

УДК 621.382.323

М.В. Тиханський, Р.Р. Крисько  
Національний університет "Львівська політехніка",  
кафедра напівпровідникової електроніки

## ПЕРЕХІДНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЖОЗЕФСОНІВСЬКИХ ЕЛЕМЕНТІВ ЛОГІКИ "І"

© Тиханський М.В., Крисько Р.Р., 2011

M.V. Tyhanskyi, R.R. Krysko

## TRANSITION CHARACTERISTICS OF THE JOSEPHSON LOGICAL ELEMENTS "AND"

© Tyhanskyi M.V., Krysko R.R., 2011

Розглянуто можливість реалізації елементів цифрової логіки "І" на базі джозефсонівських тунельних переходів і показано, що такі елементи можна створити і ефективно керувати їх логічним станом за допомогою зовнішніх сигналів електричного струму. Створено математичну модель перехідних процесів, що відбуваються в елементах логіки "І" під час зміни їх логічного стану, проведено математичне моделювання логічних переходів "0" → "1" та "1" → "0", розраховано перехідні характеристики і визначено параметри моделі, за яких забезпечена висока швидкодія та стабільний режим роботи.

*Ключові слова: джозефсонівський логічний елемент, джозефсонівський кріотрон, перехідна характеристика, логічний перехід.*

In this work, we consider a possibility of the realization of the digital logic's elements "and" on a basis of Josephson tunneling junctions. It was shown that such elements can be created and their logical state can be effectively controlled by means of external electrical current pulses. A mathematical model of the transition processes that take place in the logical elements "and" during the change of their logical state was developed. We carried out a mathematical modeling of the logical transitions "0" → "1" and "1" → "0" as well as calculated the transition characteristics and determined the model parameters that ensure the high operational speed and stability.

*Key words: Josephson logical element, Josephson cryotron, transitional characteristic, logical transition.*

### Вступ

Тривалий розвиток надпровідних технологій призвів до виготовлення різноманітних кріоелектронних пристроїв, на базі яких можна створювати цифрові прилади з унікальними показниками, характеристиками і параметрами щодо їх енергоспоживання та швидкодії. Одними з найпростіших і найперспективнішими з таких пристроїв є кріоелектронні структури, в основі роботи яких є стаціонарний та нестаціонарний ефекти Джозефсона, відомі як джозефсонівські кріотрони. На базі джозефсонівських кріотронів можна виготовляти не тільки джозефсонівські елементи пам'яті [1–3], але і джозефсонівські елементи цифрової логіки [4–8].

У роботах [9–11] було створено математичну модель перехідних процесів, у джозефсонівських кріотронах, які використовувались як елементи комп'ютерної пам'яті, запропоновано два способи

керування логічним станом в таких елементах пам'яті, розраховані їх перехідні характеристики під час зміни логічного стану, досліджено особливості перехідних характеристик, а значить, особливості перебігу перехідних процесів, а також оцінено часи комутації – характерні часи, за які на кріотроні з'являється чи зникає напруга, коли його логічний стан міняється. У цій роботі використано основні засади математичної моделі [9–11], запропонована реалізація джозефсонівських логічних елементів “1” і створено математичну модель перехідних процесів, що відбуваються в таких елементах логіки, з метою отримання перехідних характеристик під час зміни логічного стану під дією керуючих сигналів і формі зовнішніх імпульсів електричного струму.

### Принцип роботи джозефсонівських елементів логіки “1”

Логічний елемент “1” запропоновано реалізовувати на основі джозефсонівського тунельного переходу (S – I – S-джозефсонівського тунельного переходу), в якому можливе бездисипативне тунелювання куперівських пар з одного надпровідника в інший чи дисипативне одноелектронне тунелювання носіїв заряду. Вольтамперна характеристика S – I – S-джозефсонівського тунельного переходу наведена на рис. 1. Принцип роботи логічного елемента “1” полягає в такому: коли сила струму  $I$  через джозефсонівський тунельний перехід (контакт) є меншою за силу критичного струму  $I_c$ , напруга на контакті  $V = 0$  внаслідок тунелювання куперівських пар, а якщо  $I > I_c$ , то бездисипативне тунелювання куперівських пар руйнується і на контакті виникає напруга  $V \neq 0$ , оскільки його ВАХ визначається одноелектронним тунелюванням носіїв заряду.

