

Саме рівняння стану електромагнітної складової одного ЕМВ подамо так

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \cdot S \cdot w^2 \cdot i(t)}{2d(t)} \right) + r \cdot i(t) &= u(t), \\ \frac{k}{2} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{i(t)}{d(t)} \right) + r \cdot i(t) &= u(t). \end{aligned} \quad (5)$$

Запишемо закон зміни повітряного проміжку, взявши відносно переміщення коливальних мас в силовому збуренні $\Delta y(t)$: $d(t) = d_0 - \Delta y(t)$. Отримаємо нелінійне диференціальне рівняння першого порядку

$$\frac{k \left((d_0 - \Delta y(t)) \frac{d}{dt} i(t) + i(t) \frac{d}{dt} \Delta y(t) \right)}{2(d_0 - \Delta y(t))^2} + r \cdot i(t) = u(t), \quad (6)$$

яке набуде остаточного вигляду

$$\frac{k}{2(d_0 - \Delta y(t))} \cdot \frac{d}{dt} i(t) + \left[r + \frac{k \cdot \frac{d}{dt} \Delta y(t)}{2(d_0 - \Delta y(t))^2} \right] \cdot i(t) = u(t), \quad (6^*)$$

Отримане рівняння (6*) не можна розв'язати, оскільки його розв'язок визначається параметрами та умовами роботи механічної системи. До рівняння (6*) потрібно долучити в систему диференціальні рівняння руху механічної складової системи, закон зміни силового збурення якої передається виразами (2) або (3). Фактично рівняння (6*) і (3) визначають **динамічні** характеристики силових параметрів ЕМВ, є їхніми часовими залежностями та враховують безпосередньо АЧХ коливальних мас і часову зміну повітряного проміжку під час роботи механічної системи, її вплив на силові параметри ЕМВ загалом.

Для урахування динамічних характеристик ЕМВ використовують рівняння (3) і (6*), а узагальнена математична модель електромеханічної двомасової системи набуде вигляду:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1(t) + c_1 \cdot (y_1(t) - y_2(t)) + b_1 \cdot (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) + \\ + c_{i3} \cdot y_1(t) + b_{i3} \cdot \dot{x}_1(t) = \frac{n \cdot k}{4} \left[\frac{i(t)}{d_0 - (y_1(t) - y_2(t))} \right]^2; \\ m_2 \ddot{x}_2(t) - c_1 \cdot (y_1(t) - y_2(t)) - b_1 \cdot (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) = -\frac{n \cdot k}{4} \left[\frac{i(t)}{d_0 - (y_1(t) - y_2(t))} \right]^2; \\ \frac{k}{2(d_0 - (y_1(t) - y_2(t)))} \cdot x(t) + \left[r + \frac{k \cdot (x_1(t) - x_2(t))}{2(d_0 - (y_1(t) - y_2(t)))^2} \right] \cdot i(t) = u(t). \end{cases} \quad (7)$$

Коли відносне переміщення мас в силовому збуренні не враховувати (або ж воно є малим і не вартим уваги) $\Delta y(t) \rightarrow 0$, рівняння (6*) набуде простого вигляду:

$$\frac{k}{2d_0} \cdot \frac{d}{dt} i(t) + r \cdot i(t) = u(t), \quad (8)$$

Відповідно формула (3) для тягового зусилля ЕМВ теж спрощується

$$F(t) = \frac{k}{4} \left[\frac{i(t)}{d_0} \right]^2. \quad (9)$$

Використовуючи **статичні** характеристики ЕМВ (мається на увазі, що розрахунок виконано за номінальним постійним повітряним проміжком d_0) у рівняннях (8) і (9) сумісно з диференціальними рівняннями лінійної двомасової вібраційної системи, отримаємо узагальнену математичну модель електромеханічної системи у вигляді:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1(t) + c_1 \cdot (y_1(t) - y_2(t)) + b_1 \cdot (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) + c_{i3} \cdot y_1(t) + b_{i3} \cdot \dot{x}_1(t) = \frac{n \cdot k}{4} \left[\frac{i(t)}{d_0} \right]^2; \\ m_2 \ddot{x}_2(t) - c_1 \cdot (y_1(t) - y_2(t)) - b_1 \cdot (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) = -\frac{n \cdot k}{4} \left[\frac{i(t)}{d_0} \right]^2; \\ \frac{k}{2d_0} \cdot x(t) + r \cdot i(t) = u(t). \end{cases} \quad (10)$$

