

УДК 621.373.826:61

І.В. Демкович, Г.А. Петровська, В.П. Олешкевич, Я.В. Бобицький  
Національний університет "Львівська політехніка",  
кафедра фотоніки

## МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ВЗАЄМОДІЇ ВИПРОМІНЮВАННЯ З СЕРЕДОВИЩАМИ З ВРАХУВАННЯМ ПОГЛИНАННЯ ТА РОЗСІЯННЯ

© Демкович І.В., Петровська Г.А., Олешкевич В.П., Бобицький Я.В., 2011

I.V. Demkovytsch, H.A. Petrovska, V.P. Olechkevych, Ya.V. Bobitski

## DESIGN OF THE INTERACTION RADIATION WITH MEDIA CONSIDERING OF ABSORPTION AND SCATTERING

© Demkovytsch I.V., Petrovska H.A., Olechkevych V.P., Bobitski Ya.V., 2011

Розроблено математичну модель та програмне забезпечення для моделювання процесів взаємодії випромінювання з середовищами з врахуванням їх гетерогенних властивостей та особливостей поглинання і розсіювання в окремих шарах. Розподіл інтенсивності випромінювання у разі поширення через розсіювальне середовище моделюється за методом Монте-Карло, для розрахунку температурних полів використано чисельний метод.

На прикладі живої тканини, що містить доброякісну судинну патологію, проведено моделювання розподілу температури в шарах шкіри у разі дії на неї лазерного випромінювання з врахуванням реальних параметрів поглинання і розсіювання кожного шару.

*Ключові слова:* розсіювання, поглинання, теорія перенесення випромінювання, математичне моделювання, метод Монте-Карло.

Mathematical model and software for the design of the interaction radiation with different media considering the features of the absorption and scattering is developed. Intensity distribution of the radiation at propagation through scattering media has been designed by the Monte Carlo method. The temperature fields are calculated by the numerical method.

The model is tested on specimen of the living tissue. The design of propagation of the radiation in living tissue, containing of high quality vascular pathology is conducted. Heterogeneous properties and real parameters of absorption and scattering of every tissues layer are taken into account for modeling.

*Key words:* dispersion, absorption, theory of transference of radiation, design, method of Monte Carlo.

### Вступ

Останніми роками лазерне випромінювання все частіше використовують для виконання широкого класу завдань у різних галузях науки і техніки від фізики і хімії до біології та медицини. Для всіх цих завдань існує необхідність отримання достовірних даних про характер поширення випромінювання в певних середовищах та його дію на ці середовища.

Характер взаємодії лазерного випромінювання з середовищем визначається енергетичними та просторово-часовими параметрами випромінювання, а також оптичними та теплофізичними

характеристиками середовища. У багатьох завданнях взаємодія відбувається з середовищами, які мають одночасно поглинання і розсіяння. Для отримання достовірних даних під час розрахунку параметрів випромінювання для лазерних технологій чи моделювання фотостимульованих температурних полів в завданнях діагностики та контролю необхідно якнайточніше враховувати особливості середовища, зокрема, характер поглинання та розсіяння.

Багатократне розсіяння хвиль у випадково-неоднорідних середовищах широко досліджується впродовж кількох десятиліть [1]. Математичний опис поширення випромінювання в розсіювальних середовищах можна проводити двома способами – за допомогою аналітичної теорії, що ґрунтується на рівняннях Максвелла і є доволі складним, або з використанням теорії перенесення випромінювання [1, 2]. Основною проблемою в теорії перенесення випромінювання є визначення дифузної складової променевої інтенсивності, оскільки розсіяння фотонів має випадковий характер. Для розв'язання рівняння перенесення випромінювання використовують наближені методи, найчастіше, метод Кубелки-Мунка, дифузного наближення та метод Монте-Карло [1, 2].

