$$-\Theta \le \Delta\phi_{U0} \le \Theta. \quad (20)$$

Порівнюючи вирази (20) та (16), бачимо, що $\Delta\hat{\phi}_{U0} = \Delta\phi_{U0}$.

Для ТН високої точності, тобто класів 0.02, 0.05, 0.1, є актуальною вимога врахування спотворювального впливу систематичної складової у паспортних даних. Табл. 3 дає верхню оцінку цього впливу $\Theta = \pm 3 хв$. Це значення є верхньою межею оцінки сумарного спотворювального впливу всіх $\Delta\phi_{U0i}$, нівелюючи різницю їх впливів, проте забезпечуючи нормоване значення цієї оцінки. Ця оцінка визначає також величину $\Delta\phi_{U0}$, що робить придатним для практичного застосування вираз для систематичної складової кутової похибки (8), а відтак обґрунтовує значення поправки, яка може бути застосована для компенсації впливу цієї складової.

4. Висновки

У статті подано модель кутової похибки високовольтного вимірювального ТН, яка дає змогу компенсувати вплив систематичної складової цієї похибки за допомогою поправки. Обґрунтовано також вибір такої поправки.

1. Дымков А.Н., Кибель В.М., Тишенин Ю.В. Трансформаторы напряжения. – М., 1975. 2. ГОСТ 8.216-88 ГСИ. Трансформаторы напряжения. Методика поверки. 3. Любимов М.П. и др. Поверка средств электрических измерений. Справочная книга. – Л., 1987.

УДК 621.3.019: 51.001.57

О. Ю. Лозинський, С. В. Щербовських
Національний університет “Львівська політехніка”
кафедра електроприводу та автоматизації промислових установок

ПРОБЛЕМИ РОЗРАХУНКУ КОЕФІЦІЄНТА ГОТОВНОСТІ ПРОСТОГО ВІДНОВЛЮВАНОГО ОБ’ЄКТА

Запропоновано новий спосіб побудови математичних моделей надійності для простого ремонтованого об’єкта. Отримані моделі, порівняно із загальновживаними, є ефективнішими при комп’ютерному проектуванні.

In the paper for simple repairable item new mathematical reliability model construction technique is offered. In comparison with current, for computer design the got models are more effective.

Постановка проблеми

При проектуванні відновлюваних електротехнічних об’єктів постає питання забезпечення заданого коефіцієнта готовності A(t). Це завдання найефективніше розв’язується за допомогою аналізу спеціальної однорідної марківської моделі надійності об’єкта. Отже, забезпечення заданого коефіцієнта готовності зводиться до формування математичної моделі надійності у вигляді системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами та їх багаторазового розв’язування. Застосування сучасних комп’ютерних засобів проектування для дослідження готовності електротехнічних об’єктів дає змогу ефективно розв’язати лише другу частину проблеми, що пов’язана із інтегруванням диференціальних рівнянь. Сьогодні у проблемі забезпечення заданого коефіцієнта готовності, з використанням комп’ютерних систем проектування, основна увага приділяється ефективному *формуванню* математичної моделі надійності об’єкта.

Важливою практичною задачею під час створення нових електротехнічних об'єктів є скорочення тривалості їх проектування. Оскільки визначення показників надійності нового об'єкта є невід'ємною частиною проектування, то скорочення його за допомогою підвищення ефективності формування математичних моделей надійності дасть змогу зменшити загальний час проектування.