Рівняння виду (8) дає змогу за нульових початкових умов одержати аналітичний розв'язок (рис. 1) для живлення напряму згідно із законом напруги живлення $u(t) = U_0 \sin(\omega \cdot t / 2)$, де ω – частота коливань механічної системи.

$$i(t) = \frac{2U_0 \left(Z\omega \cdot e^{-\frac{r-t}{Z}} + 2r \cdot \sin(\omega t / 2) - Z\omega \cdot \cos(\omega t / 2) \right)}{Z^2 \omega^2 + 4r^2}, \quad (11)$$

де $Z = k / 2d_0$.

```
In[7]:= sol = i'[t] * Z + i[t] * r == U0 * Sin[omega * t / 2]
Out[7]= r i[t] + Z i'[t] == U0 Sin[t * omega / 2]

In[8]:= DSolve[{sol, i[0] == 0}, i[t], t]
Out[8]= {{i[t] -> \frac{2 e^{-\frac{r t}{Z}} U_0 (Z \omega - e^{\frac{r t}{Z}} Z \omega \cos[\frac{t \omega}{2}] + 2 e^{\frac{r t}{Z}} r \sin[\frac{t \omega}{2}])}{4 r^2 + Z^2 \omega^2}}}}
```

Рис. 1. Розв'язок диференціального рівняння (8) у програмі Mathematica

Отже, системи рівнянь (7) і (10) можна подавати без диференціальних рівнянь силового кола ЕМВ (6*) і (8), проте з урахуванням розв'язку (11) у правій частині диференціальних рівнянь механічних систем. Розглянемо умови роботи вібраційної системи на частоті 100 Гц (живлення ЕМВ здійснюється напряму з мережі за реактивною схемою), використовуючи статичні характеристики ЕМВ (10) із параметрами:

- механічної системи $m_1 = 40\text{кг}$, $m_2 = 20\text{кг}$, $z = 0,98$, $c_1 = 1,36 \cdot 10^6 \text{ Н/м}$, $c_{i3} = 2 \cdot 10^4 \text{ Н/м}$;
- електромагнітної системи $d_0 = 0,003\text{м}$, $w = 1250$, $S = 2,784 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$, $r = 20\text{Ом}$, $U_0 = 220\text{В}$,

кількість ЕМВ $n = 3$.

Числовим методом отримано часові характеристики руху коливальних мас і силових параметрів ЕМВ (рис. 2), здійснено їхній спектральний аналіз (рис. 3), який загалом висвітлює наявність основних, кратних гармонік і постійних складових коливальних параметрів (табл. 1).

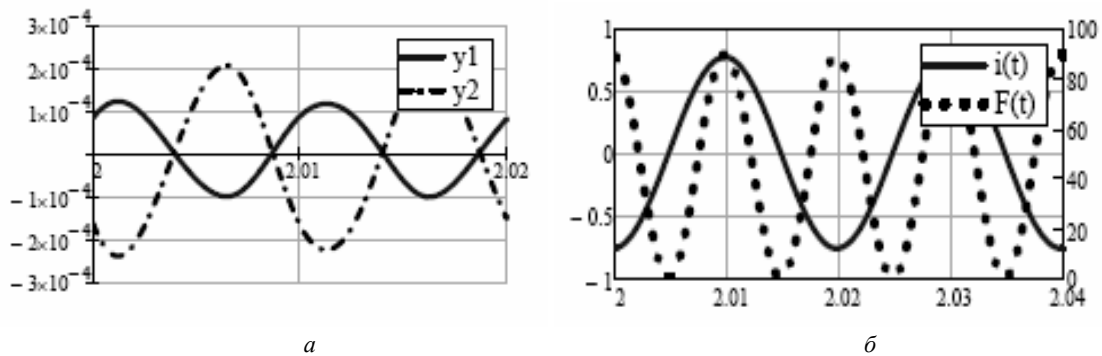


Рис. 2. Часові залежності коливань мас (а) та силових параметрів ЕМВ (б) при частоті синусоїдальної напруги живлення частотою 50 Гц на підставі статичних характеристик ЕМВ