Коли логічний елемент перебуває в стані логічного “0”, то через нього потрібно пропускати електричний струм  $I$  такої сили, щоб вона не перевищувала значення  $I_c$ , а напруга на елементі  $V = 0$ . При становленні значення сили робочого струму  $I_p$  треба, щоб виконувалось співвідношення  $I < I_c$  чи  $I_p < I_c$ . Оскільки ми запропонували встановити негативний робочий струм, тобто  $I_p < 0$ , то для виконання умови  $V = 0$  повинна виконуватись така умова:  $|I_p| < I_c$ . На ВАХ всі ці умови задовольняються в точці А, яку вважатимемо станом логічного “0”. На логічний елемент “1” подають два керуючі сигнали у вигляді імпульсів струму, кожен з яких збільшує силу струму на величину  $DI$ . Якщо на елемент подали тільки перший керуючий сигнал, а другий сигнал відсутній, то сила загального струму збільшиться на величину  $DI$  і досягне значення  $I = I_p + DI$ , яке не перевищить силу критичного струму  $I_c$  (точка В). Напруга на елементі не зміниться і дорівнюватиме нулю, тобто стан логічного “0” збережеться. Коли дія першого керуючого сигналу припиниться, сила загального струму  $I = I_p$  (точка А), а елемент далі залишатиметься в стані логічного “0”. Точки А та В на вольтамперній характеристиці відповідають стану логічного “0”, бо для обидвох випадків сила загального струму  $I$  менша за силу критичного струму  $I_c$ , а напруга на елементі  $V = 0$ . Аналогічні процеси відбуватимуться в такому логічному елементі, коли перший керуючий сигнал буде відсутнім, а на елемент подаватимуть тільки другий керуючий сигнал, що має таку саму амплітуду сили струму  $DI$ .

Для того, щоб перетворити логічний елемент “1” із стану логічного “0” в стан логічної “1”, потрібно подати одночасно обидва керуючі сигнали, внаслідок цього загального струму зросте до величини  $I = I_p + 2DI$  і перевищить силу критичного струму  $I_c$ , а на контакті з'явиться відмінна від нуля напруга  $V \approx V_0$  (точка С). Якщо через деякий проміжок часу дія хоча б одного керуючого сигналу припиниться, то сила загального струму  $I$  понизиться до величини  $I_p + DI$ , що є меншим за силу критичного струму  $I_c$ , і елемент логіки повернеться у стан логічного “0” (точка В), тобто відбувається логічний перехід “1” → “0”. Коли припиниться дія обидвох керуючих сигналів, то сила загального струму  $I$  понизиться до величини сили робочого струму  $I_p$  (точка А) і логічний елемент також перебуватиме в стані логічного “0”.

