

## ПОРІВНЯЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ АПРОКСИМАЦІЙ У МАТЕМАТИЧНИХ МАКРОМОДЕЛЯХ ЕЛЕКТРОННИХ ПРИСТРОЇВ

© Матвійчук Я.М., 2011

Наведено результати порівняльного макромодельовання трьох електронних пристроїв з використанням апроксимацій у евклідовій та чебишевській метриках.

**Ключові слова:** макромодельовання, евклідова метрика.

**The results of comparative macromodelling of the three electronic devices using approximations in Euclidean and Chebyshev metrics.**

**Key words:** macromodelling, Euclidean metric.

### Загальне формулювання проблеми

Макромоделями називаємо математичні моделі пристроїв та систем, які можуть бути простіші за оригінал, але достатньо точно відтворюють істотні зовнішні особливості поведінки модельованих об'єктів.

У загальному випадку математична макромодель – це оператор (функціонал), що пов'язує вхідні, вихідні та внутрішні змінні згідно з рівнянням

$$\Phi(\bar{u}(t), \bar{y}(t), \bar{x}(t); \bar{p}) = 0, \quad (1)$$

де  $\bar{u} = (u_1, \dots, u_r)$ ,  $\bar{y} = (y_1, \dots, y_s)$ ,  $\bar{x} = (x_1, \dots, x_n)$  – вектори вхідних, вихідних, внутрішніх величин відповідно;  $\bar{p} = (p_1, \dots, p_N)$  – вектор параметрів оператора.

Ідентифікувати математичну модель системи – це значить по заданій структурі оператора в (1) та відомим векторам  $\bar{u}(t \in [t_0, t_1])$  та  $\bar{y}(t \in [t_0, t_1])$  знайти вектор  $\bar{p}$  такий, щоб

$$\min_{\bar{p}} \left\| \bar{y}(t) - \tilde{\bar{y}}(t; \bar{p}) \right\| \text{ для всіх } t \in [t_0, t_1], \quad (2)$$

де  $\tilde{\bar{y}}(t; \bar{p})$  є розв'язком рівняння (1) при заданому  $\bar{p}$ .

На практиці вектори  $\bar{u}(t)$  та  $\bar{y}(t)$  задаються на дискретній множині значень  $\{t_k\}$ ,  $k=1, \dots, M$ . У цьому випадку ідентифікація (2) набуває вигляду

$$\min_{\bar{p}} \left\| \bar{y}(t_k) - \tilde{\bar{y}}(t_k; \bar{p}) \right\|, \quad k=1, \dots, M. \quad (3)$$

Вибір певної норми зумовлює метод розв'язання оптимізаційної задачі (3).

Найпоширенішою є евклідова норма (метод найменших квадратів)

$$\min_{\bar{p}} \sum_{k=1}^M (\bar{y}(t_k) - \tilde{\bar{y}}(t_k; \bar{p}))^2. \quad (4)$$

Значно рідше застосовується чебишевський мінімакс

$$\min_{\bar{p}} \max_{k=1, M} \left| \bar{y}(t_k) - \tilde{\bar{y}}(t_k; \bar{p}) \right|. \quad (5)$$

Макромодельовання полягає у виборі структури оператора в (1) та ідентифікації параметрів обраної структури за заданими множинами значень  $\{ \bar{u}(t_k) \}$ ,  $\{ \bar{y}(t_k) \}$ ,  $k=1, \dots, M$ .

В [1] доведено теорему, яка обґрунтовує загальну структуру макромоделей динамічних систем, показану на рис. 1.

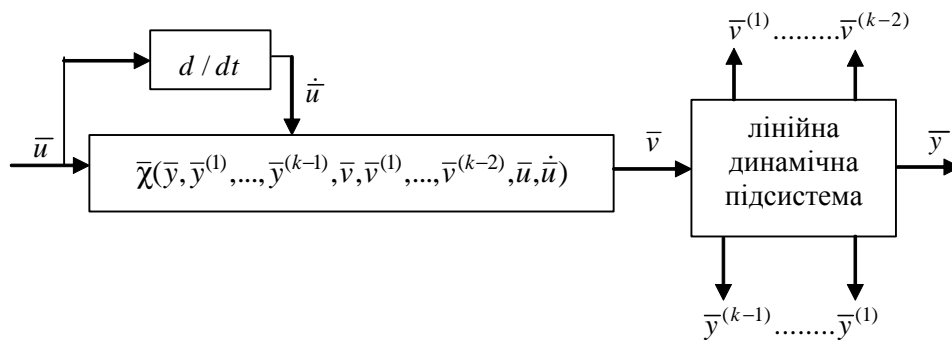


Рис. 1. Структура макромоделі нелінійної системи

Отже, задача макромоделювання зводиться до апроксимації лінійної динамічної підсистеми (простіша задача) та нелінійної вектор-функції багатьох аргументів вектора  $\bar{\chi}(\cdot)$  (задача значно складніша). Для другої апроксимації найчастіше використовуються багатовимірні степеневі поліноми щодо кожної складової вектора  $\bar{\chi}$ :

