

Bioimpedance R-Wave Triggered Ensemble Averaging. // RTea™ Reference Note, Rev.2.0, 04/2003. 5. Ambulatory Monitoring System. User Manual V1.2, 1998. 6. The AIM-8 Monitor and AIM_HOST System. Bio-Impedance Technology, Inc. 2001. 7. Одинец Г. Алгоритм автоматизированной обработки реосигналов // Мед. техника. № 2, 1988. С.29–32. 8. Аксёнов Е.В., Ветвицкий Е.В., Котов С.В., Плотников А.В., Прилуцкий Д.А., Селищев С.В. Системы сбора и обработки электрофизиологической информации на основе сигма-дельта аналого-цифрового преобразования // Биомедицинская радиоэлектроника. № 12. 2001. С.47–55. 9. Реография. Импедансная плетизмография / Под ред. Г.И. Сидоренко. – Минск, 1978. 10. Марпл С.Л., мл. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М., 1990. 11. Дьяконов В., Абраменкова И. MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник. СПб., 2002.

УДК 681.326

І.М. Ковела, П.В. Рудяк, В.М. Іванюк
Національний університет “Львівська політехніка”
кафедра автоматика та телемеханіки

СИНТЕЗ АСР З ЦИФРОВИМ ПІ-РЕГУЛЯТОРОМ ЗА ЗАДАНИМИ ЗАПАСАМИ СТІЙКОСТІ ЗА МОДУЛЕМ ТА ФАЗОЮ

© Ковела І.М., Рудяк П.В., Іванюк В.М., 2004

Запропоновано спосіб поширення відомого методу розрахунку неперервних систем за заданими запасами стійкості за модулем та фазою на системи з цифровим ПІ-регулятором. Наведені приклади, що підтверджують ефективність цього способу.

It is proposed a way of propagation of a well known method of designing of continuous systems with determined gain and phase margin tuning on systems with digital PI-controller. There are presented examples that proof efficiency of this method.

Як відомо, стійкість є необхідною умовою працездатності системи регулювання. Необхідність запасу стійкості зумовлена тим, що під час експлуатації динамічні характеристики промислових об'єктів регулювання, а часто також інших функціональних елементів можуть істотно змінюватися. Це необхідно й через обмежену точність математичного опису динамічних характеристик об'єктів та інших елементів системи. Отже, запас стійкості є запасом на ступінь зміни та ступінь невизначеності динамічних характеристик системи. Тому вирішення питання про необхідний запас стійкості системи повинен базуватися на інформації про діапазон зміни і точність математичного опису динамічних характеристик ланок системи.

Розраховуючи промислові АСР як критерії запасу стійкості, зазвичай використовують кореневий m або частотний M показники коливності. Ці критерії дають змогу виділити всередині області стійкості деяку підобласть, яка більшою чи меншою мірою відповідає новій області стійкості у найпростішому випадку, коли зміна динамічних характеристик призводить до зменшення області стійкості по всіх координатних осях. Проте вони ніяк не зв'язані з інформацією про зміни динамічних характеристик ланок системи і тому їх застосування при розв'язанні задачі про запас стійкості може призвести як до невиправданого завищення, так і до заниження запасу стійкості в системі. Особливості та недоліки цих критеріїв як критеріїв запасу стійкості досліджені, зокрема, у [1], де показано, що вони не завжди є об'єктивними. Цим пояснюється доцільність застосування методів розрахунку параметрів систем, які ґрунтуються на прямих оцінках запасу стійкості за модулем та фазою.

Запас стійкості за модулем A_m визначає смугу частот, які пропускає система, і допустимі варіації коефіцієнта підсилення, а запас за фазою ϕ_m характеризує інтенсивність згасання

коливань. Загалом вважають достатнім $A_m = 6 \dots 20 \text{ dB}$, що у лінійному масштабі дорівнює $2 \dots 10$, а $\phi_m = 30 \dots 60^\circ$, проте часто ці вимоги можуть бути менш жорсткими.

Щоб забезпечити задані значення цих показників, для неперервних систем був запропонований метод Астрема–Хеглунда (Åström-Hägglund, Gain and Phase Margin Method – GPM), [2]. Розглянемо коротко його зміст.