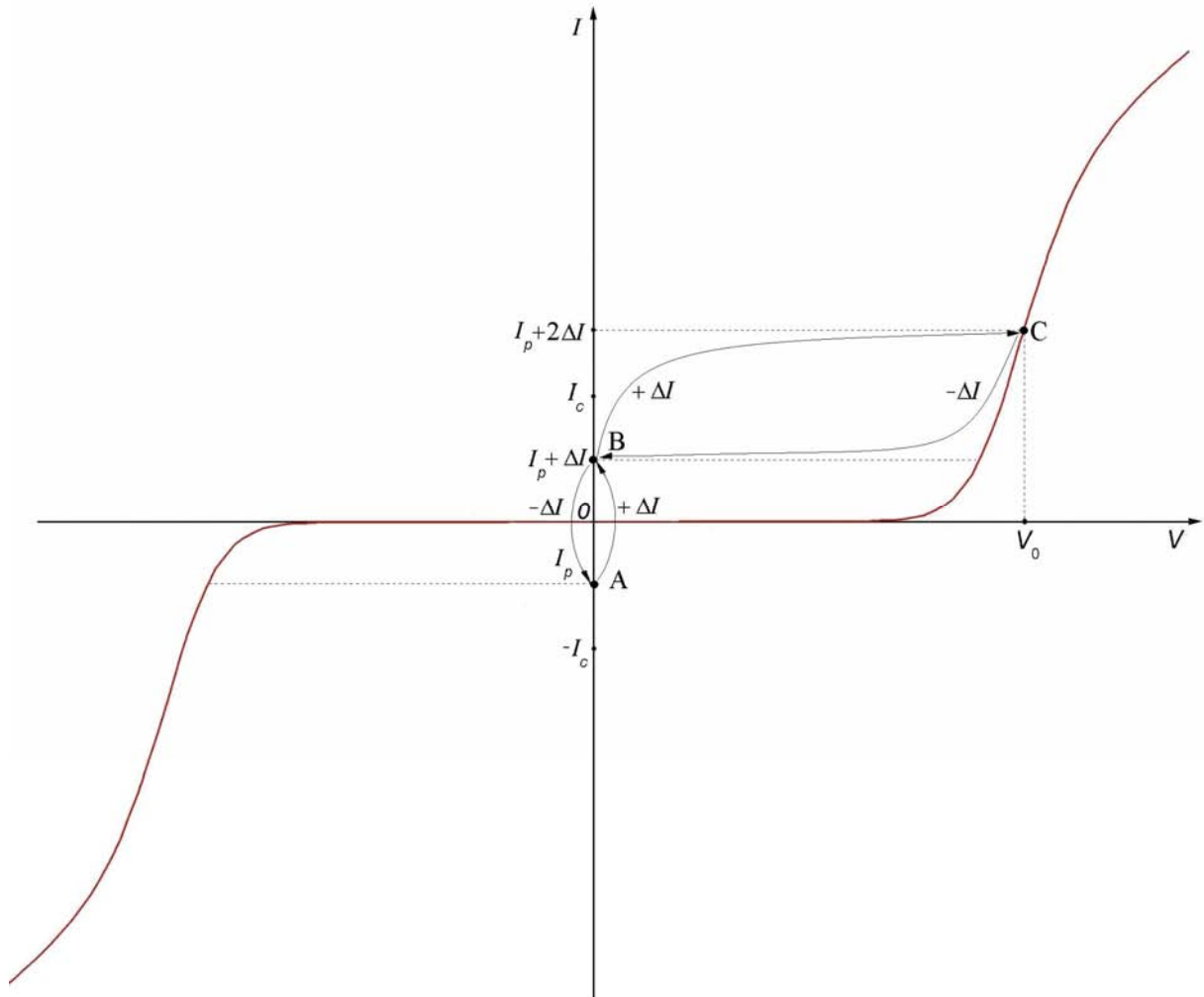


Рис. 1. Вольтамперна характеристика джозефсонівського тунельного переходу та схема керування станом логічного елемента "I" сигналами у вигляді імпульсів електричного струму амплітудою  $DI$

### Математична модель перехідних процесів в логічних елементах "I"

За основу математичної моделі перехідних процесів (процесів комутації) в джозефсонівських логічних елементах "I" було вибрано диференціальне рівняння, яке використовувалось для моделювання перехідних процесів і розрахунків перехідних характеристик джозефсонівських елементів пам'яті [9]:

$$I(t) = I_c \sin j(t) + \frac{Ch}{2e} \frac{d^2 j(t)}{dt^2} + \frac{G(V)h}{2e} \frac{dj(t)}{dt}, \quad (1)$$

де  $I(t)$  – сила струму, що протікає через елемент;  $I_c$  – сила критичного струму;  $C$  – ємність джозефсонівського тунельного переходу;  $G(V)$  – провідність переходу в разі одноелектронного тунелювання (в загальному випадку провідність  $G$  залежить від напруги  $V$ );  $h$  – стала Планка;  $e$  – заряд електрона;  $j(t)$  – невідома функція, яка описує часову залежність різниці фаз хвильових функцій надпровідників з обох боків від тунельного бар'єру (стрибок фази). Якщо розрахувати функцію  $j(t)$  і використати відоме співвідношення для нестационарного ефекту Джозефсона [8]:

$$V(t) = \frac{h}{2e} \frac{dj(t)}{dt} = \frac{h}{2e} j', \quad (2)$$

то можна отримати перехідну характеристику логічного елемента  $V(t)$  – часову залежність напруги на елементі  $V(t)$  під час процесів комутації (зміни логічного стану), яка містить всю інформацію про перебіг перехідних процесів і яка дозволяє визначати час комутації для логічних переходів “0” → “1” чи “1” → “0”.

