

**Висновки.** Встановлено залежність коефіцієнта запасу міцності матеріалу при гранично допустимих положеннях осі обертання. Показано, що наявність пружних деформацій опор сприяє зменшенню величини максимальних значень згинних моментів та діючих напружень загалом. При цьому розрахунковий коефіцієнт запасу міцності окремих прогонів корпусу обертового агрегату зростає на величину 40 – 60 %.

1. Казаков В.Г., Равикович В.В., Кураков А.И. Процессы и аппараты производства тонких порошков из абразивных материалов. – М.: Недра. 1996. – 326 с. 2. Микольський Ю. Н., Кравченко В. М. Выверка и центровка промышленного оборудования. – К.: Будівельник, 1979. – 188 с. 3. Кузьо І. В., Шевченко Т.Г. Расчет и контроль установки агрегатов непрерывного производства. – Львов: Вища школа. Изд-во при Львов. ун-те, 1987. – 176 с. 4. Дзюбик Л. В. Моделювання напружено-деформованого стану корпусу обертового агрегату // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”: “Динаміка, міцність та проектування машин і приладів”. – 2010. – № 678 – С. 51 – 55. 5. Кузьо І. В., Дзюбик Л. В. Вплив положення геометричної осі на міцність обертових агрегатів // Вісник НУ “Львівська політехніка”: “Динаміка, міцність та проектування машин і приладів”. – 2007. – № 588 – С. 53 – 57. 6. Кузьо І. В., Дзюбик Л. В. Дослідження пружних деформацій опорних вузлів та їх вплив на силові характеристики обертових печей // Вісник НУ “Львівська політехніка”: “Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні”. – 2008. – № 613 – С. 106 – 110. 7. Кузьо І., Дзюбик Л., Єфремов І. Розрахунок пружних деформацій опор та точність діагностування обертових печей // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ. – 2009. – Вип. 3 (25), т3. – С. 135 – 138.

УДК 539.3:534.1

В.Г. ДУБЕНЕЦЬ, О.В. САВЧЕНКО

Чернігівський державний технологічний університет

## ЗАДАЧІ ГЛОБАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ БАГАТОШАРОВИХ ОБОЛОНОК ІЗ МАКСИМАЛЬНИМ ДЕМПФІРУВАННЯМ

© Дубенець В.Г., Савченко О.В., 2011

*Розглядається методика глобальної оптимізації структури багатошарових оболонок із метою одержання заданих оптимальних властивостей, зокрема максимального демпфірування.*

*Global optimization methods for structure of multilayered shells with the goal of achieving given optimal characteristics including maximum damping are considered.*

**Постановка проблеми.** Проектування конструкцій з максимальним демпфіруванням є однією з найважливіших проблем динаміки. Важливість цієї проблеми істотно зросла з появою і широким застосуванням композиційних матеріалів, зокрема матеріалів на полімерній основі. Разом із тим істотно зросли і труднощі розрахунку та моделювання таких матеріалів і конструкцій. У роботі розглядаються задачі проектування оптимальних структур багатошарової оболонки, складеної з шарів композиційного, армованого волокнами матеріалу, як приклади застосування розробленої методики проектування конструкцій з максимальною демпфіруючою здатністю.

Для побудови математичних моделей композитних конструкцій, які враховують особливості взаємодії їх елементів і в'язкопружні властивості матеріалів, у [1, 2] запропоновано метод скіченно-елементного моделювання у просторі інтегральних перетворень Фур'є (ФМСЕ). При цьому для опису розсіяння енергії у матеріалі стає можливим коректно використати комплексні модулі,

зв'язати розсіяння енергії з напружено-деформованим станом матеріалу, врахувати частотну і температурну залежність розсіяння енергії, поставити і розв'язати задачі проектування конструкцій з максимальними демпфіруючими властивостями і задачі оптимального розміщення елементів пасивного демпфірування, зокрема для оболонок, частково покритих демпфіруючим матеріалом. Для розв'язання задач глобальної оптимізації розроблено варіанти сучасних еволюційних методів [3]. До таких методів належать пошукові методи глобальної і багатокритеріальної оптимізації на основі генетичних алгоритмів, які не потребують визначення похідних, що є важливим при реалізації ітераційних процесів і програмному визначенні цільових функцій.

