УДК 681.325

А.Й. Наконечний, І.Я. Тишик
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра автоматики та телемеханіки

НАБЛИЖЕННЯ МАСШТАБНИМ ПЕРЕТВОРЕННЯМ ДЛЯ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ІМПУЛЬСНИХ ВІДГУКІВ

Оскільки наявність шуму ускладнює роботу ідентифікаційних систем, запропоновано використовувати для ідентифікації імпульсного відгуку метод наближення з використанням масштабного перетворення, яке ґрунтується на багатороздільному і маловхвильовому аналізах.

It known that noise is very difficult to deal with in system identifications. For impulse response identification is proposed in this paper to apply scale transform approach based on multiresolution analysis and wavelets.

Вступ. Сьогодні функціональний розклад є корисним знаряддям у багатьох сферах оброблення сигналів. В 1981 Ейкгоф [1] виразив функціональну залежність імпульсного відгуку через базис ортонормованої функції. Для детермінованої системи такий підхід дає добру збіжність. Для стохастичних систем кращих результатів можна досягти, використовуючи кореляційний аналіз, розроблений Люнгом [2]. Заданий вхідний сигнал повинен бути білим шумом або сигналом іншого спеціального типу. В методі Люнга використовують властивості базисів ортонормованих функцій. У статті пропонується для подання функції імпульсного відгуку широко застосовувати ортонормовану масштабну функцію (ОМФ). ОМФ має кращу локалізацію як в часовій, так і в частотній областях, а наближене ортонормоване масштабне перетворення (ОМП) не тільки має меншу кількість обчислень, але й відстежує наявність шуму.

На основі концепції багатороздільного аналізу і ОМФ розглянуто властивості шуму при ОМП і властивості кореляційної функції ОМФ, описано наближення масштабним перетворенням і вибір параметрів. В кінці наводять результати моделювання і порівняння між запропонованим наближенням і методом кореляційного аналізу.

Наближення методом масштабного перетворення. Якщо імпульсний відгук відомий, то система з шумом може бути записана так:

$$y(t)=\int_0^\infty g(t-\tau)u(\tau)d\tau+v(t)t\geq 0 \tag{1}$$

де $y(t)$ – вихідна функція, $u(t)$ – вхідна функція, $g(t-\tau)$ – імпульсний відгук системи, $v(t)$ – функціональна залежність шуму.

З багатороздільного аналізу відомо, що масштабне перетворення визначається як склярний добуток залежної від часу функції f на дискретну масштабну функцію $\phi_{j,k}$:

$$c_{jk}^f=<f,\phi_{j,k}>,\ j,k\in Z \tag{2}$$

де c_{jk}^f – коефіцієнт масштабного перетворення вхідного сигналу f.

Для різного масштабу j функція f характеризується послідовністю коефіцієнтів масштабного перетворення, які визначені на Z. Множина $P_j f$ є проекцією $f\in L^2(R)$ на V_j вона може бути виражена як

$$P_j f=\sum_{k=-\infty}^{\infty}c_{jk}^f\phi_{j,k}\ . \tag{3}$$

Якщо $j\to\infty$, то $P_j f\to f$.

Якщо система стабільна, то функція імпульсного відгуку *g(t)* аналогічно може бути апроксимована його проекцією $P_j g$

$$P_j g = \sum_{k=0}^{L} \alpha_k \phi_{jk} \tag{4}$$

де α_k – ваговий коефіцієнт системи

Якщо $j \to \infty$, то $P_j f \to g$.

Підставивши значення *g(t)* з (4) в (1), отримаємо

$$y(t) = \sum_{k=0}^{L} \alpha_k \int_0^{\infty} \phi_{jk}(t-\tau)u(\tau)d\tau + v(t)t \ge 0 \tag{5}$$

Похибку, яка породжена різницею *g(t)* – $P_j g$, додають до *v(t)*.