Для встановлення початкових умов для рівняння (1) ми вважали, що в початковий момент часу ( $t = 0$ ) логічний елемент перебував у стані “0” (точка А), сила струму  $I = I_p$ , а напруга на елементі  $V = 0$ . Якщо  $V = 0$ , то враховуючи із співвідношення (2),  $j'(0) = 0$ . Залежність нормальної провідності тунельного переходу від напруги  $G(V)$  на основі формули (2) замінювалась на функцію  $G(j')$ , яка визначалась із вольтамперної характеристики переходу  $I(V)$  в режимі одноелектронного тунелювання. Робочою температура-гурою елементів логіки вибрано температуру кипіння гелію  $T = 4,2$  К, для якої була розрахована вольтамперна характеристика тунельного переходу, а розраховану ВАХ апроксимовано простою математичною функцією [10]:

$$I(V) = G_0 \cdot \left[ 0,933 \cdot V - \frac{0,878 \cdot V}{1 + (0,054 \cdot V)^{15,5}} \right], \quad (3)$$

де  $G_0$  – нормальна провідність (провідність тунельного переходу в резистивному стані, коли напруга на ньому  $V \gg V_0$ ) – параметр, який можна було змінювати під час моделювання.

Для моделювання подачі керуючих сигналів у формі зовнішніх імпульсів струму та їх дії на логічний елемент “1” використовувалась така залежність сили струму від часу:

$$I_{nm}(t) = \begin{cases} DI \exp\left(-\frac{(t-t_{nm})^4}{t_0^4}\right) & t \leq t_{nm} \\ DI, & t_{nm} \leq t \leq (t_{nm} + t) \\ DI \exp\left(-\frac{[t-(t_{nm} + t)]^4}{t_0^4}\right) & t \geq t_{nm} \end{cases}, \quad (4)$$

де  $n$  – номер сигналу, що подається на логічний елемент (число  $n$  може приймати значення 1 або 2),  $m$  – номер імпульсу струму в першому чи другому сигналі (число  $m = 1; 2; 3; \dots$ ),  $DI$  – амплітуда керуючих імпульсів струму,  $t_0$  – середній час наростання чи спадання імпульсів струму,  $t_{nm}$  – момент часу, коли на логічний елемент подавали  $n$  – сигнал  $m$ -імпульсу струму,  $t$  – тривалість імпульсів струму. Моментом подачі сигналів на логічний елемент вважали той момент часу, коли сила струму в імпульсі досягла максимального значення  $DI$ .

Сила загального струму  $I(t)$ , який протікає через логічний елемент, задавалась як сума сили робочого струму  $I_p$ , сили імпульсів струму першого сигналу  $I_{1m}(t)$  та сили імпульсів струму другого сигналу  $I_{2m}(t)$ :

$$I(t) = I_p + I_{1m}(t) + I_{2m}(t), \quad (5)$$

Для моделювання процесів комутації та отримання перехідних характеристик логічних елементів  $V(t)$  методом Рунге-Кутта розв'язувалось складене нами диференціальне рівняння:

$$I_p + I_{1m}(t) + I_{2m}(t) = \frac{Ch}{2e} j'' + \left[ 0,933(aj') - \frac{0,878(aj')}{1 + (0,054aj')^{15,5}} \right] \cdot G + (I_c) \sin j, \quad (6)$$

де числовий множник  $a = \frac{h}{2e}$ .

### Перехідні характеристики логічних елементів "Г"

Для моделювання перехідних процесів та для розрахунків перехідних характеристик у логічних елементах "Г", створених на основі джозефсонівських кріотронів, використали створену математичну модель. Основними параметрами моделі були такі фізичні характеристики кріотронів та керуючих сигналів: сила робочого струму  $I_p$ , сила критичного струму  $I_c$ , амплітуда керуючих імпульсів струму  $DI$ , ємність джозефсонівського тунельного переходу  $C$ , нормальна провідність переходу  $G_0$  та тривалість імпульсів електричного струму  $t$ . Всі наведені вище параметри моделі та їх комбінації істотно впливали на розраховані перехідні характеристики  $V(t)$ . Комбінації навантаження встановлених параметрів не забезпечували стабільний режим роботи логічних елементів: дія керуючих сигналів або не призводила до логічного переходу "0" → "1" або не повертала елемент із стану "1" в стан "0". Методом підбору нами визначено такі параметри моделі, за яких логічний елемент "Г" працював би у стабільному режимі, а потім параметри змінювались так, щоб режим роботи зберігався стабільним, а час комутації зменшувався би, тобто зростала швидкодія елементів.