За класичними визначеннями запаси стійкості розімкненої системи за модулем та фазою описують системою рівнянь:

$$A_m = \frac{1}{|W_p(j\omega_\pi)W_o(j\omega_\pi)|}; \quad (1)$$

$$\phi_m = \arg [W_p(j\omega_c)W_o(j\omega_c)] + \pi; \quad (2)$$

$$\arg [W_p(j\omega_\pi)W_o(j\omega_\pi)] = -\pi; \quad (3)$$

$$|W_p(j\omega_c)W_o(j\omega_c)| = 1, \quad (4)$$

де $W_p(j\omega)$, $W_o(j\omega)$ – комплексні частотні характеристики (КЧХ) регулятора і об'єкта; ω_π , ω_c – частоти, при яких КЧХ розімкненої системи перетинається із дійсною від'ємною віссю комплексної площини та колом одиничного радіуса відповідно.

Якщо задано бажані значення A_m і ϕ_m , за допомогою числового розв'язання цієї системи рівнянь можна визначити параметри настроювання неперервного ПІ-регулятора (K_p , T_i), а також частоти ω_π , ω_c .

У [3,4] показано, що для систем, які містять об'єкти першого або другого порядку із запізненням, вводячи певні спрощення, можна отримати прості формули для наближеного знаходження параметрів настроювання ПІ- та ПІД-регуляторів з урахуванням різних вхідних дій та критеріїв оптимальності, не вдаючись до числового розв'язання рівнянь (1) – (4). Підкреслюється, що це актуально для реалізації адаптивних систем. Розраховано також номограми для визначення параметрів настроювання регулятора залежно від заданих значень A_m і ϕ_m .

Проте для систем з постійними значеннями параметрів настроювання кращі результати можна отримати, знаходячи точний числовий розв'язок системи рівнянь (1) – (4), для спрощення обчислень перетворивши її у рівноцінну за змістом систему рівнянь (5).

Розглянутий вище метод розрахунку неперервних АСР можна поширити і на системи з цифровими регуляторами. З'являються можливості, навіть ширші, ніж під час розрахунку неперервних систем. У цій роботі запропоновано можливий спосіб розв'язання поставленої задачі.

$$\left. \begin{aligned} A_m &= \left| \frac{1}{P_{pc}(\omega)} \right|_{\omega=\omega_\pi}; \\ Q_{pc}(\omega) \Big|_{\omega=\omega_\pi} &= 0; \\ \sqrt{P_{pc}^2(\omega) + Q_{pc}^2(\omega)} \Big|_{\omega=\omega_c} &= 1; \\ \phi_m &= \frac{180}{\pi} \left[\arctg \frac{Q_{pc}(\omega)}{P_{pc}(\omega)} \right]_{\omega=\omega_c}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

де $P_{pc}(\omega)$, $Q_{pc}(\omega)$ – дійсна та уявна частини КЧХ розімкненої системи; A_m задають в абсолютних одиницях, а ϕ_m – в градусах.

Параметричний синтез цифрової АСР доцільно здійснювати за її неперервним прототипом. Такий підхід є справедливим, якщо виконано три умови [5]: а) умова $\omega_{кв} / 2 > \omega_{макс}$ теореми В.А.

Котельнікова стосовно сигналу помилки $e(t)$, де $\omega_{кс}$ – частота квантування; $\omega_{макс}$ – ширина спектра сигналу $e(t)$; б) умова $\omega_{кс}/2 > \omega_{зр}$, де $\omega_{зр}$ – частота зрізу АЧХ неперервної частини системи; в) умова достатньо крутого спадання і малого значення модуля АЧХ цієї системи поблизу частоти $\omega_{зр}$. Тоді систему з цифровим регулятором можна розглядати як неперервну, з еквівалентним неперервним регулятором (ЕНР), що описується передавальною функцією [6]

$$W_{енр}^*(s) = U(s)/E(s) \cong \frac{1}{T_0} W_{уп}(z) W_e(z, s) \Big|_{z=e^{T_0 s}}, \quad (6)$$

де T_0 – період дискретності; $W_{уп}(z)$, $W_e(z, s)$ – передавальні функції цифрового регулятора та екстраполятора нульового порядку.