Враховуючи (2), ОМП запишемо так

$$c_{jl}^{y} = \sum_{k=0}^{L} \alpha_k \int_0^{\infty} u(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{j,k}(t-\tau)\phi_{j,l}(t)dtd\tau + c_{jl}^{v} \tag{6}$$

де c_{jl}^{y} – коефіцієнт масштабного перетворення вихідного сигналу *f*, c_{jl}^{v} – коефіцієнт масштабного перетворення сигналу шуму

$$c_{jl}^{v} = \langle v(t), \phi_{j,l}(t) \rangle \tag{7}$$

Враховуючи, що

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_{j,k}(t-\tau)\phi_{j,l}(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} 2^{-j/2}\phi(2^j t - 2^j \tau - k)2^{j/2}\phi(2^j t - l)dt = F(2^j \tau + k - l) = 2^{-j/2} F_{j,l-k}(\tau)$$

де $F_{j,l-k}(\tau)$ – кореляційна функція $\phi_{j,k}$.

тоді

$$c_{jl}^{y} = 2^{-j/2} \sum_{k=0}^{L} \alpha_k c_{j,l-k}^{F,u} + c_{jl}^{v}, \tag{8}$$

де

$$c_{jl}^{F,u} = \langle u(t), F_{j,k}(t) \rangle. \tag{9}$$

Мінімізуємо такий вираз

$$J(\alpha_k) = \sum_{l=0}^{N} \left(c_{jl}^{y} - 2^{-j/2} \sum_{k=0}^{L} \alpha_k c_{j,l-k}^{F,u} \right)^2. \tag{10}$$

Тоді отримаємо середньоквадратичний розв’язок α_k , $k = 0,1,\cdots, L$, де N – номер вибірки.

Вибір параметрів і наближення масштабним перетворенням. Для вибору кількості рівнів масштабування j і часу дискретизації T виконують перетворення Фур’є виразу (4)

$$P_j \hat{g}(\omega) = \sum_{k=0}^{L} 2^{3j/2} \alpha_k e^{-i2^j \omega k} \hat{\phi}(2^{-j}\omega) \tag{11}$$

Частота функції $\phi_{j,k}$ розширяється в 2^j рази порівняно з ϕ. Необхідно, щоб ця частота функції $\phi_{j,k}$ точно перекривала *g(t)* і тоді T можна вибирати таким, що дорівнює 2^{-j}.

Значення L необхідно вибирати так, щоб задовольнити цим $P_j g$ перекриття динамічного процесу. Якщо час динамічного процесу дорівнює T_s, то L повинно задовольняти таку умову: $T_s / T \le L$.

Наближення з використанням масштабного перетворення передбачає такі кроки:

1. Попередня оцінка часу динамічного процесу T_s, частоти ω_s системи і максимальної робочої частоти f_{max} .

2. Вибір T, L, і j за такими виразами

$$2^j \omega_s^\phi \geq \omega_s,\ T = 2^{-j},\ {}^{1}\!/_{T} \leq f_{\max},\ {}^{T_s}\!/_{T} \leq L\ ,$$

де ω_s^ϕ – частота відсікання функції $\phi(t)$.

3. Отримання множини даних

$$O(N) = \{(u(0), y(0)), (u(1), y(1)), \ldots, (u(N), y(N))\}$$

4. Обчислення

$$c_{j,l-k}^{F,u},\ l = 1,2,\ldots,N,\ k = 0,1,\ldots,L.$$

і

$$c_{j,l-k}^{y},\ l = 0,1,\ldots,N$$

5. Оцінка α_k , для $k = 0,1,\cdots,L$ і обчислення на цій основі імпульсного відгуку $\hat{g}(t)$.