Вихідні допущення. Під простим відновлюваним електротехнічним об'єктом надалі будемо розуміти об'єкт, який працює за таким алгоритмом. В початковий момент часу досліджуваний об'єкт вмикається від навантаження і починає виконувати свої функції. Такий стан об'єкта будемо вважати роботоздатним станом і позначимо S_1. Тривалість перебування об'єкта в такому стані є випадковою величиною, яка характеризується функцією безвідмовності R(t) та функцією густини відмов f(t). В певний випадковий момент часу в об'єкті стається відмова, внаслідок якої об'єкт перестає виконувати функції. Такий стан об'єкта будемо вважати нероботоздатним станом і позначимо як S_0. Вважаємо, що засоби контролю є ідеальними, а тому комплекс робіт з ремонту об'єкта розпочинається відразу після того, як стається відмова. Тривалість перебування об'єкта в нероботоздатному стані, тобто тривалість відновлення є випадковою величиною, яка характеризується функцією відновлення M(t) та функцією густини розподілу відновлень g(t). В результаті ремонту об'єкта у певний випадковий момент часу відбувається його відновлення. Вважаємо, що відновлення є повним, тобто після ремонту об'єкт працює "як новий". Одразу ж після ремонту об'єкт розпочинає виконувати свої функції, тобто повертається в роботоздатний стан S_1. Надалі наведена послідовність подій відмов та відновлення досліджуваного об'єкта повторюється зліченну кількість разів, що зручно відобразити часовою епюрою тривалостей напрацювань та ремонтів досліджуваного об'єкта, що наведений на рис.1. Вважаємо, що після ремонту об'єкта техніко-економічні показники відчутно не покращуються. В такому разі доцільною стає експлуатація, в розумних межах, цього об'єкта і в третій зоні типової лямбда-характеристики. Отже, задача дослідження об'єкта полягає у визначенні ефективного способу розрахунку коефіцієнта готовності A(t) через відповідні функції, що описують відмови R(t), f(t) та відновлення M(t), g(t).

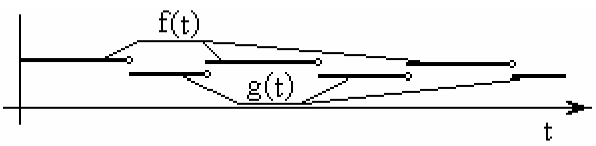

Рис. 1. Часова епюра тривалостей напрацювань та ремонтів об'єкта

Аналіз останніх досліджень. Для розрахунку коефіцієнта готовності простого об'єкта широко застосовують метод простору станів [1] який ґрунтується на аналізі однорідної марківської моделі надійності досліджуваного об'єкта. Основним його допущенням є те, що характеристики випадкових процесів відмов та відновлень повинні підпорядковуватись експоненціальному закону розподілу, тобто вважають, що об'єкт функціонує в другій зоні типової лямбда-характеристики. Для розрахунку готовності досліджуваних об'єктів, для яких це допущення є неприйнятним, пропонують дійсний закон розподілу замінити відповідним експоненціальним законом розподілу, враховуючи критерій найменшої квадратичної похибки. Таке спрощення, за істотного відхилення надійнісних характеристик об'єкта від характеристик експоненціального закону розподілу, призводить до неадекватності коефіцієнта готовності і не може бути прийняте для аналізу відповідальних об'єктів.

Щоб підвищити адекватність розрахунку коефіцієнта готовності, в [2] запропоновано вдосконалити метод простору станів, перейшовши до аналізу відповідної неоднорідної марківської моделі надійності. Тоді на діаграмі станів та переходів об'єкта, що подана на рис. 2, функції інтенсивностей переходу $h_\lambda(t \mid S_1)$ та $h_\mu(t \mid S_0)$ є такими, що залежать від часу. Цей підхід має один, але дуже істотний недолік. Невідомий зв'язок функцій інтенсивності переходу із імовірнісними характеристиками відмов та відновлень R(t), f(t), M(t), g(t). Застосування запропонованих в [2] підходів щодо наближеного визначення такого зв'язку також приводить до неадекватного коефіцієнта готовності.

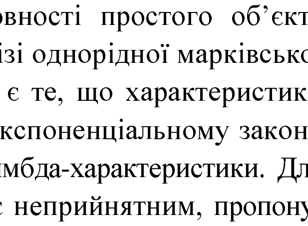

Рис. 2. Діаграма станів та переходів об'єкта

У [3] наведено точний метод визначення коефіцієнта готовності, який ґрунтується на застосуванні системи таких інтегральних виразів

$$A(t) = R(t) + \int_0^t R(t-\tau) z_0(\tau) d\tau, \quad z_0(t) = \int_0^t f(\tau) g(t-\tau) d\tau + \int_0^t z_0(\tau_1) \int_0^{t-\tau_1} f(\tau_2) g(\tau_1 - \tau_2) d\tau_2 d\tau_1 , \qquad (1)$$

де $z_0(t)$ – параметр потоку відновлень об’єкта, τ, τ_1, τ_2 – змінні інтегрування.