В останні роки дослідження в цій галузі значно розширилися, що пов'язано як зі значними успіхами, досягнутими на шляху аналітичного опису багатократного розсіяння [3], так і з успішним застосуванням методу Монте-Карло для його моделювання [4, 5]. Цей клас задач має велике практичне значення, зумовлене, зокрема, сучасними застосуваннями лазерних технологій у хірургії, терапії та діагностики в медицині [6, 7]. У цій роботі розроблено програмне забезпечення, що дає змогу моделювати температурні поля в гетерогенних середовищах з врахуванням параметрів поглинання та розсіяння окремих шарів.

### Модель поширення випромінювання в розсіювальних середовищах

Під час поширення випромінювання через середовища, що характеризуються і поглинанням  $\mu_a$  і розсіянням  $\mu_s$ , змінюються не лише енергетичні, а й просторові параметри випромінювання. Тому під час моделювання фотостимульованих температурних полів спочатку необхідно розрахувати розподіл інтенсивності випромінювання в середовищі, а потім відповідний об'ємний розподіл джерел енергії.

Ґрунтуючись на теорії перенесення випромінювання, побудуємо математичну модель, що описує розповсюдження лазерного випромінювання в середовищі, яке має поглинання  $\mu_a$  і розсіяння  $\mu_s$ . Такі середовища називають непрозорими і їх повний коефіцієнт ослаблення дорівнює

$$m_l = m_a + m_s .$$

Нехай фазова функція  $p(\bar{s}, \bar{s}')$  описує розсіювальні властивості середовища і є функцією густини імовірності для розсіяння в напрямку  $\bar{s}'$  для фотона, що рухається в напрямку  $\bar{s}$ , тобто характеризує елементарний акт розсіяння. Якщо розсіяння є симетричним до напрямку падаючої хвилі, то фазова функція залежить тільки від кута розсіяння  $q$  між напрямками  $\bar{s}$  і  $\bar{s}'$  тобто  $p(\bar{s}, \bar{s}') = p(q)$ .

Якщо припустити, що розсіювачі в середовищі розподілені випадково, то це спричиняє таке нормування:

$$\int_0^{\pi} p(q) 2p \sin q dq = 1 . \quad (1)$$

Фактор анізотропії розсіяння випромінювання в середовищі визначається як середній косинус кута розсіяння:

$$g = \langle \cos \theta \rangle = \int_0^{\pi} p(\theta) \cos \theta \cdot 2\pi \sin \theta d\theta . \quad (2)$$

Значення  $g$  змінюється в межах від -1 до +1:  $g = 0$  відповідає випадку ізотропного розсіяння,  $g = +1$  – повному розсіянню вперед,  $g = -1$  – повному розсіянню назад.

Для апроксимації фазової функції розсіяння використана однопараметрична функція Хені–Грінштейна [1]:

$$p(q) = \frac{1}{4p} \cdot \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g \cos q)^{3/2}}. \quad (3)$$

### Метод Монте-Карло

Для розв'язання задачі поширення випромінювання в середовищі використано статистичний метод Монте-Карло. Цей метод моделює "випадковий хід" пакетів фотонів в середовищі, що має поглинання і розсіяння і базується на наборі законів, що управляють рухом пакета фотонів. Правила розсіювання фотонів в середовищі визначаються на основі формул (2), (3).

Середовище подаються у вигляді сукупності розсіювальних та поглинальних центрів і задають такими параметрами: товщинами шарів, коефіцієнтами поглинання  $\mu_a$  і розсіяння  $\mu_s$ , середніми косинусами кута розсіяння  $g$  в шарах, показниками заломлення  $n$ .

Послідовність алгоритму методу полягає у такому: на поверхні середовища генерується задана кількість фотонів, просторовий розподіл яких відповідає розподілу інтенсивності в поперечному перерізі пучка. Після входження фотона в зразок визначаються довжина вільного пробігу фотона в середовищі та кута розсіяння  $q$ , що задається фазовою функцією (3).

Довжину вільного пробігу фотона визначають так:

$$L = -l_{ph} \ln(1 - x),$$

де  $l_{ph} = \frac{1}{m_a + m_s}$  – середня довжина вільного пробігу; число  $x$  видається генератором випадкових чисел в інтервалі (0,1).