У роботі розглянуто приклади одержання оптимальних структур багат шарових пологих оболонок із довільно розташованими шарами з армованих неідеально пружних матеріалів. Математичну модель оболонки побудовано з використанням напіваналітичного варіанта частотного методу скінченних елементів. Задача оптимізації багат шарової структури пакета шарів із метою одержання максимального демпфірування розв'язується за допомогою одного з варіантів генетичного алгоритму [3]. Ефективні характеристики композиційних в'язкопружних матеріалів визначаються за методикою, наведеною в [1, 2].

**Побудова математичної моделі багат шарової оболонки.** Розв'язання задачі оптимізації багат шарової пологої оболонки з шарів в'язкопружних композиційних матеріалів передбачає декілька етапів:

- одержання матриці ефективних модулів, яка адекватно відображає властивості композиційного матеріалу при динамічних навантаженнях;
- побудова математичної моделі коливань оболонки з використанням напіваналітичного варіанту методу скінченних елементів у просторі інтегральних перетворень Фур'є;
- вибір методу оптимізації, вектора параметрів оптимізації, обмежень на параметри оптимізації і критеріїв оптимальності проекту;
- побудова програми, яка реалізує ітераційний процес оптимізації.

Визначальні рівняння одержано за припущення, що матеріали, які складають композит, є в'язкопружними, і їх комплексні модулі, отримані експериментальним шляхом, є відомими. Для опису взаємодії шарів і одержання ефективних комплексних модулів композиційного матеріалу використовуються гіпотези Фойхта і Рейсса [1, 2]. Залежність між напруженнями і деформаціями для двокомпонентного композиційного матеріалу одержано у вигляді

$$\sigma = C \epsilon, \quad (1)$$

де  $C$  – матриця комплексних модулів.

Компоненти матриці  $C$  є комплексними і розраховуються за відомими комплексними модулями матеріалів основи й армуючих волокон  $C_{ij}^{(1)}$  і  $C_{ij}^{(2)}$ .

Матрицю модулів для шару, армованого волокнами в заданому напрямі, одержимо за допомогою матриць повороту  $\Lambda_Z, \Lambda_X$ .

$$CXZ = \Lambda_Z \cdot \Lambda_X \cdot C \cdot \Lambda_X^T \cdot \Lambda_Z^T, \quad (2)$$

де  $\Lambda_Z, \Lambda_X$  – матриці напрямних косинусів кутів повороту елемента об'єму навколо осі  $X$  на  $90^\circ$  і навколо осі  $Z$  на кут  $\varphi$ .

Отже, компоненти матриці  $CXZ$  є функціями кута повороту і коефіцієнта армування та відображають механічні характеристики матеріалів, які складають композит.

У композиційних матеріалах багат шарової структури кожному шару з кутом армування  $+\varphi$ , як правило, відповідає такий самий шар з кутом армування  $-\varphi$ . Якщо вважати ці два шари одним і визначити для нього середні модулі, то одержана матриця комплексних модулів відповідатиме структурі ортотропного матеріалу (рис. 1, а).

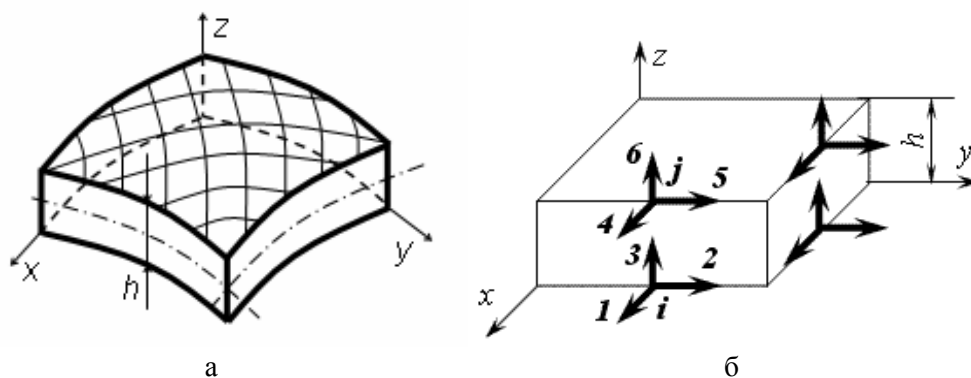


Рис. 1. Схема пологої оболонки (а) і вузлові переміщення (б)

Для одержання розрахункових рівнянь динаміки багатошарової оболонки використовується напіваналітичний метод скінченних елементів в частотній області з дискретизацією переміщень по товщині кожного шару і глобальною апроксимацією по двох інших координатах.