Докладне виведення та аналіз результатів, що отримані на основі застосування (1), можна знайти в [3]. Хоча ці вирази дають точний результат, проте вони є неефективними для практичного розрахунку коефіцієнта готовності, оскільки виникає потреба розв’язання рівняння Вольтерра другого роду із різницевим ядром.

Найефективнішим для практичного розрахунку коефіцієнта готовності є метод фаз Ерланга основи якого наведено у [4]. Він ґрунтується на аналізі спеціальної розширеної однорідної марківської моделі надійності досліджуваного об’єкта. Метод фаз Ерланга може бути застосований лише якщо характеристики процесів відмов та відновлень, що відбуваються в об’єкті, підпорядковуються спеціальним законам розподілу, що називаються законами розподілу розширеного простору станів. Цього досягають, замінюючи дійсний закон розподілу на відповідний закон розподілу розширеного простору станів, зважаючи на критерій мінімуму квадратичної похибки. Точність апроксимації можливо підвищити збільшуючи кількість диференціальних рівнянь. Порівняно із відомими методами цей метод дає змогу за найкоротший термін отримати найточніший результат. Проте при застосуванні методу фаз Ерланга для комп’ютерного проектування надійності означена на початку проблема набуває особливої гостроти: коригуючи закон розподілу, що характеризує один із випадкових процесів, необхідно істотно перебудовувати усю систему диференціальних рівнянь, на що і витрачається основна частина часу.

Отже, максимальне скорочення часу на формування математичної моделі надійності є актуальною проблемою комп’ютерного проектування простого відновлюваного об’єкта, яку необхідно вирішити.

Завдання статті полягає в описані нового методу розрахунку коефіцієнта готовності, який дає змогу істотно спростити процедуру побудови математичної моделі надійності простого об’єкта. Також виникає необхідність порівняння отриманих результатів із вже відомими.

Виклад основного матеріалу. Оскільки математичні моделі надійності, що утворені на основі застосування методу фаз Ерланга, є найефективнішими для комп’ютерного проектування об’єкта, то доцільно ввести пропонований спосіб побудови математичних моделей надійності саме порівняно із такими моделями надійності.

Розглянемо формування математичної моделі надійності простого об’єкта на прикладі. Для зручності розрахунки будемо виконувати в умовних одиницях. Нехай функція безвідмовності R(t) досліджуваного об’єкта така:

$$R(t) = \left(1 + (c_2 + c_3)\lambda t + 0.5 c_3 \lambda^2 t^2\right) e^{-\lambda t},$$

де $c_3 = 1.863$, $c_2 = -1.469$, $\lambda = 2.884$ – параметри закону розподілу відмов.

Нехай функція відновлення M(t) має такий аналітичний вираз

$$M(t) = 1 - (1 + \mu t) e^{\mu t},$$

де $\mu = 2.036$ – параметр закону розподілу відновлень.

Вибрана функція безвідмовності R(t) належить множині законів розподілу розширеного простору станів із високим ступенем адекватності відображає характеристику відмов об’єкта, який функціонує в другій та третій зонах типової лямбда-характеристики. Для опису характеристики відновлень M(t) згідно з рекомендаціями [4] вибрано закон розподілу Ерланга 2-го порядку. Власне вибір саме таких функцій для опису процесів відмов та відновлень у цій статті є довільний і зумовлений лише простотою подальших перетворень. Якщо необхідно, подальші дослідження можливо повторити, використовуючи інші закони розподілу розширеного простору станів.

Згідно з алгоритмом методу фаз Ерланга, наведеним в [4], використовуючи задані закони розподілу розширеного простору станів, що описують процеси відмов та відновлень, необхідно від початкової діаграми станів та переходів (рис. 2) перейти до еквівалентної розширеної діаграми станів та переходів (рис. 3) досліджуваного об'єкта. В отриманій діаграмі дійсний стан S_1 об'єкта, що відповідає його роботоздатності, розпадається на три фіктивні стани, які називають фазами, Ph_1, Ph_2 та Ph_3. Тоді коефіцієнт готовності A(t), який дорівнює імовірності перебування системи в роботоздатному стані S_1, буде дорівнювати сумі імовірностей відповідних фаз $A(t) = b_1(t) + b_2(t) + b_3(t)$. Відповідно стан S_0, що відповідає не-роботоздатності об'єкта, поділяється на дві фази – Ph_4 та Ph_5.