У таблиці наведено основні параметри моделі, за яких розраховані перехідні характеристики показували стабільний режим роботи логічних елементів з мінімальним часом комутації для логічних переходів "0" → "1" та "1" → "0", та моменти подачі імпульсів струму для першого керуючого сигналу  $t_{11}$ ,  $t_{12}$ ,  $t_{13}$  і для другого керуючого сигналу  $t_{21}$ ,  $t_{22}$ ,  $t_{23}$ .

#### Основні параметри моделі

$I_p$ , мкА	$I_c$ , мкА	$DI$ , мкА	$t$ , пс	$C$ , пФ	$G_0$ , Ом <sup>-1</sup>	$t_{11}$ , пс	$t_{12}$ , пс	$t_{13}$ , пс	$t_{21}$ , пс	$t_{22}$ , пс	$t_{23}$ , пс
-4	9	8	20	$0,58 \cdot 10^{-4}$	$0,94 \cdot 10^{-3}$	40	120	160	60	120	170

Результати моделювання процесів комутації в логічних елементах "Г" та одна з розрахованих перехідних характеристик наведено на рис. 2. Для зручності ми наводимо нормовану перехідну характеристику  $V(t)/V_0$ , де  $V_0$  – напруга на елементі в стані логічної "1". Моделювання полягало в подачі в різні моменти часу на логічний елемент обидвох керуючих сигналів у вигляді імпульсів електричного струму. На проміжку часу  $0 \leq t \leq 40$  пс на логічний елемент керуючі сигнали не діяли, сила загального струму  $I(t)$  визначалась силою робочого струму  $I_p = -4$  мкА, який за абсолютною величиною є меншим за силу критичного струму  $I_c = 9$  мкА. Елемент залишався в початковому стані логічного "0", а напруга на ньому  $V(t) = 0$  (рис. 2, г). Встановлення негативного по відношенню до імпульсів струму робочого струму не є обов'язковим. Результати моделювання показали, що встановлення позитивного робочого струму істотно погіршує і стабільність роботи, і швидкодію логічного елемента "Г".

У моменти часу  $t = 40$  пс та  $t = 80$  пс на елемент подано окремо імпульси першого керуючого сигналу  $I_1(t)$  (рис. 2, а) та другого керуючого сигналу  $I_2(t)$  (рис. 2, б) відповідно. Амплітуда кожного імпульсу  $DI = 8$  мкА. Сила загального струму, що протікав через елемент,  $I(t) = I_p + DI = 4$  мкА не перевищувала величину критичного струму  $I_c = 9$  мкА. На рис. 2, з видно, що в обох випадках на елементі виникали імпульси напруги, але їх амплітуда була настільки малою, що логічний елемент не змінював свого логічного стану і залишався в початковому стані логічного "0". Аналогічні імпульси напруги виникали на елементі і моменти часу  $t = 60$  пс та  $t = 100$  пс, коли припинялась дія керуючих сигналів, але їхня полярність була іншою.

У момент часу  $t = 120$  пс подали одночасно перший керуючий сигнал  $I_1(t)$  та другий керуючий сигнал  $I_2(t)$  амплітудою  $DI = 8$  мкА. Сила загального струму на логічному елементі  $I(t)$  зросла до величини  $I_p + 2I_0 = 12$  мкА (рис. 2, в).