Результати моделювання. Як приклад розглянемо ідентифікацію імпульсного відгуку детермінованої системи, яка описується так

$$Y(s) = 1{,}4[(7{,}9s + 1)(5{,}8s + 1)]^{-1}\,U(s) \qquad (12)$$

Вхідний сигнал $U(s)$ вибрано у вигляді білого шуму з нульовим середнім значенням. Тут використана ортогональна масштабна функція другого порядку [3]. Флуктуація між реальною і обчисленою функцією імпульсного відгуку $e(t) = g(t) - \hat{g}(t)$ наведена на рис.1

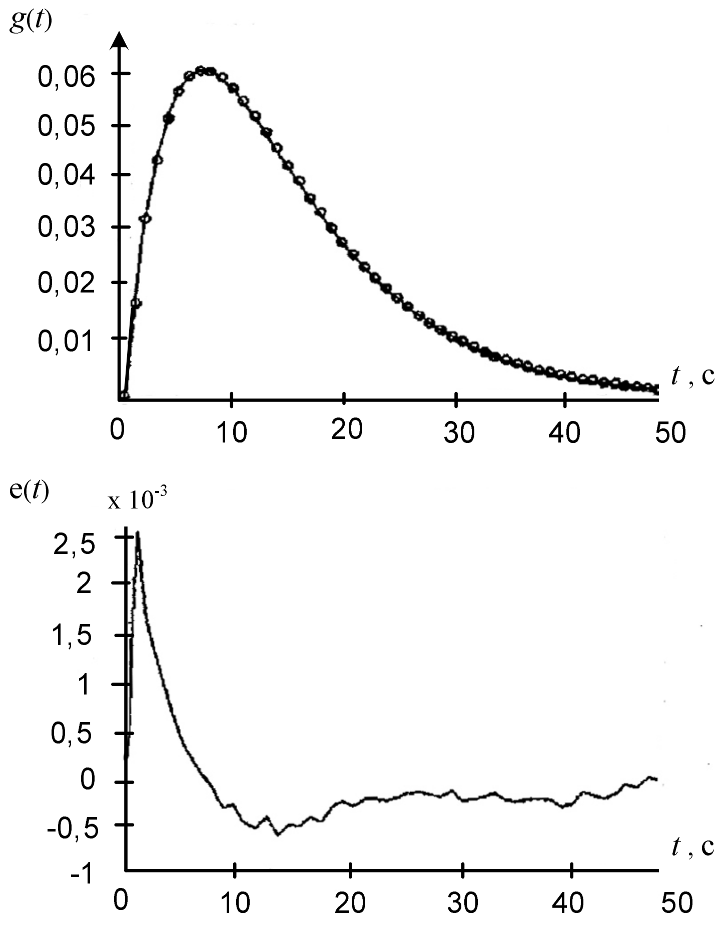

Рис. 1. Результат ідентифікації (вхідний сигнал – білий шум)

Якщо вхідний сигнал є меандром з нормальним розподілом, то його результат ідентифікації має вигляд, зображений на рис. 2. Максимальне відхилення не перевищує $e(t) = 5{,}39 \cdot 10^{-4}$.

Наведені залежності показують, що наближення масштабним перетворенням для детермінованої системи має не тільки високу точність, але і мало залежить від вхідного сигналу.

У разі ідентифікації імпульсного відгуку стохастичної системи до функціональної залежності додається гауссівський білий шум $\lambda N(s)$.

На рис. 3 наведено результати наближень масштабним перетворенням, а на рис. 4 – при використанні кореляційного аналізу. У таблиці наведено значення флуктуації різниці *e(t)* для різних значень співвідношення сигнал/шум (с/ш).