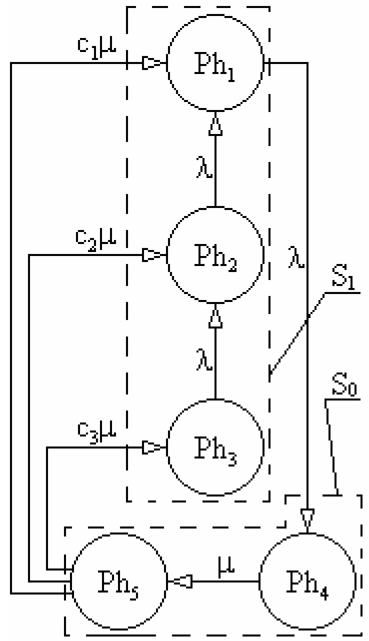

Рис.3. Розширена діаграма станів та переходів об'єкта

Згідно з отриманою розширеною діаграмою станів та переходів об'єкта необхідно записати відповідну їй систему рівнянь Колмогорова – Чепмена

$$\left.\begin{aligned} p\,b_1(t) &= \lambda\, b_2(t) - \lambda\, b_1(t) + c_1\,\mu\, b_5(t),\\ p\,b_2(t) &= \lambda\, b_3(t) - \lambda\, b_2(t) + c_2\,\mu\, b_5(t),\\ p\,b_3(t) &= -\lambda\, b_3(t) + c_3\,\mu\, b_5(t),\\ p\,b_4(t) &= \lambda\, b_1(t) - \mu\, b_4(t),\\ p\,b_5(t) &= \mu\, b_4(t) - \mu\, b_5(t), \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

де p – символ, що позначає операцію диференціювання d/dt; c_1 – залежний параметр закону розподілу відмов, який доповнює суму решти коефіцієнтів цього закону розподілу до одиниці $c_1 + c_2 + c_3 = 1$. Цю систему лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами необхідно інтегрувати за таких початкових умов $b_1(0) = c_1$, $b_2(0) = c_2$, $b_3(0) = c_3$, $b_4(0) = b_5(0) = 0$. Після того, як будуть виконані наведені вище підготовчі операції, можливо переходити до застосування обчислювальної техніки, яка буде ефективною саме на цьому етапі. Для комп'ютерного проектування надійності вибираємо середовище MATLAB / SIMULINK, яке є досить ефективним інструментом для подібних задач. Згідно з поданою системою рівнянь (2) можна створити модель надійності досліджуваного об'єкта в середовищі SIMULINK, яка зображена на рис. 4.

Отримана модель надійності дає змогу ефективно досліджувати коефіцієнт готовності в межах заданих законів розподілу відмов та відновлень. Проте під час проектування надійності відновлюваного електротехнічного об'єкта, з метою забезпечення вимог технічного завдання необхідна заміна закону розподілу відмов або/і закону розподілу відновлень. Така потреба виникає, якщо характеристика готовності спроектованого об'єкта не буде відповідати бажаній. Тоді виникає необхідність конструктивних змін в самому об'єкті, заміни стратегії ремонтування тощо, що зумовлює зміну імовірнісних характеристик процесів відмов та відновлень. Можливе багаторазове виконання подібних замін, доки буде досягнутий бажаний результат. Власне тут і розпочинаються проблеми, що пов'язані із застосуванням математичних моделей надійності, які будують на основі методу фаз Ерланга.