Далі моделюється взаємодія фотона з розсіювальним чи поглинальним центром. Імовірність розсіяння фотона визначається як  $p_s = \frac{m_s}{m_s + m_a}$ , а імовірність поглинання –  $p_a = \frac{m_a}{m_s + m_a}$ . Якщо генератор випадкових чисел видає число в діапазоні (0,  $p_s$ ), то вважається, що фотон розсіявся, в іншому випадку – поглинувся.

У разі генерації пакета фотонів йому присвоюється статистична вага  $W=1$ . Під час руху пакета фотонів у середовищі його вага зменшується. Середовище по глибині розбивається на певну кількість елементарних шарів і накопичена вага пакетів фотонів зберігається в елементах масиву для кожного елементарного шару. Далі, вважаючи, що заданій енергії відповідає повна енергія  $N$  пакетів фотонів, можна визначити значення густини поглинутої енергії в середовищі [Дж/см<sup>3</sup>].

За допомогою розробленої програми дослідимо вплив коефіцієнта розсіяння на характер поширення лазерного пучка через середовище. Рис. 1 демонструє зміну просторово-енергетичних характеристик пучка під час проходження через розсіювальне середовище залежно від коефіцієнта розсіяння. Розрахунки виконані для густини енергії в центрі пучка на вході у середовище 1.45 Дж/см<sup>2</sup> та тривалості імпульсу 400мкс. Коефіцієнт поглинання середовища приймали  $\mu_a=4$  см<sup>-1</sup>.

Результати моделювання свідчать, що розширення пучка за рахунок дифузної складової залежить від величини коефіцієнта розсіяння та глибини проникнення випромінювання в середовище.

Оскільки величина розсіяння впливає на зміну розподілу інтенсивності в поперечному перерізі пучка у разі поширення в середовищі, то це означає, що від величини розсіяння залежатиме об'ємний розподіл теплових джерел у середовищі (рис. 2).

Отже, наведені графіки свідчать, що врахування розсіяння істотно впливає на результати моделювання поширення та взаємодії лазерного випромінювання з речовиною.