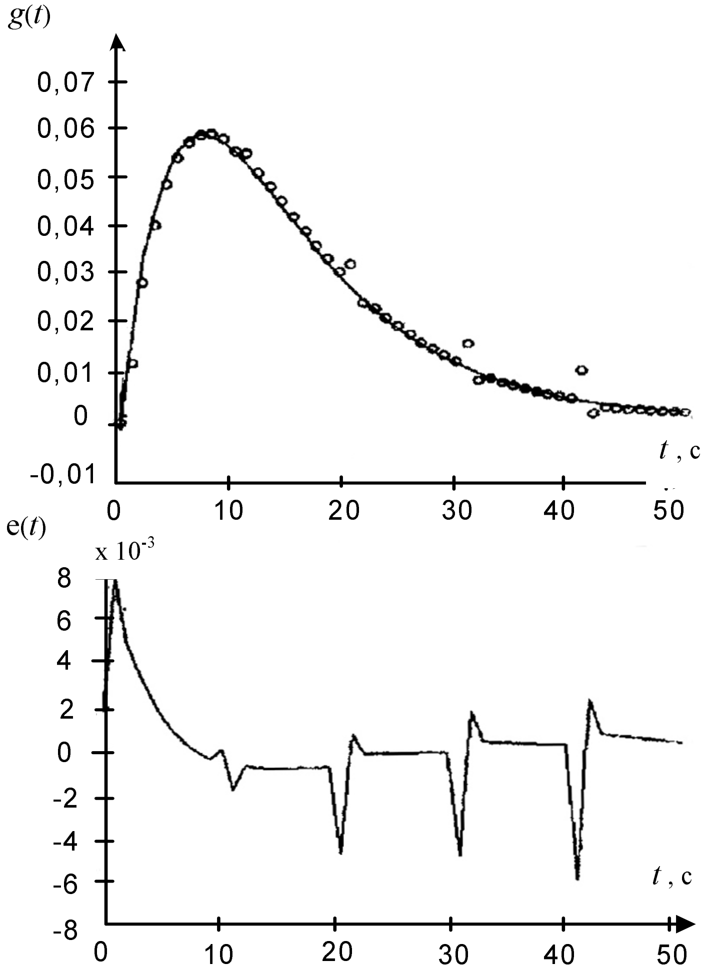

Рис. 2. Результат ідентифікації (вхідний сигнал – меандр)

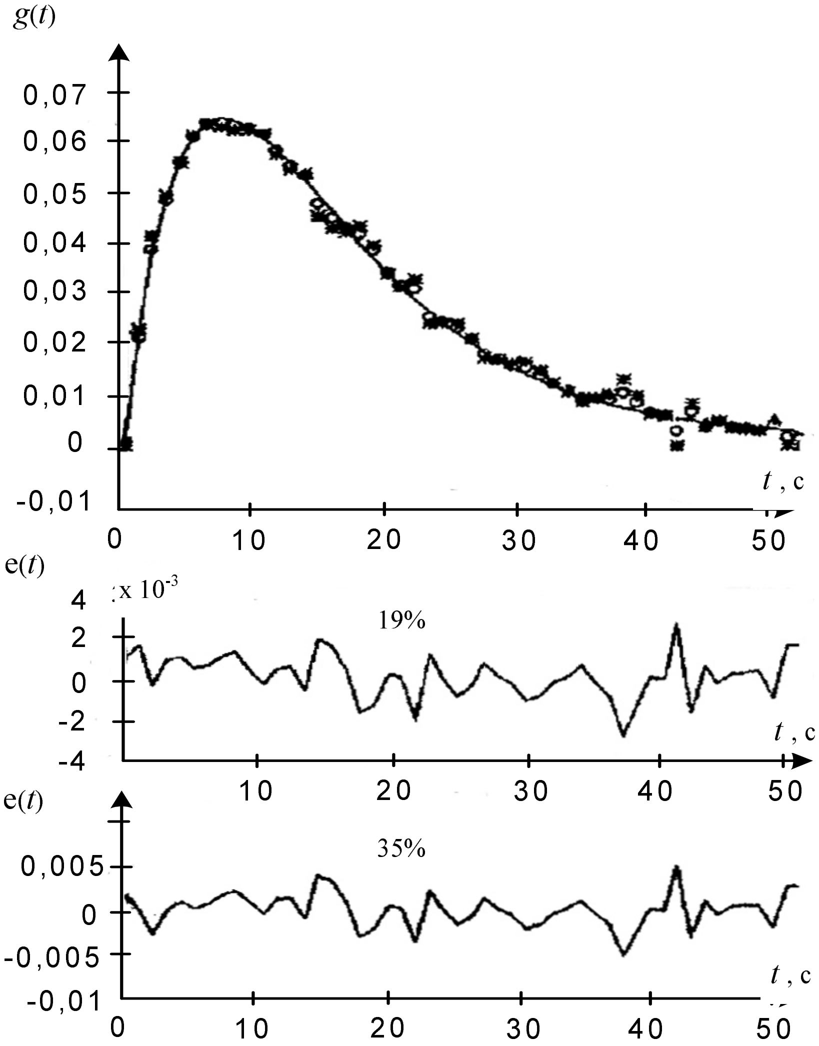

Рис. 3. Результати наближень масштабним перетворенням:
теоретичні значення – суцільна лінія, точки для с/ш = 19% і зірки для с/ш = 35 %