Переходячи до іншого закону розподілу, вибір параметрів якого є темою окремого дослідження, необхідно виконати деякі додаткові операції. По-перше, необхідно сформувати нову розширену діаграму станів та переходів об'єкта, яка може мати принципово відмінний вигляд. Попередня розширена діаграма зазвичай не може бути ефективно застосована для формування нової розширеної діаграми об'єкта. По-друге, за новою розширеною діаграмою необхідно скласти відповідну систему диференціальних рівнянь. На цьому етапі знання попередньої системи рівнянь може мало допомогти. І, по-третє, за отриманою системою рівнянь необхідно сформувати нову математичну модель надійності об'єкта в середовищі SIMULINK, яка, знов-таки, зазнає *істотних* змін порівняно із попереднім варіантом. Після виконання таких операцій можливо переходити до "ефективного" застосування комп'ютерної техніки для проектування об'єкта. При багатократній заміні законів розподілу значна частка часу, залежно від кваліфікації дослідника, буде витрачатись на виконання наведених вище підготовчих операцій.

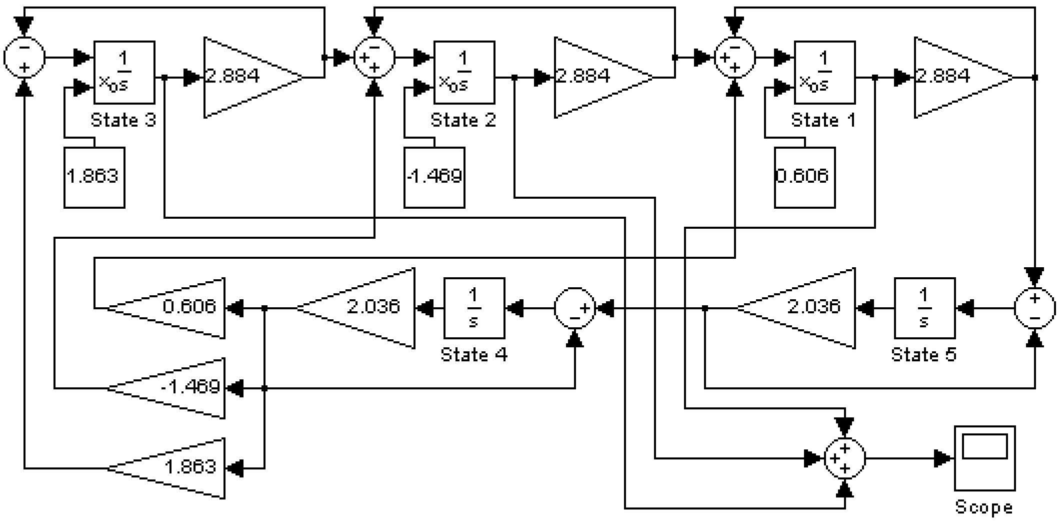

Рис. 4. Математична модель надійності об'єкта, що утворена на основі методу фаз Ерланга

Відомо кілька раціональних способів в вирішення цієї проблеми. Один із них полягає у створенні вузькоспеціалізованого програмного забезпечення, яке буде здатне максимально автоматизувати описаний вище процес. Інший шлях, який розглянутий у цій статті, полягає в доопрацюванні математичного апарату аналізу коефіцієнта готовності у такий спосіб, щоб можливо було досліджувати характеристики об'єкта в загальнодоступному програмному забезпеченні.

Пропонований підхід ґрунтується на перетворенні Лапласа рівняння (1)

$$A(s) = R(s) + R(s)\,z_0(s), \quad z_0(s) = f(s)\,g(s) + z_0(s)\,f(s)\,g(s),$$

де s – оператор Лапласа. Визначимо із рівностей операторний коефіцієнт готовності A(s)

$$A(s) = \frac{R(s)}{1 - f(s)\,g(s)}, \tag{3}$$

Подальші дослідження показали, що вираз (3) можливо отримати, застосувавши метод так званого врахування черговості відмов [4], проте його виведення буде громіздкішим. Формулу (3) можливо розглядати як лінійну передавальну функцію моделі процесу, що докладніше описано в [5]. Отже, (3) може бути адекватно відображена сукупністю передавальних функцій (рис. 5) із додатним зворотним зв'язком, що назвемо структурною схемою готовності об'єкта.