Приймаємо кусково-лінійну апроксимацію переміщень по товщині оболонки (рис. 1, б) і глобальну (з урахуванням граничних умов) по координатах  $x, y$ . Зокрема, при шарнірному закріпленні –

$$N_{xyu} = \cos \alpha x \sin \beta y, \quad N_{xyv} = \sin \alpha x \cos \beta y, \quad N_{xyw} = \sin \alpha x \sin \beta y, \\ \left( \alpha = \frac{m\pi}{l}, \quad \beta = \frac{n\pi}{b}, \quad m, n = 1, 2, \mathbf{K} \right). \quad (3)$$

З урахуванням прийнятої апроксимації визначимо матрицю динамічної жорсткості шару, розглядаючи його як скінченний елемент,

$$Z(i\omega) = K(i\omega) + (i\omega)^2 M, \quad (4)$$

де  $K(i\omega)$  – матриця жорсткості шару, залежна від комплексних модулів матеріалу;  $M$  – матриця мас;  $\omega$  – частота коливань.

Для багатошарової оболонки матриці динамічної жорсткості шарів об'єднуються у глобальну матрицю відповідно до кінематичних умов з'єднання шарів за допомогою прирівнювання відповідних переміщень контактуючих вузлових поверхонь. Рівняння динаміки багатошарової оболонки у просторі інтегральних перетворень Фур'є має вигляд

$$GZ(i\omega) \cdot q = F(i\omega), \quad (5)$$

де  $GZ(i\omega) = GK(i\omega) + (i\omega)^2 GM$  – глобальна матриця динамічної жорсткості оболонки.

Порядок рівнянь у цьому випадку залежить від кількості шарів, але за необхідності допускає конденсацію відповідно до методики використання суперелементного підходу.

Розв'язок рівняння (5) у часовому просторі одержуємо послідовним застосуванням двох операцій: розв'язком системи рівнянь із комплексними коефіцієнтами у просторі перетворень Фур'є і подальшого оберненого перетворення Фур'є для переходу до часового простору

$$q_t = \Phi^{-1} \{ GZ(i\omega)^{-1} \cdot F(i\omega) \}. \quad (6)$$

Для одержання частотного спектра і власних форм коливань, а також декременту коливань використовується розв'язок для власних значень матриці  $GZ(i\omega)$

$$GZ(i\omega) q = 0. \quad (7)$$

Декремент коливань визначається за відомими значеннями власних чисел (комплексних частот) матриці  $GZ(i\omega)$ .

$$\delta_k = \pi \cdot \arctg \frac{\omega_k''}{\omega_k'} \approx 2\pi \frac{\omega_k''}{\omega_k'}, \quad (8)$$

де  $\omega_k = \omega_k' + i\omega_k''$  – комплексна частота коливань, відповідна  $k$ -й формі.

**Метод оптимізації на основі генетичного алгоритму.** Згідно з генетичним алгоритмом для деякої множини точок (“популяції”) проводиться процедура, схожа на біологічний еволюційний процес. Найбільш “приспособленими” вважаються точки з меншим значенням цільової функції. Серед цих точок проводиться відбір, “схрещування” і “мутації”, що дає нову популяцію з більшим рівнем пристосованості, тобто з меншими значеннями цільової функції. Кожне наступне покоління є кращим з погляду цільової функції. Процес повторюється, доки не буде одержано задовільне значення.

Розглянемо детальніше процедуру генетичного алгоритму.

1. Обирається початкова множина допустимих точок. Як початкову популяцію можна взяти множину випадкових точок, але бажано, щоб точки були рівномірно розподілені по області визначення. Тому в роботі початковою множиною вибрано рівномірну послідовність точок Холтона [4].

Важливим параметром є кількість точок у популяції. При малій кількості точок область визначення може бути недостатньо ними охоплена, і метод не зможе знайти глобальний екстремум. Велика кількість точок призводить до збільшення кількості обчислень, які можуть бути надлишковими. Як компромісне значення у цій роботі було обрано множину з 64 точок.