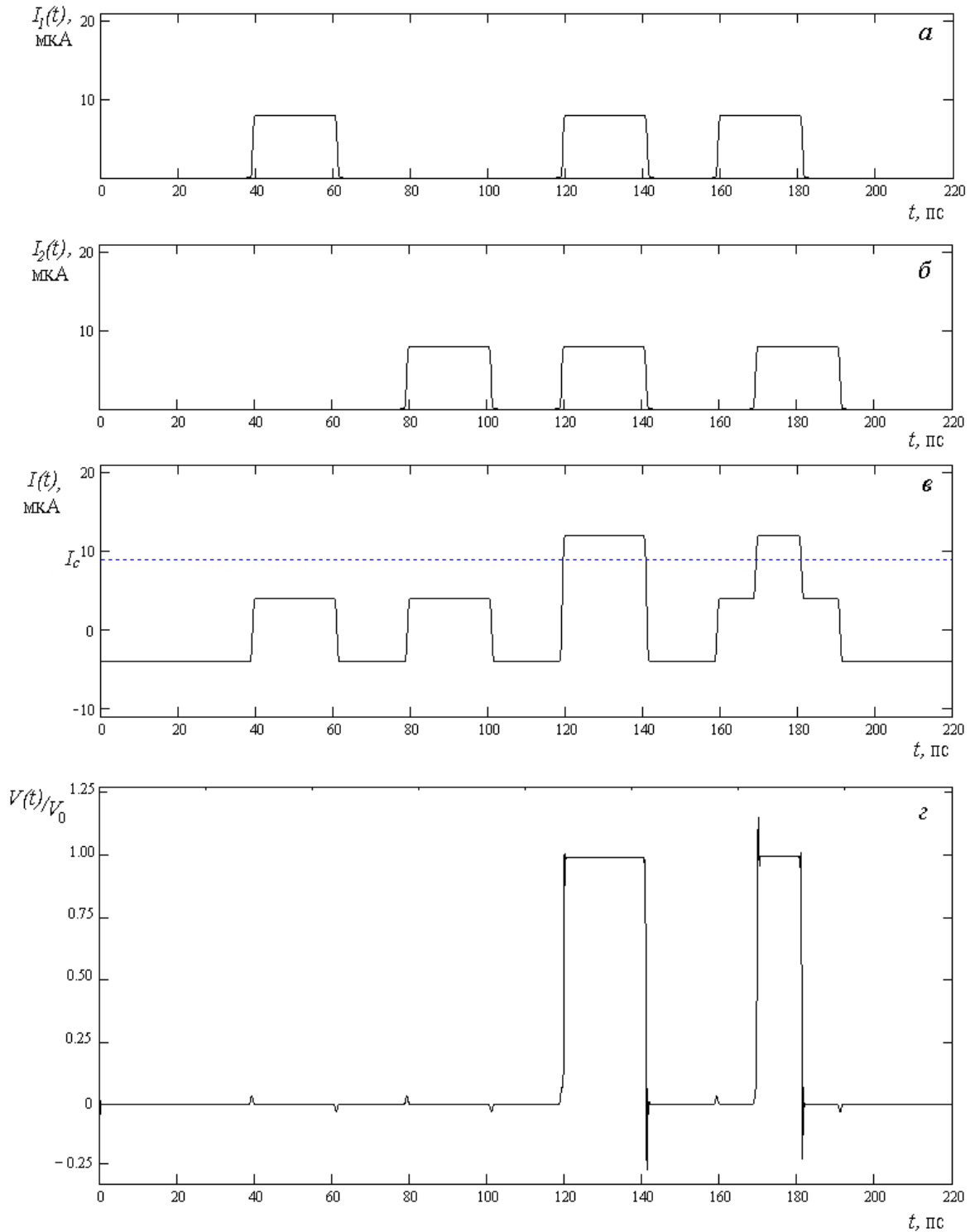


Рис. 2. Часова залежність сили струму  $I_1(t)$  для першого керуючого сигналу (а); часова залежність сили струму  $I_2(t)$  для другого керуючого сигналу (б); часова залежність сили загального струму  $I(t)$  (в); нормована перехідна характеристика  $V(t)/V_0$  логічного елемента "Г" (г)

Сила загального струму  $I(t)$  в логічному елементі перевищила рівень критичного струму  $I_c$ , на елементі появилася напруга  $V(t) = V_0$  чи  $V(t)/V_0 = 1$ . Логічний елемент змінив свій стан і перейшов у

стан логічної "1", тобто відбувся логічний перехід "0" → "1", що показала перехідна характеристика  $V(t)$ . Через проміжок часу  $t = 20$  пс дія обидвох керуючих сигналів припинилась, сила загального струму  $I(t)$  повернулася до рівня робочого струму  $I_p = -4$  мкА, внаслідок чого почало виконуватись співвідношення  $|I_p| < I_c$ . Це призвело до відновлення надпровідного тунелювання куперівських пар, на логічному елементі встановилась напруга  $V(t) = 0$ , елемент повернувся в стан логічного "0", тобто відбувся логічний перехід "1" → "0".