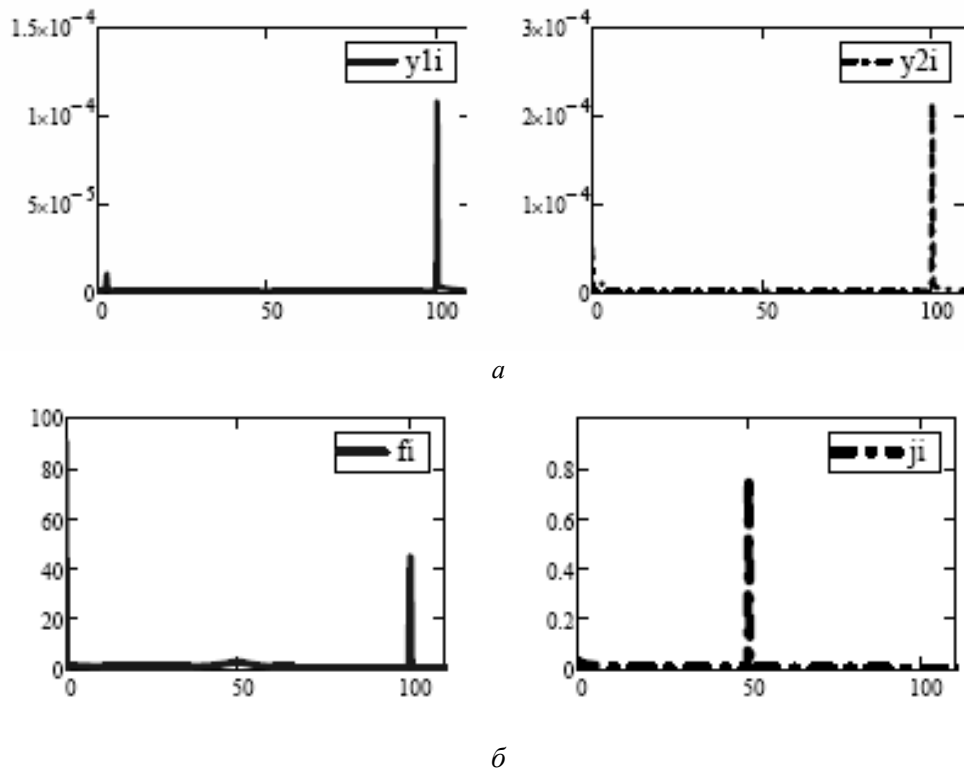


Рис. 3. Спектральний аналіз часових залежностей коливань мас (а) та силових параметрів ЕМВ (б) при частоті напруги живлення 50 Гц на підставі статичних характеристик ЕМВ

Таблиця 1

Амплітудні значення коливальних параметрів статичної моделі ЕМВ

Коливальний параметр	Амплітудне значення гармоніки		
	Постійна складова (0 Гц)	Вища складова (100 Гц)	Нижча складова (50 Гц)
$y_1(t), м$	$2,5 \cdot 10^{-7}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$7,7 \cdot 10^{-7}$
$y_2(t), м$	$2,5 \cdot 10^{-5}$	$2,15 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-6}$
$i(t), А$	0,012	0	0,77
$F(t), Н$	45,2	44,5	2,7

Часові залежності моделі (7) за характером та за амплітудними значеннями (табл. 2) практично не відрізняються від характеристик на основі статичної моделі ЕМВ.

Таблиця 2

Амплітудні значення коливальних параметрів динамічної моделі ЕМВ

Коливальний параметр	Амплітудне значення гармоніки		
	Постійна складова (0 Гц)	Вища складова (100 Гц)	Нижча складова (50 Гц)
$y_1(t), м$	$2,5 \cdot 10^{-7}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$7,9 \cdot 10^{-7}$
$y_2(t), м$	$2,5 \cdot 10^{-5}$	$2,13 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-6}$
$i(t), А$	0,012	0	0,73
$F(t), Н$	44,9	44,9	2,8

Отже використання динамічної моделі ЕМВ дає змогу встановити реальну зміну електромеханічних параметрів, повітряного проміжку (рис. 4), характер і час перехідного режиму під час пуску вібраційної системи, а також побудувати АЧХ електромагнітної системи.