2. Серед точок популяції обираються пари для схрещування. Такі пари можна вибирати різними способами, як правило, при цьому враховується рівень їх пристосованості, тобто значення цільової функції в точках. У роботі використано такий метод: популяція сортується за збільшенням цільової функції; потім послідовно обираються випадкові точки, причому ймовірність вибору точки  $p_i$ , де  $i$  – її номер у відсортованій множині, пропорційна  $N+1-i$ , де  $N$  – кількість точок у популяції. Кожні дві послідовно обрані точки формують пару для схрещування.

3. Для обраних пар виконується схрещування, в результаті якого виникає нова точка. Існують різні способи схрещування в дійсному просторі точок, у даній роботі нові точки знаходили так: кожна координата нової точки визначається за формулою

$$z_i = x_i + \rho_i (y_i - x_i),$$

де  $x_i, y_i$  – відповідні координати “батьківських” точок  $X$  і  $Y$ ;  $\rho_i = -1 + 3r_i^2$ , якщо  $X$  має менше значення цільової функції;  $\rho_i = -1 + 3\sqrt{r_i}$ , якщо  $Y$  має менше значення цільової функції; величина  $r_i$  рівномірно розподілена на відріжку  $[0; 1]$ .

У випадку, якщо деяка координата точки виходить за межі допустимої області, її значення прирівнюється до граничного значення цієї координати.

Такий спосіб схрещування враховує пристосованість “батьківських” точок, а також не дає змоги множині точок передчасно стискатися, що може призвести до негативних наслідків.

4. Для деяких точок проводиться мутація – додавання випадкового вектора нормально розподілених величин.

5. До нових точок, одержаних за допомогою схрещування і мутації, додаються найкращі, “елітні”, точки популяції. Всі ці точки формують нову популяцію, для якої повторюються кроки 2–5.

Існують різні критерії завершення процесу: після фіксованої кількості поколінь або фіксованого часу обчислень; після певної кількості поколінь без покращення цільової функції тощо. У роботі використовувалася фіксована кількість – 80 поколінь.



0,4683 0,1000 0,1000 0,1000 0,1000  
 0,0010 0,0008 0,0010 0,0006 0,0010 0,0008 0,0009 0,0010 0,0010 0,0009  
 0,0008 0,0006 0,0009 0,0006 0,0009] – вектор проектних параметрів оптимальної

оболонки:  $\Delta = 0,2567$  – максимальний декремент коливань;  $\omega = 25,1574$  – частота.

Як відомо, високий рівень демпфірування дає змогу зменшити резонансні амплітуди коливань, проте для деяких конструкцій, зокрема робототехнічних, істотним чинником є час загасання виникаючих нестационарних коливань. Як параметр, що визначає час загасання вільних коливань на заданій формі, можна використовувати добуток декремента коливань і частоти, а для одержання конструкції з мінімальним часом погашення коливань розглянути задачу максимізації цього параметра. Задача оптимізації формулюється аналогічно попередній, але цільовою функцією вибрано добуток декремента коливань на частоту

$$(\Delta \cdot \omega)_{m,n} \rightarrow \max .$$

Результати визначення оптимальної структури оболонки, яка відповідає максимуму вибраного критерію на першій формі:

$x_{opt} = [0,9000 0,9000 0,9000 0,1027 0,1000 0,1000 0,1000 0,1000 0,1000 0,1000$   
 0,1303 0,5482 0,9000 0,9000 0,9000  
 1,5708 1,5708 1,5708 1,5707 1,5707 1,5708 1,5707 1,0808 0,9849 0,9147  
 0,8570 0,8035 0,7454 0,6934 0,6378  
 0,0010 0,0020 0,0010 0,0020 0,0010 0,0020 0,0010 0,0020 0,0010 0,0020  
 0,0010 0,0020 0,0010 0,0020 0,0010];

$$\omega = 519,7278 \frac{1}{c}; \Delta = 0,1467; \Delta \cdot \omega = 73,2105 .$$

У багатьох випадках умови експлуатації конструкції вимагають максимізації або мінімізації першої частоти, максимізації відстані між першою і подальшими частотами.