$$v = \chi(\bar{\xi}) \approx \sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^r \dots \sum_{k=0}^r c_{ij\dots k} \xi_1^i \xi_2^j \dots \xi_n^k, \quad i + j + \dots + k \leq r. \quad (6)$$

Саме апроксимація (6) є основною задачею ідентифікації.

Розв'язування задач (4) і (5) громіздке, бо вимагає багатократного розв'язування рівняння макромоделі (1). Тому здійснюють апроксимацію (6) в обраній метриці та підставляють результат у макромоделі (1). Оскільки макромоделювання загалом є некоректною задачею, то наближення (6) знаходять регуляризованими методами.

В [1] вперше проведено пряме порівняння результатів макромоделювання з використанням евклідової та чебишевської метрик для частотного детектора. У цій статті повторені ці результати на сучасній програмно-алгоритмічній базі та здійснено ідентифікацію макромоделей ще двох пристроїв з метою порівняння якості макромоделей.

### Результати макромоделювання частотного детектора

На рис. 2 показано опис схеми детектора та його математичних макромоделей у системі MicroCap7. Опис містить численні коментарі, що спростують його розуміння.

Схема детектора є найпростішою, з помітними нелінійними похибками детектування. Таку схему обрано для тестової перевірки процедури макромоделювання. Вхідний фазомодульований сигнал задано джерелом напруги між вузлами 1 та базовим.

Чотири математичні макромоделі відрізняються багатовимірними степеневими поліномами, заданими джерелами напруг вузлів 11, 16, 22 та 25. Числові масиви відліків вхідного, вихідного сигналів детектора та їх похідних передано у MATLAB-програму, що знаходить коефіцієнти апроксимації задачі (6) у відповідних метриках. У евклідовій метриці розв'язано прямокутну систему лінійних алгебраїчних рівнянь методом найменших квадратів, бо коефіцієнти  $c_{ij\dots k}$  лінійно входять у функцію апроксимації. У чебишевській метриці задача (6) розв'язується на порядок довше за складним ітераційним алгоритмом функцією MATLAB fminimax. Оскільки макромоделі порівняно прості, регуляризація не потрібна. Числові значення коефіцієнтів перенесено в описи макромоделей у вигляді таблиць POLY(4), що задають степеневі поліноми другого та третього степенів від чотирьох аргументів.

Аналітичні похідні вхідного сигналу задано джерелами напруг вузлів 10, 15, 19 та 24. Диференціальні рівняння кожної макромоделі описано трьома інтегруючими ланками з відповідними керованими джерелами напруг.

Графічні результати порівняльного обрахунку частотного детектора та його математичних макромоделей з апроксимацією нелінійної функції за методами найменших квадратів та за методом чебишевського мінімаксу зі степеневими поліномами другого і третього степенів від чотирьох аргументів показано на рис. 3.