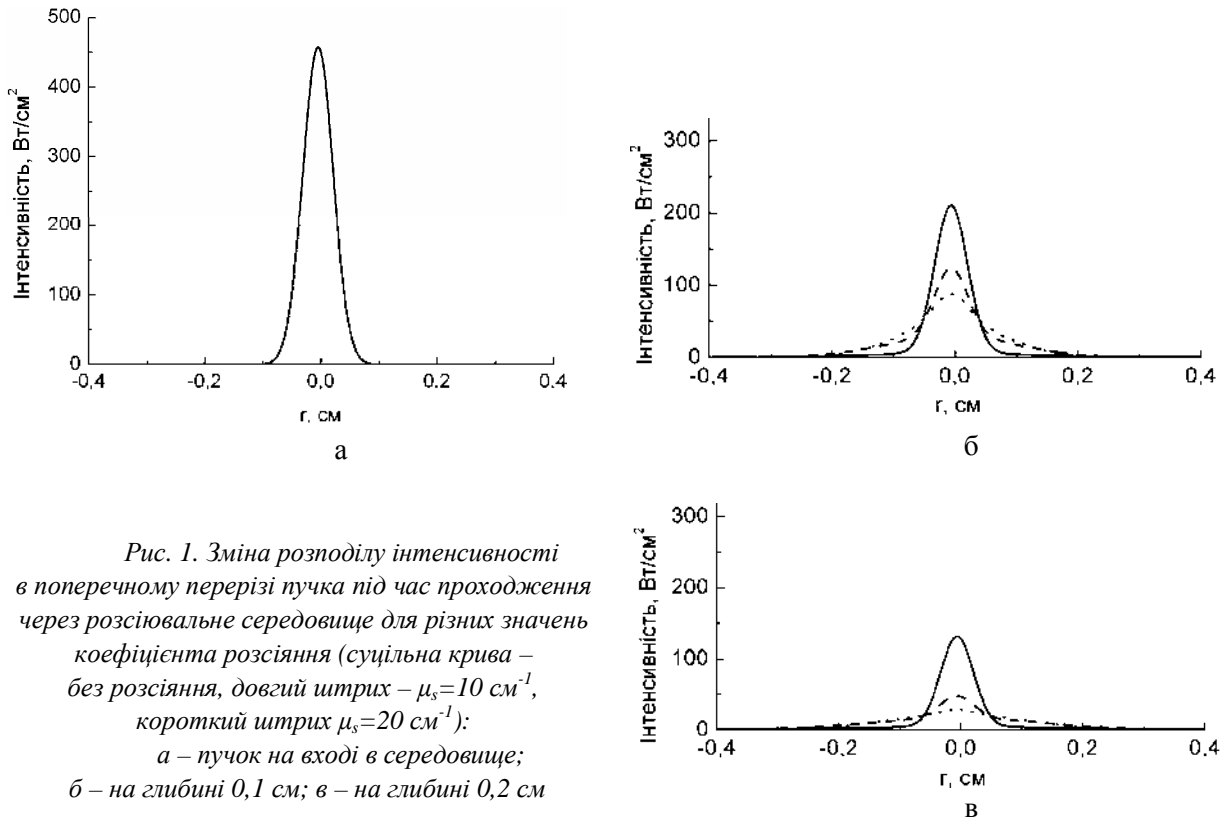


Рис. 1. Зміна розподілу інтенсивності в поперечному перерізі пучка під час проходження через розсіювальне середовище для різних значень коефіцієнта розсіяння (суцільна крива – без розсіяння, довгий штрих –  $\mu_s=10 \text{ см}^{-1}$ , короткий штрих  $\mu_s=20 \text{ см}^{-1}$ ):  
 а – пучок на вході в середовище;  
 б – на глибині 0,1 см; в – на глибині 0,2 см

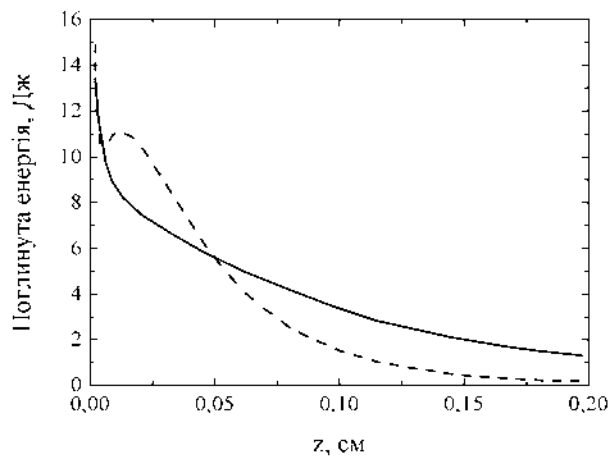


Рис. 2. Розподіл поглинутої енергії по глибині в центрі пучка для однорідного середовища з коефіцієнтом поглинання  $\mu_a=10 \text{ см}^{-1}$ :  
 суцільна крива – коефіцієнт розсіяння  $\mu_s=0$ ,  
 штрихова крива –  $\mu_s=50 \text{ см}^{-1}$

### Моделювання температурних полів

У загальному випадку моделювання теплових процесів в непрозорих середовищах вимагає розв'язання тривимірного рівняння теплопровідності [8, 9]. Оскільки лазерне випромінювання симетричне відносно осі, то це дає змогу звести тривимірну задачу до двовимірної і застосувати циліндричну систему координат. До того ж вісь симетрії збігається з віссю лазерного пучка.