Результати визначення оптимальної структури, яка відповідає максимуму частоти на першій формі:

$x_{opt} = [ 0,9000 0,9000 0,9000 0,8999 0,1006 0,1001 0,1001 0,1001 0,1002 0,1001$   
 0,1001 0,9000 0,8999 0,9000 0,9000  
 0,7892 0,7838 0,7857 0,7918 0,7845 0,7910 0,8061 0,7740 0,7917 0,7481  
 0,7913 0,7827 0,7859 0,7858 0,7891  
 0,0010 0,0010 0,0010 0,0010 0,0010 0,0010 0,0010 0,0010 0,0010 0,0010  
 0,0010 0,0010 0,0010 0,0010 0,0010];

$$\omega_{opt} = 27,7814 \frac{1}{c}, \Delta = 0,0335 .$$

Структура пакета шарів оболонки з мінімальною першою частотою:

$x_{opt} = [0,1167 0,1150 0,1064 0,1616 0,2451 0,3020 0,2378 0,1060 0,1172 0,1028$   
 0,5005 0,4546 0,1002 0,1086 0,1006  
 1,5615 1,5706 1,5488 1,5659 1,5613 1,5537 1,5371 0,2109 0,1262 0,1865  
 0,1406 0,1475 0,1221 0,1074 0,1250  
 0,0001 0,0003 0,0001 0,0003 0,0003 0,0001 0,0001 0,0003 0,0001 0,0003  
 0,0001 0,0003 0,0003 0,0003 0,0003];

$$\omega_{opt} = 1,8719 \frac{1}{c}; \Delta = 0,2604 .$$

Результати оптимізації за критерієм максимальної відстані між першою  $\omega_{1,1}$  і другою  $\omega_{1,2}$  частотами для оболонки з прийнятими вище граничними значеннями проектних параметрів:

$$x_{opt} = 0,9000 \ 0,8999 \ 0,8999 \ 0,8989 \ 0,1001 \ 0,1000 \ 0,1000 \ 0,1001 \ 0,1001 \ 0,1003$$

$$0,1001 \ 0,8999 \ 0,8999 \ 0,9000 \ 0,9000$$

$$1,5695 \ 1,5694 \ 1,5702 \ 1,5664 \ 1,5697 \ 1,5692 \ 1,5440 \ 1,5439 \ 1,5268 \ 1,5668$$

$$1,5673 \ 1,5701 \ 1,5679 \ 1,5708 \ 1,5705$$

$$0,0010 \ 0,0010 \ 0,0010 \ 0,0010 \ 0,0010 \ 0,0010 \ 0,0010 \ 0,0010 \ 0,0010 \ 0,0010$$

$$0,0010 \ 0,0010 \ 0,0010 \ 0,0010 \ 0,0010;$$

$$\omega_{1,1} = 21,1008 \frac{1}{c}; \ \omega_{1,2} = 74,8316 \frac{1}{c}; \ \omega_{1,2} - \omega_{1,1} = 53,7308 \frac{1}{c}.$$

Використовуючи представлену методику, можна розглянути задачі проектування оболонок із заданою частотою або дерементом коливаль. У табл. 1 наведено результати проектування оболонки із заданою частотою  $\omega_0 = 10 \frac{1}{c}$  на заданій формі коливаль. Паралельно представлено значення відповідних декрементів коливаль.

Таблиця 1

**Результати проектування оболонки із заданою частотою на заданій формі коливаль**

Критерій	$\omega_{1,1}; \Delta_{1,1}$	$\omega_{1,2}; \Delta_{1,2}$	$\omega_{2,1}; \Delta_{2,1}$	$\omega_{2,2}; \Delta_{2,2}$
$ \omega_{1,1} - \omega_0  \rightarrow \min$	10,000; 0,0425	32,980; 0,0201	16,630; 0,0989	39,104; 0,0463
$ \omega_{1,2} - \omega_0  \rightarrow \min$	4,8485; 0,1480	10,000; 0,2032	12,918; 0,1187	16,259; 0,1865
$ \omega_{2,1} - \omega_0  \rightarrow \min$	6,5330; 0,0805	23,366; 0,0305	10,000; 0,2013	25,554; 0,0711
$ \omega_{2,2} - \omega_0  \rightarrow \min$	3,4090; 0,147	7,620; 0,1631	7,027; 0,1691	10,000; 0,2154

У табл. 2 наведено результати визначення структури пакета шарів оболонки із заданим декрементом  $\Delta_0 = 0.1000$  для перших чотирьох форм згинальних коливаль. Паралельно наведено значення частот коливаль.