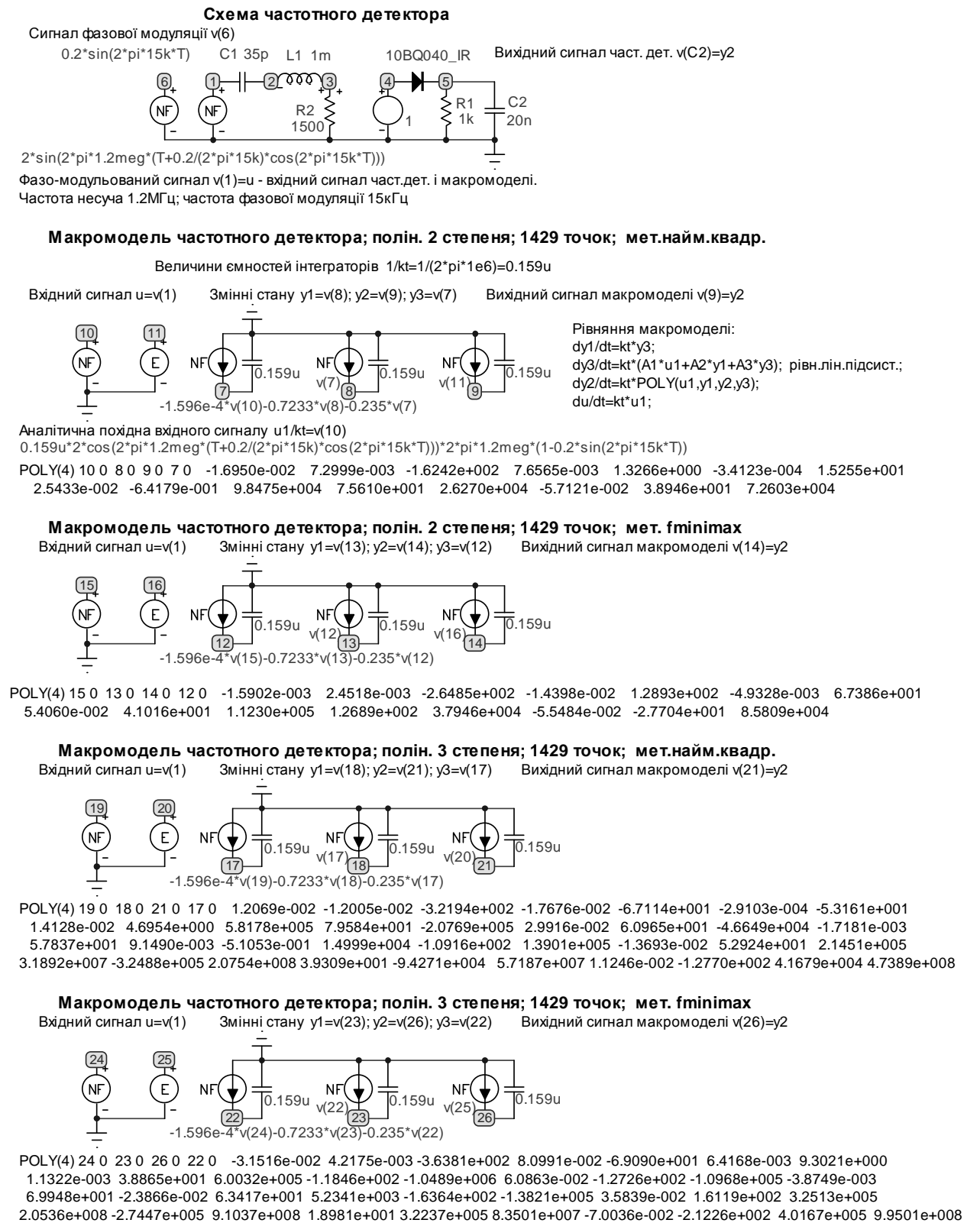


Рис. 2. Порівняльний аналіз частотного детектора в МС7

Вихідні сигнали макромоделей з евклідовою апроксимацією практично збігаються з вихідним сигналом детектора (середні лінії на рис. 3), тоді як вихідні сигнали макромоделей з чебишевською апроксимацією помітно відрізняються. Разом з тим максимальні модулі абсолютних похибок апроксимацій нелінійної функції наступні. Поліном другого степеня: найменші квадрати – 0.15; мінімакс – 0.0815. Поліном третього степеня: найменші квадрати – 0.105; мінімакс – 0.062.