Рівняння теплопровідності матиме вигляд:

$$c(r, z, T) r(r, z, T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r W_r) + \frac{\partial}{\partial z} W_z + q(r, z, T),$$

де  $W_z = I(r, z, T) \frac{\partial T}{\partial z}$ ,  $W_r = I(r, z, T) \frac{\partial T}{\partial r}$ ,  $t$  – час;  $r$  – координата по поверхні;  $z$  – координата по глибині;  $T$  – температура;  $q(r, z, T)$  – джерело енергії,  $\lambda(r, z, T)$ ,  $c(r, z, T)$ ,  $\rho(r, z, T)$  – коефіцієнти

відповідно теплопровідності, теплоємності та густини середовища. Значення коефіцієнтів залежить від температури, а також змінюються по глибині.

*В якості джерела енергії використовується лазерне випромінювання з гауссовим просторовим розподілом в поперечному перерізі пучка. Об'ємне джерело енергії  $q(r,z,T)$  моделює програма за методом Монте-Карло для заданих значень поглинання та розсіяння конкретного середовища.*

Часова форма імпульсу лазерного випромінювання може змінюватись в програмі залежно від завдання моделювання.

Важливе значення для достовірності результатів моделювання має обґрунтований вибір граничних умов. У розробленій програмі граничні умови можна задавати та змінювати залежно від реальних умов тепловіддачі на поверхнях розрахункової області.

### **Застосування розробленої моделі для дослідження дії лазерного випромінювання на шкіру**

Типовими середовищами, що характеризуються високими значеннями поглинання та розсіяння, є біологічні тканини. Зокрема, відомо велику кількість робіт, присвячених моделюванню дії випромінювання на шкіру для терапевтичних цілей, хірургічних, косметичних тощо [10–12].

Застосуємо розроблене програмне забезпечення для конкретного завдання – використання дії лазерного випромінювання на судинну патологію шкіри. У роботі [12] досліджено вплив імпульсного лазерного випромінювання на судинну патологію, однак, при моделюванні температурних полів враховується лише коефіцієнт поглинання в шарах шкіри. Не враховували просторово-енергетичні зміни пучка у разі проникнення в шкіру за рахунок дифузного розсіяння.

Дослідимо, як впливає на результати моделювання врахування гетерогенних властивостей шкіри та особливостей поглинання і розсіяння в окремих шарах. Оптичні параметри шкіри, що використовували під час розрахунків, наведені в таблиці.

**Оптичні параметри шкіри ( $\lambda=514\text{мкм}$ ) [13]**

Тканина	$\mu_a, \text{см}^{-1}$	$\mu_s, \text{см}^{-1}$	g	n	d, мкм
Епідерміс	44	600	0,77	1,5	65
Дерма	3	250	0,77	1,4	565
Капілярна сітка	354	466	0,995	1,35	90

Для наведених параметрів шкіри змодельовано просторово-енергетичні характеристики пучка на поверхні епідермісу, на границі між епідермісом і дермою та на границі між дермою і судинною сіткою без врахування та з врахуванням розсіяння в шарах (рис. 3). Розрахунки виконані для лазерного імпульсу з гауссоподібним просторовим розподілом інтенсивності в поперечному перерізі та прямокутним розподілом по часу за тривалості імпульсу 400 мкс та густини енергії 1.45 Дж/см<sup>2</sup>.

Наведені графіки свідчать про істотну різницю в параметрах пучка на поверхні судинної патології (рис. 3, в), розрахованих за різними моделями (інтенсивності в центрі пучка відрізняються більше ніж у два рази).

На рис. 4 наведені відповідні криві розподілу температури по глибині шкіри у разі дії лазерного випромінювання з вказаними вище параметрами і розраховані за двома моделями.

З наведених кривих (рис. 4) видно, що, враховуючи розсіяння, істотно змінюється розподіл температури по глибині: на поверхні епідермісу температура зростає, а на поверхні судинної патології падає. На практиці це призводить до того, що температура буде недостатньою для руйнування судинної сітки, а на поверхні шкіри при такій температурі уже виникатиме деструкція поверхневих шарів.