Як доведено у [6], оптимальний за близькістю КЧХ до неперервного прототипу цифровий ПІ-регулятор описується дискретною передавальною функцією

$$W_p(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_i} \frac{1}{1 - z^{-1}} \right). \quad (7)$$

Тоді на підставі (6) з урахуванням (7) отримуємо передавальну функцію еквівалентного неперервного ПІ-регулятора

$$W_{енр}^*(s) = \frac{K_p (T_0 + T_i - T_i e^{-T_0 s})}{T_0 T_i s}. \quad (8)$$

Чим меншим є значення періоду дискретності T_0 , тим ближчим є еквівалентний неперервний регулятор, алгоритм роботи якого реалізує цифровий обчислювальний пристрій, до бажаного неперервного.

Тоді передавальна функція розімкненої неперервної системи, еквівалентної цифровій, матиме вигляд $W_{епс}^*(s) = W_{енр}^*(s) W_o(s)$. Подаючи КЧХ цієї системи у комплексній алгебраїчній формі, отримуємо $W_{епс}^*(j\omega) = P_{епс}(\omega) + jQ_{епс}(\omega)$. На підставі цього можна записати систему рівнянь, аналогічну за змістом системі (5):

$$\left. \begin{aligned} A_m &= \left| \frac{1}{P_{епс}(\omega)} \right|_{\omega=\omega_\pi}; \\ Q_{епс}(\omega) \Big|_{\omega=\omega_\pi} &= 0; \\ \sqrt{P_{епс}^2(\omega) + Q_{епс}^2(\omega)} \Big|_{\omega=\omega_c} &= 1; \\ \phi_m &= \frac{180}{\pi} \left[\arctg \frac{Q_{епс}(\omega)}{P_{епс}(\omega)} \right]_{\omega=\omega_c}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Якщо період дискретності вважається відомим, то, задаючи необхідні значення A_m та ϕ_m і розв'язуючи одним з числових методів цю систему рівнянь, можна визначити параметри настроювання цифрового ПІ-регулятора, а також частоти ω_π і ω_c .

Загалом, коли T_0 не задано, систему (9) треба доповнити умовою відсутності пульсацій, що спричинені квантуванням сигналів у часі,

$$\left| \Phi_{yg}(j\omega) \right|_{\omega=\pi/T_0} = \Delta, \quad (10)$$

де $\Delta \leq 0.01$; $\Phi_{yg}(j\omega) = W_{епс}(j\omega) / [1 + W_{епс}(j\omega)]$, і тоді його можна визначити одночасно з параметрами регулятора.

Система рівнянь (9) разом з (10) дає також змогу, якщо задано період дискретності, визначити параметри настроювання цифрового ПД-регулятора, які забезпечують задані запаси стійкості.

Розглянемо для прикладу синтез АСР з оптимальним цифровим ПІ-регулятором і досить типовим промисловим об'єктом, яким є електропіч з передавальною функцією (у градусах Цельсія на процент переміщення показчика положення регульовального органа; сталі часу – в секундах), [7]

$$W_o(s) = 7.2 \frac{e^{-3.9s}}{(122s + 1)(14.5s + 1)}, \quad ^\circ\text{C}/\% \text{ПІІ}.$$

Розрахунки були виконано для різних комбінацій значень A_m та ϕ_m у трьох варіантах: 1 – неперервна система; 2 – цифрова АСР при заданому періоді дискретності; 3 – те саме при незаданому T_0 (табл. 1), де наведено параметри, які відповідають мінімальному значенню сумарної інтегральної квадратичної оцінки перехідних процесів за завданням та збуренням $J_{k\Sigma} = J_{kg} + J_{kf} = \min$.