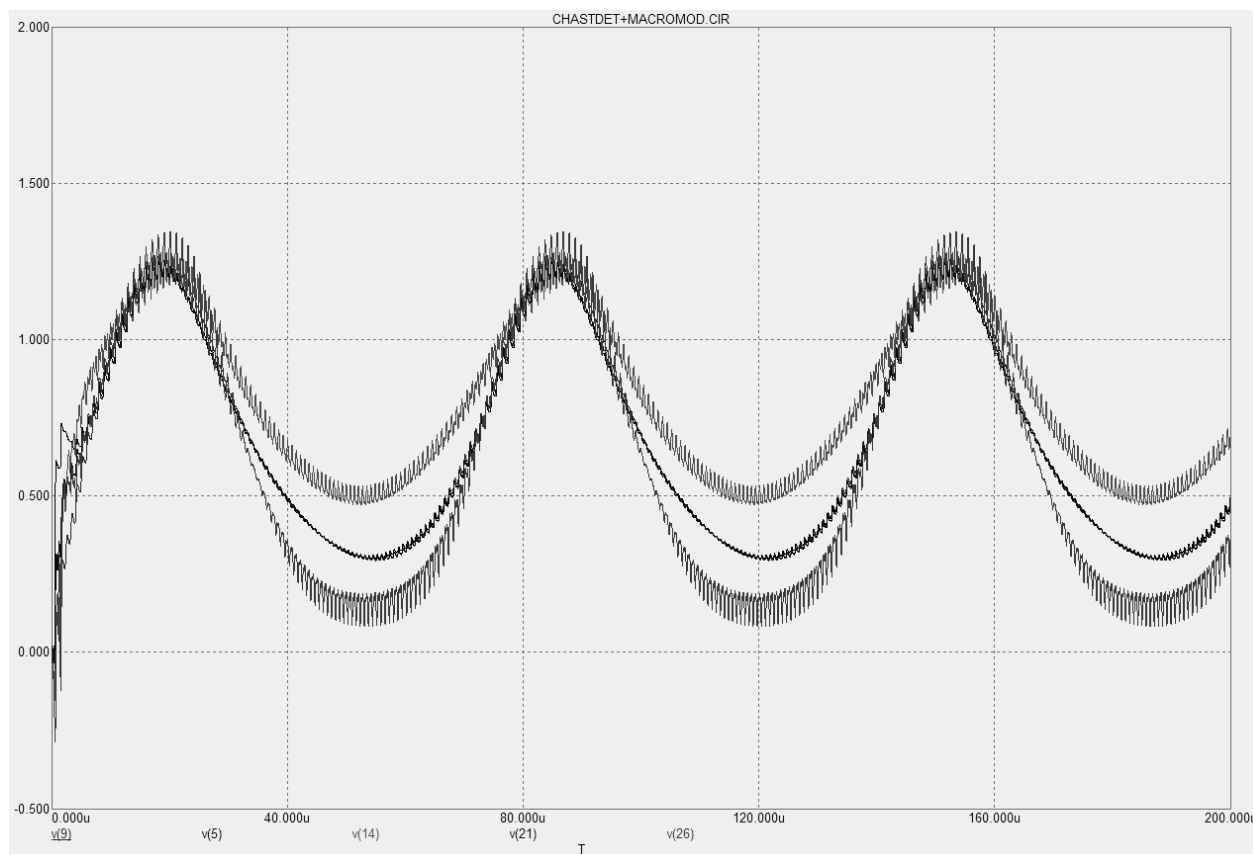


Рис. 3. Графіки вихідних сигналів детектора та макромоделей

### Результати макромодельовання мультівібратора

На рис. 4 показано опис електричних схем мультівібратора та двох макромоделей з різними апроксимаціями нелінійних функцій, знайденими MATLAB-програмою. Остання схема створена для порівняльної демонстрації апроксимацій нелінійної функції  $y=f(v)$ .

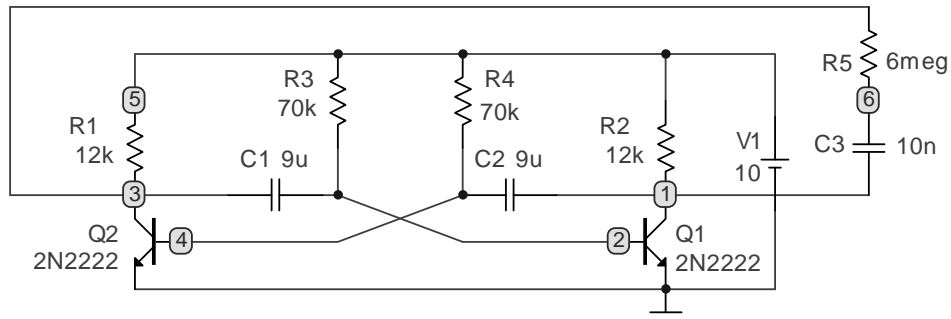
Макромодель складається з лінійної підсистеми першого порядку та неоднозначної нелінійної функції (друге рівняння макромоделі). Детальне пояснення рівнянь математичної макромоделі мультівібратора є в [1]. Зауважимо, що макромодель другого порядку, тоді як рівняння схеми мультівібратора сьомого порядку.

Апроксимації нелінійної функції поліномом сьомого степеня від одного аргументу з певними обмеженнями на апроксимацію, зумовленими вимогою відсутності стійких положень рівноваги динамічної макромоделі, знайдено MATLAB-програмою у двох метриках. Регуляризація тут також не застосовувалась. Коефіцієнти апроксимацій, впорядковані за зростаючими степенями, наведені у функціях POLY(1). Максимальні модулі абсолютних похибок апроксимацій такі: 2.0489 для найменших квадратів та 1.5312 для мінімаксу.