Отже, для ефективного видалення судинної патології моделювання взаємодії випромінювання з біологічними тканинами необхідно проводити з врахуванням не лише поглинання, а й розсіяння середовища. Окрім того, для досягнення необхідної температури в судинній сітці для її деструкції

необхідно дуже точно підбирати параметри випромінювання. Зокрема, використовуючи імпульсне випромінювання з певними енергетичними та просторово-часовими характеристиками, а також використовуючи спеціальні режими охолодження поверхні шкіри (наприклад, опромінення через тонкий шар льоду на поверхні), можемо досягнути оптимальних температурних режимів для ефективного руйнування судинної патології без деструкції поверхневих шарів шкіри.

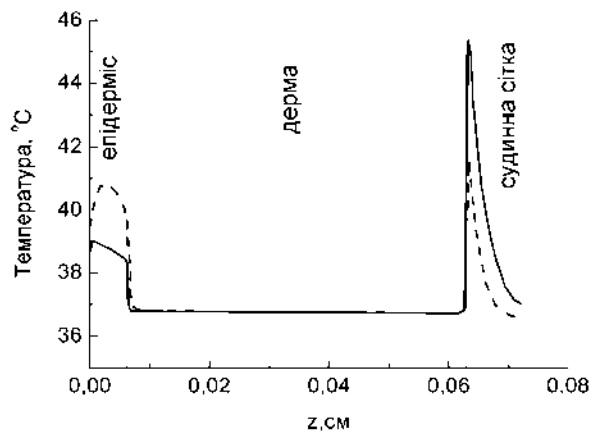
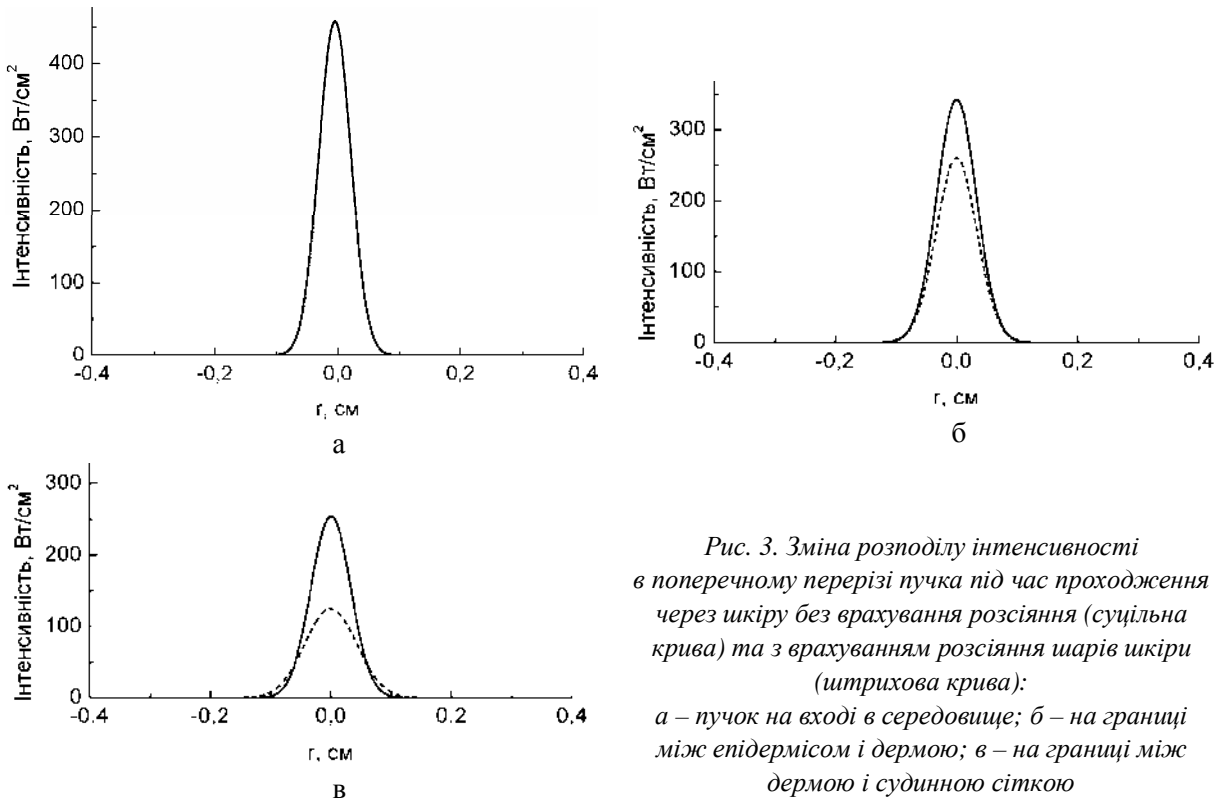