Таблиця 1

Характеристики АСР з неперервним та цифровим ПІ-регуляторами

№ вар.	A_m	$\phi_m, \text{град.}$	K_p	$T_i, \text{с}$	$\omega_c, \text{с}^{-1}$	$\omega_\pi, \text{с}^{-1}$	$T_0, \text{с}$	$J_{k\Sigma}$
1	2	20	2.21	104.6	0.083	0.126	-	35.11
	3	30	1.40	78.3	0.062	0.122	-	45.52
	4	35	0.99	63.2	0.049	0.119	-	62.20
2	2	20	2.01	85.9	0.079	0.119	0.5	37.57
	3	30	1.28	70.9	0.059	0.117	0.5	49.20
	4	35	0.92	60.0	0.047	0.114	0.5	67.33
3	2	20	2.04	87.9	0.079	0.120	0.43	37.31
	3	30	1.27	70.4	0.059	0.116	0.54	49.70
	4	35	0.90	59.2	0.046	0.112	0.65	69.30

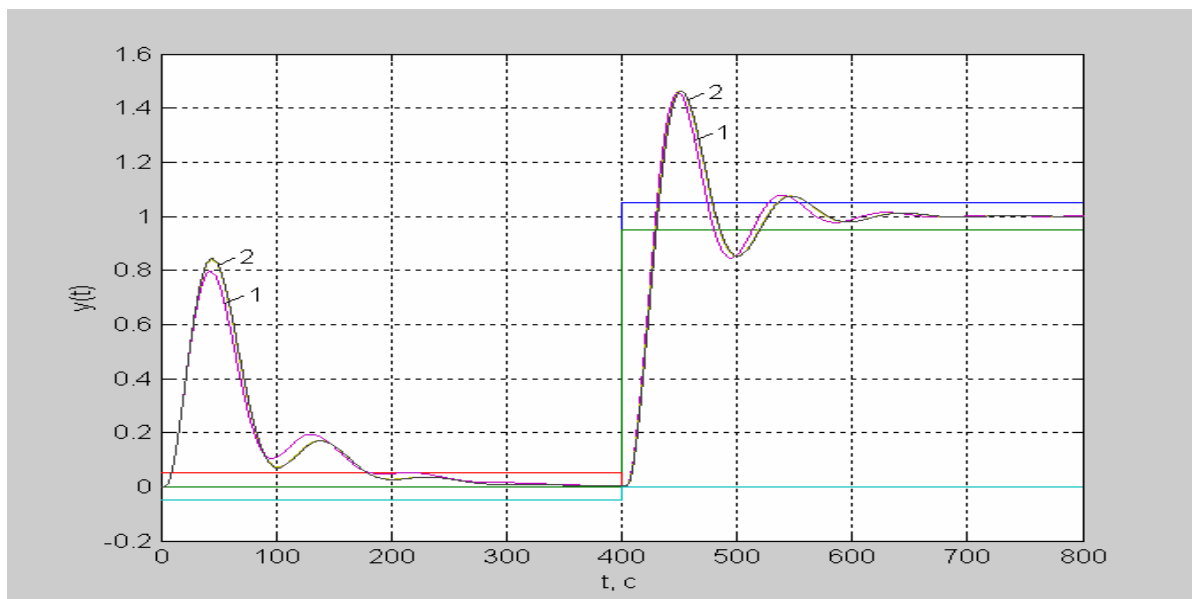


Рис. 1. Перехідні процеси у неперервній та цифрових АСР при $A_m = 3$; $\phi_m = 30^\circ$ (1 – неперервна система; 2 – цифрові системи).

На підставі даних табл. 1 для прикладу побудований графік (рис. 1), з якого видно, що перехідні процеси у цифрових системах за вказаних умов повністю збігаються і практично не відрізняються від процесів у неперервній системі. Цим підтверджується виправданість запропонованого способу поширення на цифрові системи методу синтезу за запасами стійкості за модулем та фазою.

Вплив запасів стійкості за модулем та фазою на характеристики системи можна простежити на основі табл. 2, де наведені дані, отримані в результаті розрахунку цифрової системи з одночасним визначенням періоду дискретності.

Таблиця 2

Характеристики цифрової АСР з ПІ-регулятором

A_m	$\phi_m, \text{град.}$	K_p	$T_i, \text{с}$	$\omega_c, \text{с}^{-1}$	$\omega_\pi, \text{с}^{-1}$	$T_0, \text{с}$	$J_{k\Sigma}$
4	30	0.78	43.44	0.044	0.105	0.69	78.28
	35	0.90	59.22	0.046	0.112	0.65	69.66
	40	1.01	94.11	0.049	0.120	0.61	71.09
3	30	1.27	70.37	0.059	0.116	0.54	49.69
4		0.78	43.44	0.044	0.105	0.69	78.28
5		0.57	37.46	0.036	0.099	0.81	110.8