Графіки на рис. 5 містять вихідні сигнали схем мультівібратора та його макромоделей з апроксимаціями нелінійних функцій поліномами сьомого степеня від одного аргументу, а також графічні результати апроксимацій за найменшими квадратами та мінімаксом. Відмінності в

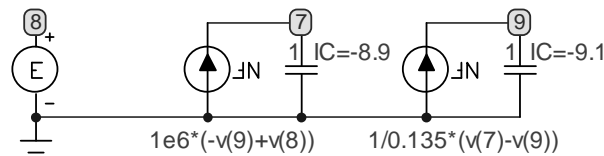
апроксимаціях на графіку нелінійної функції візуально майже непомітні, але в макромоделях вихідні сигнали відрізняються цілком помітно не на користь мінімаксної апроксимації. Вихідні сигнали мультівібратора та макромоделі за найменшими квадратами майже накладаються, тоді як вихідний сигнал мінімаксної макромоделі помітно інший.

### Мультівібратор



Вихідний сигнал  $y=v(C3)$ , його похідна  $dy=i(C3)/C3$ ,  
внутрішній сигнал макромоделі  $v=y+0.135*dy$ .  
Передавальна функція лінійної підсистеми  $1/(0.135p+1)$

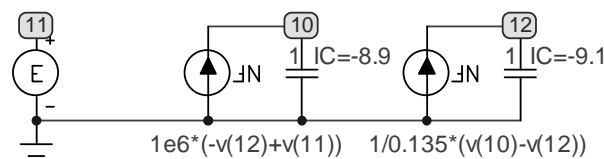
### Макромодель за найменшими квадратами



POLY(1) 7 0 -1.377 1.6423e-1 4.0554e-2 1.66e-2 -3.8658e-4 9.5051e-6 1.1853e-6 -1.0345e-6

Вихідний сигнал  $y=v(9)$ , внутрішній сигнал  $v=v(7)$ .  
Рівняння макромоделі:  $0.135 * dy/dt + y = v$ ;  
 $1e-6 * dv/dt - f(v) = -y$ .

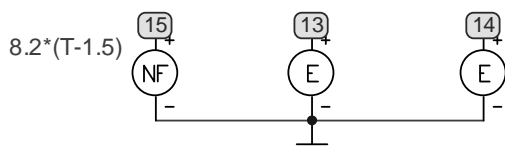
### Макромодель за мінімаксом



POLY(1) 10 0 -1.3793 9.1521e-2 4.0016e-2 1.7721e-2 -3.5292e-4 7.5137e-6 9.831e-7 -1.0619e-6

Вихідний сигнал  $y=v(12)$ , внутрішній сигнал  $v=v(10)$ .

### Демонстрація апроксимацій



POLY(1) 15 0 -1.377 1.6423e-1 4.0554e-2 1.66e-2 -3.8658e-4 9.5051e-6 1.1853e-6 -1.0345e-6

POLY(1) 15 0 -1.3793 9.1521e-2 4.0016e-2 1.7721e-2 -3.5292e-4 7.5137e-6 9.831e-7 -1.0619e-6