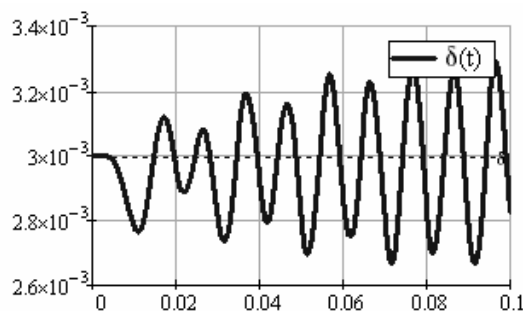


Рис. 4. Зміна повітряного проміжку під час перехідного режиму відносно номінального значення

Висновки. 1. Виконано порівняльний аналіз часових залежностей коливань мас та силових параметрів електромагнітного кола ЕМВ за статичною (коли не враховується відносне переміщення коливальних мас, що зазнають силового збурення) та динамічною моделлю ЕМВ із реактивними схемами вмикання для двомасових вібраційних систем. Збіжність результатів коливань мас та характеристик силового кола (сила струму та тягове зусилля ЕМВ) становить 98 % на основі спектрального аналізу за Фур'є досліджуваних характеристик, за умови, що механічна система є лінійною і розглядаються її малі коливання.

2. Отримано аналітичний вираз для коливань сили струму (з урахуванням перехідного режиму) в електромагнітному колі ЕМВ зі статичними характеристиками. Наведений вираз (11) можна використовувати безпосередньо у (3) для узагальненого зусилля збурення вібраційної системи та для дослідження коливань систем без урахування диференціального рівняння електромагнітного кола ЕМВ (6) і (8).

1. Цыфанский С.Л. *Нелинейные и параметрические колебания вибрационных машин технологического назначения* / С. Л. Цыфанский, В. И. Бересневич, А. Б. Окс. – Рига: Зинатне, 1991. – 230 с. 2. Божко А. Е. *О сингулярной формуле тягового усилия двухтактного электромагнитного вибровозбудителя* // Доп. НАН України. – 2009. – № 9. – С. 92–96. 3. Божко А.Е., Бельх В.И., Мягкохлеб К.Б. *Математические модели и структурные схемы электромагнитных вибровозбудителей* // Проблемы машиностроения. – 2005. – Т. 8, № 4. – С. 35–40. 4. Zeljko V.Despotovic, Zoran V.Stojiljkovic. *PSPICE Simulation of two-mass vibratory conveying system with electromagnetic drive EUROCON 2005 Serbia & Montenegro, Belgrade, November 22–24, 2005.*

УДК 666.97.033.16

М.Г. ЄМЕЛЬЯНЕНКО

Харківський державний технічний університет будівництва та архітектури

СТВОРЕННЯ ОБЛАДНАННЯ З ПНЕМОГІДРОПРИВОДОМ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ ДРІБНОШТУЧНИХ ВИРОБІВ

© Ємельяненко М.Г., 2011

Розглянуто схеми і опис конструкцій вібраційних машин з пневогідравлічним приводом, який містить еластичні оболонки. Встановлено раціональні співвідношення параметрів пневмовібраційної системи формувальних машин. Складено диференціальні рівняння, які описують динаміку робочого органа та параметри стану стисненого повітря пневмосистеми; наведено результати розв'язання рівнянь на ПЕОМ.

Are given the circuit both description of a design of vibrating devices with a pneumo-hydraulic drive including elastic environments. Established rational relationship between the parameters of the system pneuvibration molding machines. The differential equations describing moment of a working body of the vibrating machine and parameters of a condition of compressed air of pneumosystem are made; the results of the decision of the equations on the computer are given.

Постановка проблеми. Тенденції розвитку будівельної промисловості в Україні і за кордоном з початку ХХІ ст. спрямовані на використання досконаліх, екологічно чистих, енерго- і ресурсозберігаючих вітчизняних та закордонних технологій, машин, обладнання, конструкцій і матеріалів.

Найпривабливішими в сучасному будівництві є дрібноштучні бетонні вироби (блоки, бордюри, тротуарна плитка), які виготовляють з використанням вібрації або вібропресування. Обладнання для виготовлення дрібноштучних бетонних виробів, порівняно з обладнанням виробництв збірного залізобетону, а також керамічної і силікатної цегли, дешевше і займає менші площі, а витрати енергії на одиницю продукції значно нижчі.