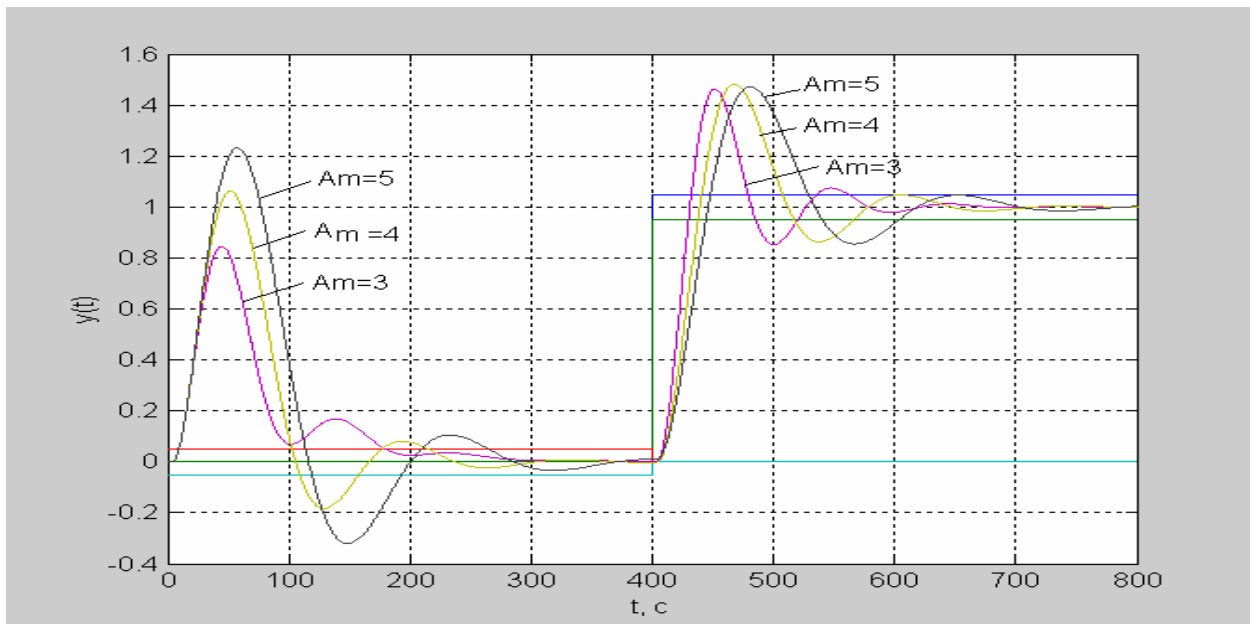


Рис. 2. Перехідні процеси в АСР при $\phi_m = 30^\circ$ і різних значеннях запасу стійкості за модулем

Як впливає з табл. 2 і рис. 2, надмірне зростання запасу стійкості за модулем (якщо $\phi_m = const$) погіршує якість регулювання (особливо процесів компенсації збурення), що можна пояснити зменшенням коефіцієнта підсилення розімкненої системи (див. табл. 2).

Збільшення запасу стійкості за фазою (якщо $A_m = const$) загалом покращує характеристики перехідних процесів, однак надмірне його підвищення може призвести до їх затягування (це також більше стосується процесів компенсації збурення) (рис. 3).

Головним недоліком описаного методу є те, що для забезпечення потрібного запасу стійкості треба задавати два числа – A_m і ϕ_m . Вибір конкретної комбінації цих величин, від яких залежить характер перехідних процесів у системі, не завжди однозначний. Крім того, як показав досвід розрахунків, далеко не для всякої прийнятої пари A_m і ϕ_m можна отримати коректний розв’язок цієї задачі.