Рис. 4. Мультівібратор та його макромоделі в MC7

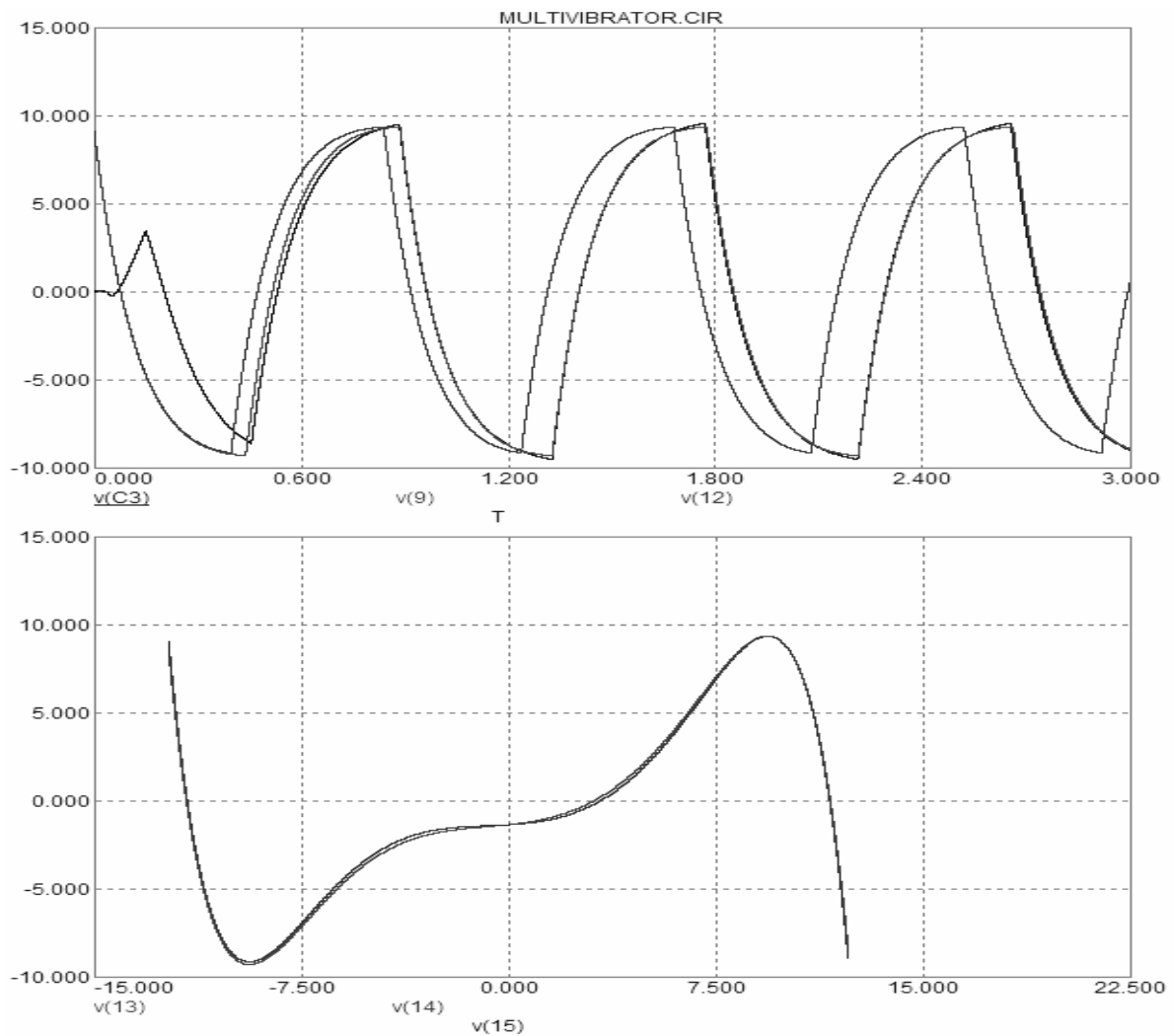


Рис. 5. Вихідні сигнали мультівібратора та його макромоделі.  
Графік нелінійної функції

### Результати макромодування автогенератора

Найскладнішою є ідентифікація макромоделі однострижисторного автогенератора, схема якого в MicroCap7 показана на рис. 6.

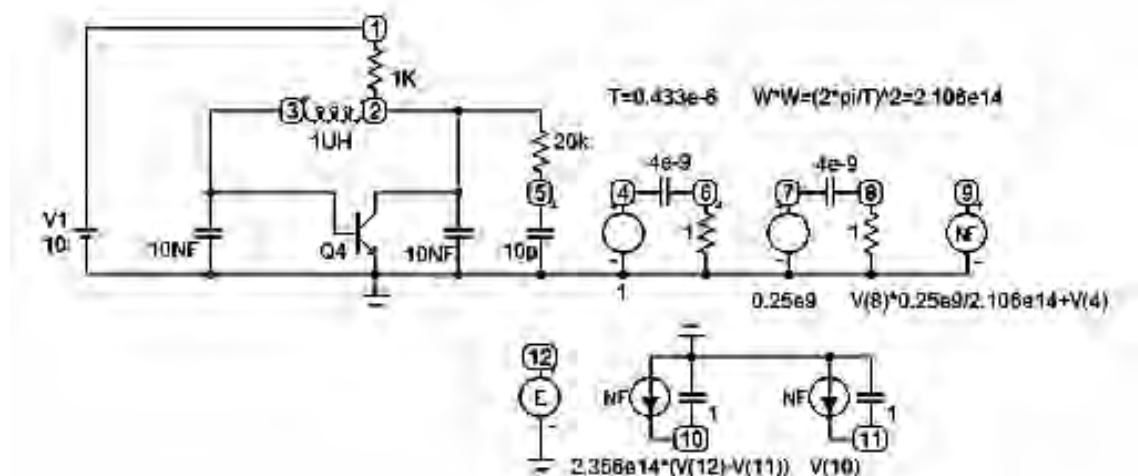


Рис. 6. Схеми автогенератора з диференціюючими ланками та макромоделі

Вихідним сигналом генератора є напруга вузла 5. Ця напруга двічі диференціюється RC-ланками. Джерело напруги вузла 9 обчислює внутрішній сигнал макромоделі  $v$ .