Таблиця 2

**Результати проектування оболонки із заданим декрементом для перших чотирьох форм згинальних коливаль**

Критерій	$\Delta_{1,1}, \omega_{1,1}$	$\Delta_{1,2}, \omega_{1,2}$	$\Delta_{2,1}, \omega_{2,1}$	$\Delta_{2,2}, \omega_{2,2}$
$ \Delta_{1,1} - \Delta_0  \rightarrow \min$	0,1000; 8,7401	0,0540; 23,063	0,1007; 18,6127	0,0898; 32,8375
$ \Delta_{1,2} - \Delta_0  \rightarrow \min$	0,1102; 7,2060	0,1000; 16,8314	0,1233; 15,8296	0,1294; 25,0347
$ \Delta_{2,1} - \Delta_0  \rightarrow \min$	0,0446; 8,4112	0,0229; 26,7001	0,1000; 14,2472	0,0499; 32,3006
$ \Delta_{2,2} - \Delta_0  \rightarrow \min$	0,1056; 8,8209	0,0724; 21,8681	0,1040; 19,5172	0,1000; 30,0586

Результати розрахунків свідчать про широкі можливості розробленої методики для глобального проектування. Можливість одержання глобальних результатів істотно знижує трудомісткість задач оптимізації, особливо для багатоекстремальних задач, якими є задачі оптимального проектування композитних конструкцій.

**Висновки.** Одержані результати оптимізації свідчать про ефективність математичних моделей композитних конструкцій з в'язкопружних матеріалів і алгоритмів, що пропонуються для глобального оптимального проектування. Зазначимо, що відсутність змін у підсумкових результатах оптимізації, яка мала місце у всіх розрахунках, свідчить про велику вірогідність вважати одержані оптимуми глобальними і дає змогу стверджувати, що розроблено методику глобальної оптимізації оболонкових конструкцій і ефективні глобальні алгоритми оптимального проектування композитних конструкцій. У розглянутих прикладах порівняння з пошуковими програмами пакета Matlab Global Optimization Toolbox показало таке саме або точніше визначення оптимуму.

1. Дубенец В.Г., Хильчевский В.В. *Колебания демпфированных композитных конструкций.* – К.: Вища школа, 1995. – Т.1. – 226 с. 2. Савченко Е.В. *Пассивное демпфирование колебаний композитных конструкций: монография.* – Нежин: ООО “Видавництво “Аспект-Поліграф”, 2006. – 232 с. 3. Савченко О.В., Савченко І.О. *Метод пошуку глобального екстремуму в задачах оптимізації конструкцій з композиційних матеріалів // Вісн. Черніг. держ. технол. ун-ту, 2009. – №. 36. – С. 72–81.* 4. Медынский М.М., Антоний Е.В. *Численные методы нелинейной оптимизации: алгоритмы и программы.* – М: МАИ, 2003. – 192 с.

УДК 631.151.2+631.3

Р.В. ЗІНЬКО

Національний університет “Львівська політехніка”,

## ФОРМУВАННЯ МНОЖИНИ КРИТЕРІЇВ РОБОТИ МАШИН

© Зінько Р.В., 2011

*На основі проведеного огляду літературних джерел визначено основні критерії оцінювання ефективності функціонування машин. Запропоновано алгоритм формування множини критеріїв роботи машин при їх функціонуванні в технологічних процесах.*

*On the basis of the conducted review of literary sources certainly basic criteria of estimation of efficiency of functioning of machines. The algorithm of forming of plural of criteria of work of machines is offered at their functioning in technological processes. As an example, the criteria row is offered for transport machines.*

**Постановка проблеми.** Для господарства країни є характерним розробляти стандарти та норми, що регламентують зміну показників якості машин протягом заданого в майбутньому проміжку часу. Тому розвиток різних галузей господарства країни полягає у покращенні показників якості машин, що передбачає пристосованість їх режимів функціонування до заданих умов експлуатації в технологічних процесах. При такому вдосконаленні важливим є вибір оптимальних показників якості. Так вважається, що найкращою є машина, в якій характеристики знаходяться в оптимальному співвідношенні, яке забезпечує найбільший ефект її використання в заданому технологічному циклі. Під народногосподарським ефектом розуміють або показники економічної ефективності, що містять вартість виготовлення і вартість експлуатації, або показники трудомісткості виготовлення і експлуатації, або показники енергоємності і матеріаломісткості, або комплексні показники, що містять всі перераховані показники або частину з них [1].