Для перевірки правильності нашої моделі ми змоделивали ситуацію, коли керуючі сигнали подавались не одночасно, а діяли одночасно тільки деякий проміжок часу. У момент часу  $t = 160$  пс на елемент подали імпульс першого сигналу (рис. 2, а). З деякою затримкою в момент часу  $t = 170$  пс, коли на логічний елемент вже діяв перший керуючий сигнал  $I_1(t)$  амплітудою  $DI = 8$  мкА і сила загального струму становила  $I(t) = I_p + I_0 = 4$  мкА (рис. 2, в), було подано другий керуючий сигнал  $I_2(t)$  амплітудою також  $DI = 8$  мкА (рис. 2, б). Сила загального струму в елементі стала  $I(t) = I_p + 2I_0 = 12$  мкА і перевищила величину критичного струму  $I_c$  (рис. 2, в), тому на елементі встановилась напруга  $V(t) = V_0$ , логічний елемент перейшов в стан логічної "1" (рис. 2, з). У момент часу  $t = 180$  пс дія першого керуючого сигналу припинилась, сила загального струму стала  $I(t) = I_p + I_0 = 4$  мкА (рис. 2, в), що є меншим за значення критичного струму  $I_c$ . Логічний елемент повернувся із стану логічної "1" в стан логічного "0", що видно на перехідній характеристиці  $V(t)$  (рис. 2, з). Така поведінка логічного елемента відповідає стабільному та коректному режиму роботи елементів логіки "Г".

Для оцінки швидкодії елементів та дослідження особливостей перебігу процесів комутації під час логічних переходів "0" → "1" і "1" → "0" були отримані перехідні характеристики в іншому часовому масштабі. На рис. 3 наведено нормовану перехідну характеристику  $V(t)/V_0$  логічного елемента "Г", яка описує зміну логічного стану "0" → "1" → "0", коли на елемент діяли одночасно імпульси струму обидвох керуючих сигналів. Видно, що сила загального струму  $I(t)$  почала зростати в момент часу  $t \approx 168,5$  пс. Практично в цей момент часу стала зростати напруга  $V(t)$ . Коли  $t \approx 169$  пс, сила струму  $I(t)$  досягла рівня критичного струму  $I_c$ , після чого зростання напруги перейшло на згасаючі коливання напруги, які закінчились в момент часу  $t \approx 170,5$  пс, і на елементі встановилась постійна напруга  $V(t) = V_0$ . Можна вважати, що в цей момент часу перехідний процес в елементі логіки закінчився, відбувся логічний перехід "0" → "1" і оцінити час комутації для таких логічних переходів  $Dt_{01} \approx 2$  пс. У момент часу  $t = 180$  пс дія одного з керуючих сигналів припинилась, сила струму  $I(t)$  почала зменшуватись (рис. 3а), внаслідок чого напруга на логічному елементі почала спадати (рис. 3б). Характер зміни напруги можна трактувати як наростаючі коливання напруги, які перейшли у згасаючі. Приблизно через 2 пс на елементі встановилась напруга  $V(t) = 0$ . Можна вважати, що час комутації для логічних переходів "1" → "0" становив  $Dt_{10} \approx 2$  пс.

Якщо порівняти розраховані перехідні характеристики для елементів логіки "Г" під час логічних переходів "0" → "1" і "1" → "0" з аналогічними характеристиками, отриманими для елементів логіки "АБО", то можна відзначити таке: у двох випадках зміна логічного стану відбувалась через згасаючі коливання напруги, що є базовою властивістю джозефсонівських контактів як нелінійних коливних систем. Час комутації для логічних елементів "Г" та "АБО" під час логічних переходів "0" → "1" та "1" → "0" практично однаковий:  $Dt_{01} \approx Dt_{10} \approx 2$  пс. Результати моделювання показали, що на основі джозефсонівських кріотронів можна створювати логічні елементи "Г" та "АБО", які проявлятимуть високу швидкодію і стабільний режим роботи, що дає перспективу та можливість їх практичного використання.