Рівняння макромоделі (7) складаються з рівнянь лінійної консервативної підсистеми другого порядку та нелінійного поліному п'ятого степеня від двох аргументів:

$$\dot{y} = y_1; \quad \dot{y}_1 = -\omega^2 y + \omega^2 v; \quad v = \sum_{i,j=0}^5 k_{ij} y^i y_1^j; \quad i + j \leq 5. \quad (7)$$

Детальне пояснення рівнянь макромоделі – у [2]. На схемі рис. 6 макромодель зображено двома інтегруючими ланками та нелінійним поліноміальним джерелом напруги вузла 12. Зауважимо, що макромодель другого порядку, тоді як рівняння автогенератора – шостого.

Коефіцієнти нелінійного поліному обчислено MATLAB-програмою апроксимації функції  $v$  двох аргументів  $y$  та  $y_1$  у квадратичній та чебишевській метриках. Однак отримати стійкі результати без регуляризації неможливо. Застосовано регуляризацію за Тихоновим та методом редукції апроксимуючого поліному [3]. У результаті редукції від 21 коефіцієнта повного полінома залишено лише 8 істотних коефіцієнтів, значення яких, вишикувані за порядком поліноміальних функцій МС7, наведено нижче.

Коефіцієнти апроксимаційного полінома у квадратичній метриці.

4.3760e-001	0	1.9482e-008	0	0	0	0	0
-2.4713e-007	0	0	0	0	0	0	2.4255e-026
6.4202e-001	0	0	2.1535e-019	-6.0623e-026	-9.2094e-033		

Коефіцієнти апроксимаційного полінома у мінімакській метриці.

4.9838e-001	0	3.3438e-008	0	0	0	0	0
-4.1154e-007	0	0	0	0	0	0	2.4623e-026
-5.8667e-001	0	0	2.8045e-019	-6.3896e-026	-1.0859e-032		

Максимальні модулі абсолютних похибок апроксимації такі: 8.25e-002 та 6.85e-002.

Результати порівняльного обрахунку автогенератора та його математичних макромоделей у MATLAB-6.5 з апроксимацією нелінійної функції регуляризованими методами найменших квадратів та мінімаксу показано на рис. 7. Світліша лінія відповідає вихідному сигналу макромоделі з чебишевською апроксимацією. Темніші лінії відповідають вихідним сигналам автогенератора та макромоделі з квадратичною апроксимацією.

Як і в попередніх прикладах, вихідний сигнал макромоделі з квадратичною апроксимацією помітно краще відповідає оригіналу.