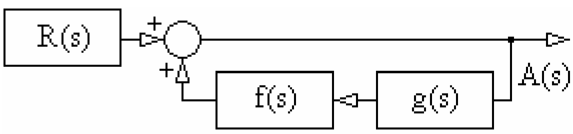

Рис. 5. Структурна схема готовності об'єкта

Середовище SIMULINK, спеціально орієнтоване на розв'язання подібних задач, а тому природно очікувати високої ефективності при дослідженні коефіцієнта готовності саме таким способом. Визначимо передавальні функції, які застосовуються в наведеній структурній схемі готовності. Передавальні функції, що відповідають функції густини розподілу відмов та функції густини розподілу відновлень, визначають перетворенням Лапласа цих часових функцій

$$f(s)=\frac{\lambda}{s+\lambda}\left[c_1+\frac{\lambda}{s+\lambda}\left[c_2+\frac{\lambda}{s+\lambda}c_3\right]\right]\quad ,g(s)=\left[\frac{\mu}{s+\mu}\right]^2.$$

При визначенні передавальної функції, що відповідає функції безвідмовності досліджуваного об'єкта R(t), виникає один важливий момент, що потребує особливої уваги. Передавальна функція, за означенням, є деяким операторним виразом, який трансформує відповідник зовнішнього збурення у відповідник реакції на це збурення. Структурна схема готовності об'єкта (рис.5) не містить входу. Вдалося встановити, що для структурних схем готовності "керівним" впливом, який ініціює сигнали на передавальних функціях моделі f(s) та g(s), є початкові умови вхідних інтеграторів передавальної функції R(s). Кількість вхідних інтеграторів із ненульовими початковими умовами може змінюватись від одного до загальної кількості фаз, залежно від конкретного закону розподілу відмов. Детальний аналіз цього питання є також темою окремого дослідження. Тут зауважимо лише що можна сформувати декілька рівноцінних передавальних функцій, що відповідають заданій функції безвідмовності R(t), а тому постає питання найефективнішої форми запису.

Для досліджуваного закону розподілу записуємо передавальну функцію

$$R(s)=\left[\frac{\lambda}{s^*+\lambda}\right]\left[1+\frac{\lambda}{s+\lambda}\left[(c_2+c_3)+\frac{\lambda}{s+\lambda}c_3\right]\right],$$

яку визначають як перетворення Лапласа функції безвідмовності R(t). Вхідний інтегратор у виразі передавальної функції позначений зірочкою (*). Розробляючи математичну модель надійності об'єкта (рис.6), вхідну аперіодичну ланку необхідно розглядати як інтегратор із одиничною початковою умовою, який охоплений від'ємним зворотним зв'язком.

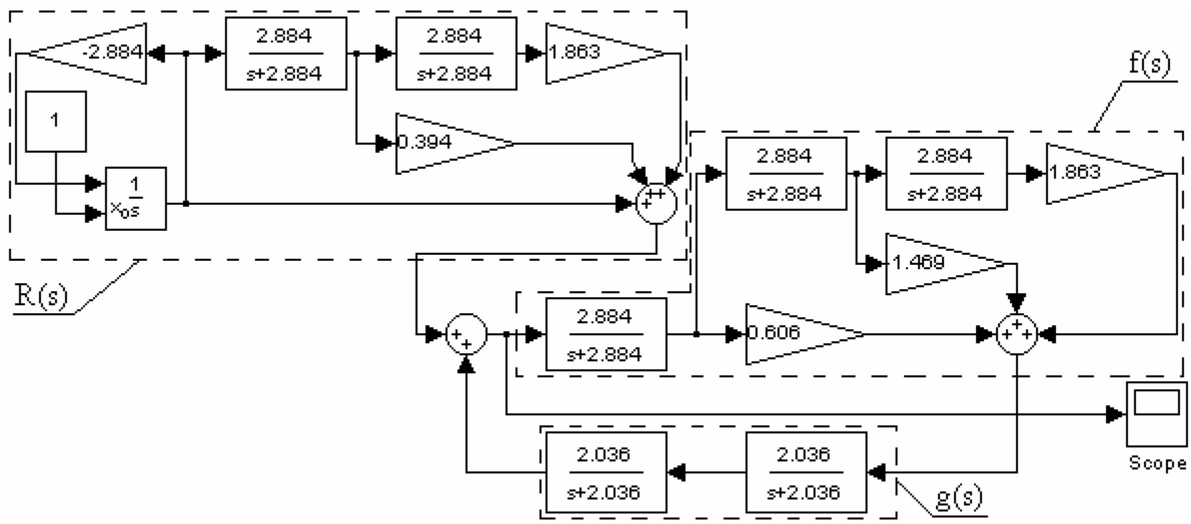

Рис. 6. Математична модель надійності об'єкта, що утворена на основі передавальних функцій