Рис. 4. Розподіл температури в глибині живої тканини без врахування розсіяння (суцільна крива) та з врахуванням розсіяння шарів шкіри (штрихова крива) в центрі лазерного пучка з гауссоподібним просторовим розподілом інтенсивності та прямокутним розподілом по часу при тривалості імпульсу 400 мкс та густині енергії 1.45 Дж/см<sup>2</sup>

### Висновки

Розроблена математична модель та відповідне програмне забезпечення дають змогу моделювати процеси взаємодії неперервного та імпульсного випромінювання з середовищами з

врахуванням їх гетерогенних властивостей та особливостей поглинання і розсіяння в окремих шарах. Показано, що врахування розсіяння істотно впливає на результати моделювання фотостимульованих температурних полів, оскільки під час проходження через розсіювальне середовище змінюються не лише енергетичні, а й просторові параметри випромінювання.

На прикладі живої тканини, що містить доброякісну судинну патологію, проведено моделювання розподілу температури в шарах шкіри за дії на неї лазерного випромінювання з врахуванням реальних параметрів поглинання і розсіяння кожного шару.

1. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т. 1, Т. 2. – М.: Наука, 1981. 2. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 664 с. 3. Кузьмин В.Л., Романов В.П., Когерентные эффекты при рассеянии света в неупорядоченных системах // УФН. – 166. – 1996. – С. 247–278. 4. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. – М.: Наука, 1973. – 178 с. 5. Кандидов В.П., Метод Монте-Карло в нелинейной статистической оптике // УФН. – 166. – 1996. – С. 1309–1338. 6. Тучин В.В., Исследования биотканей методами светорассеяния // УФН. – 167. – 1997. – С. 517–539. 7. Yodh, A. & Chance, B., Spectroscopy and imaging with diffusing light // Physics Today. – 48. – P. 34–40. 8. Самарский А.А., Теория разностных схем. – М.: Наука, 1989. – 616 с. 9. Демкович І., Петровська Г., Бобицький Я. Математичне моделювання фототеплових процесів для неруйнівної діагностики матеріалів // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології: Наук. збірник. – 2008. – Вип. 7. – С. 58–68. 10. Сетейкин А.Ю., Гершевич М.М., Еришов И.А. Моделирование процессов взаимодействия низкоинтенсивных лазерных пучков с многослойными рассеивающими биоматериалами // Журнал технической физики. – 2002. – Т. 72, вып. 1. – С. 100–104. 11. Попов А.П., Приезжев А.В., Ладеман Ю., Мюллюля Р. Влияние многократного рассеяния света на наночастицах диоксида титана, имплантированных в приповерхностный слой кожи, на пропускание излучения в разных диапазонах длин волн // Квантовая электроника. – 2007. – 37, № 1. – С. 17–21. 12. Бобицький Я.В., Демкович І.В., Рудницький І.В., Дослідження впливу імпульсного лазерного випромінювання на судинну патологію при поверхневому охолодженні шкіри // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2001. – № 423: Електроніка. – С. 94–100. 13. Biomedical Photonics Handbook. Ed. by Tuan Vo-Dinh. I Photonics and Tissue Optics. Ed. by Joel Mobley, Tuan Vo-Dinh. – Oak Ridge National Laboratory. Oak Ridge, Tennessee. Boca Raton London New York Washington, D.C.: CRC PRESS, 2003. – 1800 p.