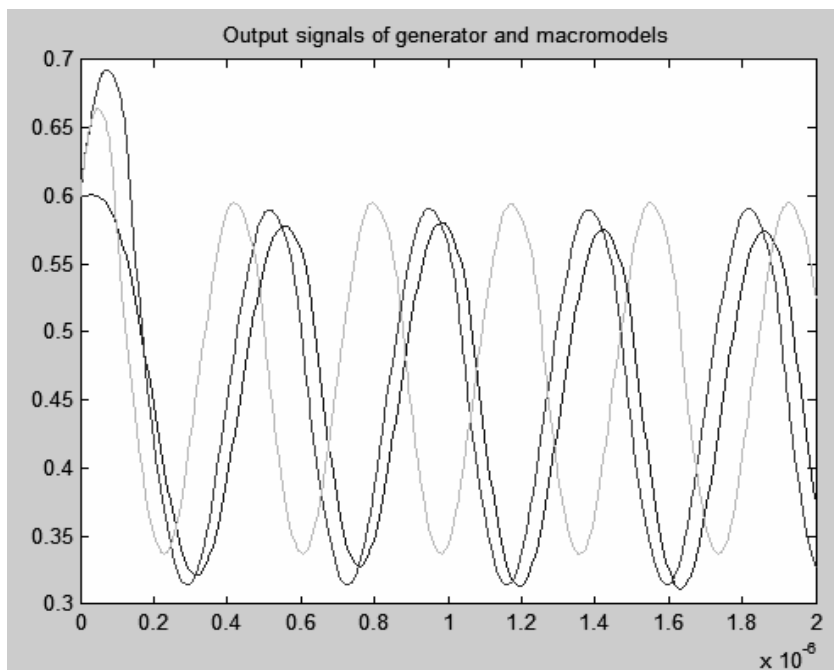


Рис. 7. Вихідні сигнали автогенератора та макромоделей у MATLAB-6.5

## Висновки

Показані приклади макромодельовання відрізняються складністю апроксимованих нелінійних функцій та некоректністю задач макромодельовання. Якість апроксимації, оцінена модулем максимальної похибки, є кращою у чебишевській метриці, ніж у евклідовій. Однак у всіх трьох прикладах якість макромоделей у сенсі відтворення сигналів модельованих пристроїв є помітно гіршою для чебишевської метрики. До того ж чебишовська апроксимація займає значно більше обчислювальних ресурсів ніж евклідова.

Можна стверджувати про наявність певної закономірності не на користь використання чебишевської метрики у макромодельованні. Причини такої ситуації поки що незрозумілі.

1. Матвійчук Я.М. *Математичне макромодельовання динамічних систем: теорія та практика.* / Наукове видання. Видавн. центр ЛНУ ім.І.Франка, 2000. –215с. 2. Матвійчук Я.М. *Елементи теорії систем та макромодельовання* / Навч. пос. для студ. радіотехн. та комп. напрямків підгот. Вид-во ППТ при Нац. ун-ті “Львівська політехніка”, 2004. – 45 с. 3. Матвійчук Я., Курганевич А. *Регуляризація задачі ідентифікації макромоделей нелінійних динамічних систем методом редуції апроксимаційного базису*// *Теоретична електротехніка: Зб. Львів. ун-ту, Вип. 55, 2000.* – С. 31–36.

УДК 621.391.822

З.О. Колодій

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра теоретичної радіотехніки та радіовимірювань

## ФЛІКЕР-ШУМ ЕЛЕМЕНТІВ ЕЛЕКТРОНІКИ

© Колодій З.О., 2011

Проведено експериментальні дослідження флікер-шуму резисторів типу МЛТ-0,125 та С-2-23 з різною потужністю розсіяння та діодів типу 2D503A. Виявлено зростання рівня шумів на низьких частотах із зменшенням потужності розсіяння резисторів. На основі експериментальних результатів визначено час релаксації  $\tau$  резисторів та діодів. За відомим значенням  $\tau$  можна визначити рівень власних шумів елементів електроніки в практичному діапазоні частот від  $f_1 \rightarrow 0$  до  $f_2 = 1 \cdot 10^9$  Гц.

**Ключові слова:** флікер-шум, спектральна густина потужності шумів, час релаксації.

**Experimental researches of flicker-noise of resistors such as MLT-0,125 and C-2-23 with different power dispersion and diodes of 2D503A type were performed. It was found the growth of noises level on low frequencies with diminishing of resistors dispersion power. Relaxation time  $\tau$  of resistors and diodes was found based on the experimental results. Based on known value of  $\tau$  it is possible to figure out the level of own noises of electronic elements in the practical range of frequencies from  $f_1 \rightarrow 0$  to  $f_2 = 1 \cdot 10^9$  Hz.**

**Key words:** flicker-noise, noise poneer spectral density.

## Вступ

Підвищення чутливості радіоелектронної апаратури (РЕА) пов'язане не стільки із збільшенням підсилення корисного сигналу, скільки із зменшенням рівня її власних шумів. У діапазоні середніх і високих частот основний внесок у загальний рівень шумів роблять теплові шуми елементів РЕА, знизити які можна, знизивши їхню температуру. У діапазонах низьких частот, крім теплового шуму, є інші види шумів, зокрема генераційно-рекомбінаційний шум і флікер-шум, причому спектральна густина потужності (СГП) флікер-шуму зростає із зниженням частоти  $f$ , перевищуючи при  $f \rightarrow 0$  рівень теплового шуму. Виникнення генераційно-рекомбінаційного шуму пов'язане із принципом роботи напівпровідникових елементів, тому їх можна мінімізувати для конкретного напівпровідникового елемента, вибираючи оптимальні значення температури, струму та напруги зміщення  $p-n$  – переходу [1]. Рівень флікер-шуму (ФШ) залежить від особливостей