Графічно-числове порівняння результатів (рис. 7), що отримані за допомогою математичної моделі надійності, основаної на методі фаз Ерланга (рис. 4) $A_1(t)$ та математичної моделі надійності, основаної на передавальних функціях (рис.6) $A_2(t)$ (позначено маркерами), показує їх рівність в межах точності інтегрування. Коефіцієнти готовності, що отримані на основі цих двох методів, однакові і для інших законів розподілу. Цей факт дає право стверджувати, що описаний вище підхід є правомірним.

Висновки. Недоліком описаного методу є те, що утворена на його основі математична модель надійності (рис. 6) містить вісім інтеграторів, на відміну від математичної моделі надійності (рис. 4) основаної на методі фаз Ерланга, яка містить п'ять інтеграторів. Проте для сучасних комп'ютерних систем проектування цей недолік є неістотним.

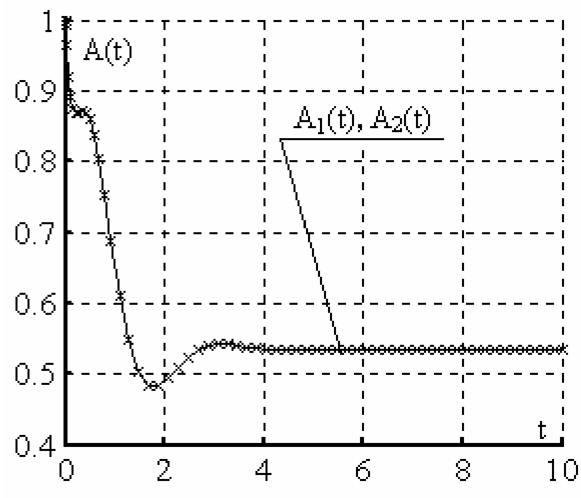

Рис. 7. Графік коефіцієнта готовності об'єкта

Перевага описаного підходу яскраво проявляється якщо, необхідна багаторазова заміна законів розподілу, які характеризують процеси, що проходять в об'єкті. Цього досягають звичайною заміною відповідних передавальних функцій R(s), f(s) або/і g(s). Тобто не треба щоразу складати нову розширену діаграму станів та переходів об'єкта, а потім формувати відповідну їй систему диференціальних рівнянь. Отже, підготовчий процес мінімізується до побудови моделі в заданому програмному середовищі. Цей підготовчий етап можливо ще скоротити попередньо заготувавши передавальні функції, що відповідають різним законам розподілу. Описаний підхід має й інші переваги.

Надалі виникає потреба визначення оптимальної форми запису для передавальної функції безвідмовності R(s), про що згадувалось вище. Цікавою є проблема застосування цього підходу щодо дослідження багатоскладових відновлюваних об'єктів. Перші дослідження об'єктів такого роду вказують на існування важливих особливостей, що пов'язані із урахуванням передісторії процесів відмов та відновлень.

1. Лозинський О.Ю., Марущак Я.Ю., Костробій П.П. Розрахунок надійності електроприводів: Підручник. – Львів 1996. 2. Perman M., Semi-Markov Models with an Application to Power-Plant Reliability Analysis//IEEE Transactions on Reliability. – 1997 – Vol. 46, No.4. – P.526 – 531. 3. Дружинин Г.В. Надёжность автоматизированных систем. М., 1975. 4. Райншке К., Ушаков И.А., Оценка надежности систем с использованием графов / Под ред. И.А. Ушакова. – М., 1988. 5. Функція комплексної змінної. Перетворення Фур'є та Лапласа / Під заг. ред. П.І. Каленюка, Л.О. Новикова. – Львів: 1999.