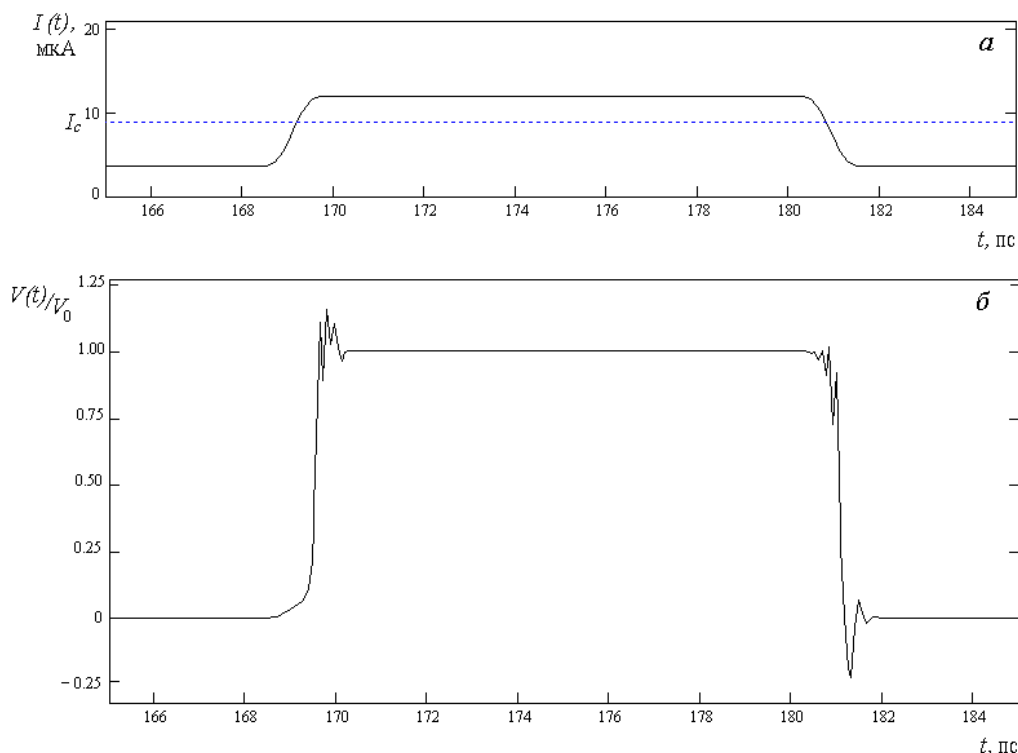


Рис. 3. Часова залежність сили загального струму  $I(t)$  під час логічних переходів “0” → “1” і “1” → “0” внаслідок одночасної дії двох керуючих сигналів (а); нормована перехідна характеристика  $V(t)/V_0$  логічного елемента “1” (б)

### Висновки

Запропоновано на основі джозефсонівських тунельних переходів реалізувати логічні елементи “1”, створено математичну модель перехідних процесів у таких елементах логіки. Встановлені оптимальні параметри моделі та розраховані перехідні характеристики логічних елементів “1”, які описують їх поведінку під час зміни логічного стану і логічних переходів “0” → “1” та “1” → “0”. Показано, що керування станом логічних елементів “1” внаслідок дії керуючих сигналів у вигляді імпульсів електричного струму дає стабільний режим роботи і задовольняє всі вимоги, які повинні виконуватись в таких елементах логіки. Оцінено час комутації логічних елементів “1”, який становить 2 пс, що свідчить про їх високу швидкодію.

1. Воройський Ф.С. Новые и разрабатываемые виды памяти ЭВМ /Ф.С. Воройський // Науч. и техн. б-ки. – 2007. – № 8. – С. 44–55.
2. Brillman M.E. Large capacity cryotron memory units with non-destructive read-out / M.E. Brillman // Vacuum. – 1967. – Vol. 17. – P. 338.
3. Makhlin Y., Schon G., Shnirman A. // 2000, LANL E-print arXiv: cond-mat/0011269, 46 p.
4. Watson Kuo, C. S. Wu, J. H. Shyu, and C. D. Chen // J. Appl. Phys. 101, 053903 (2007) (4 pages).
5. Kim Ju H., Ramesh P. Dhungana, and Kee-Su Park // Phys. Rev. – 2006. В 73, 214506 (12 pages).
6. Ilyin Y., Nijhuis A. and H.H.J. ten Kate // Cryogenics. – 2006. – Vol. 46. Is. 7–8. – P. 517–529.
7. Yoshinao Mizugaki, Yoko Namatame and Masaaki Maezawa // Supercond. Sci. Technol. 20 S315- S317 Issue 11 2007.
8. Ван Дузер Т. Физические основы сверхпроводящих устройств. – М.: Радио и связь, 1984.
9. Partyka A. I., Tyhanskyi M.V. // Superconductivity and Novel Magnetism. – DOI: 10.1007/s10948-010-0925-3.
10. Тиханський М.В., Партика А.І. // Тем. Випуск «Електроніка і зв'язь». – 2009. – Ч. 2, № 4–5. – С. 11–16.
11. Тиханський М.В., Партика А.І. // Sensor Electronics and Microsystem Technologies. – 2007. – № 4. – С. 10–16.