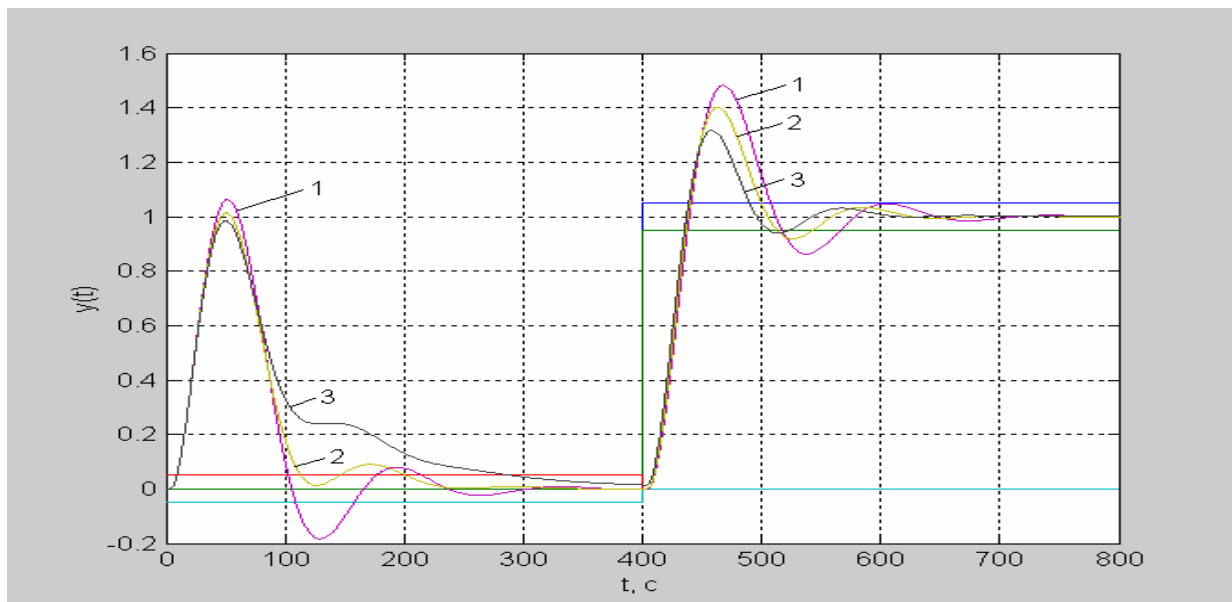


Рис. 3. Перехідні процеси в АСР при $A_m = 4$ і різних значеннях запасу стійкості за фазою ($1 - \phi_m = 30^\circ$; $2 - \phi_m = 35^\circ$; $3 - \phi_m = 40^\circ$).

Досвід розрахунків систем за описаним тут методом показує, що отримання бажаного результату навіть з урахуванням деяких відомих рекомендацій дуже ускладнюється невизначеністю вибору найкращої комбінації A_m та ϕ_m . Проте, незважаючи на труднощі, метод є досить популярним. Причиною цього, ймовірно, є його теоретична обґрунтованість. Крім того, як доведено в [3,4], спрощений варіант цього методу може бути рекомендований для реалізації адаптивного керування.

Особливих переваг цей метод, на нашу думку, не має, але при чіткому формулюванні вимог щодо необхідних запасів стійкості він забезпечує кращий результат, ніж при застосуванні інших методів, в яких запас стійкості задається опосередковано.

1. Волгин В.В. К вопросу выбора запаса устойчивости в системах автоматического регулирования тепловых процессов. // Теплоэнергетика. 1972. № 4. С. 76–78. 2. Åström K.J., Hägglund T.: Automatic tuning of simple regulators with specification on phase and amplitude margins // Automatica, 1984, 20 (5), P. 645–651. 3. Ho W. K., Lim K.W., Xu W.: Optimal Gain and Phase Margin Tuning for PID Controllers // Automatica, Vol. 34, № 8, P. 1009–1014, 1998. 4. Ho W. K., Hang Ch., Cao L.S. Tuning of PID Controllers Based on Gain and Phase Margin Specifications // Automatica, Vol. 31, № 3, P. 497–502, 1995. 5. Микропроцессорные системы автоматического регулирования // Под ред. В.В. Солодовникова. – М., 1991. 6. Ковела І.М. Обґрунтування оптимальної структури цифрових ПІ-, ПД- та ПІД-алгоритмів // Вісник НУ "Львівська політехніка" Львів, 2001. – № 433 – С. 11–22. 7. Ротач В.Я. Расчет настройки реальных ПИД-регуляторов // Теплоэнергетика. 1993. № 10. С. 31–35.