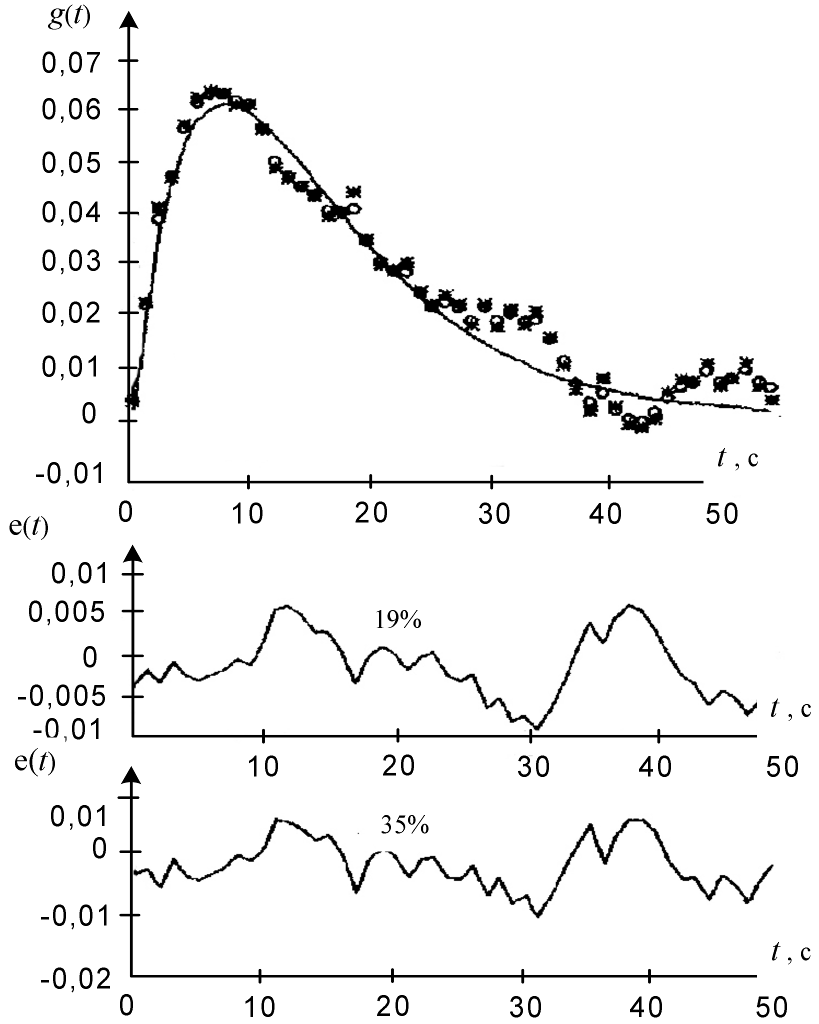

Рис. 4. Результати наближень при використанні методу кореляційного аналізу: теоретичні значення – суцільна лінія, точки для с/ш = 19% і зірки для с/ш = 35 %

Флуктуація *e(t)*

Відношення сигнал/шум	0	18 %	33 %
Наближення масштабним перетворенням	$5{,}47 \cdot 10^{-5}$	$1{,}77 \cdot 10^{-4}$	$6{,}43 \cdot 10^{-4}$
Метод кореляційного аналізу	$1{,}58 \cdot 10^{-3}$	$1{,}80 \cdot 10^{-3}$	$2{,}32 \cdot 10^{-3}$

Висновок

З наведеного дослідження можна зробити висновок, що наближення з використанням масштабного перетворення має кращу точність ідентифікації як для детермінованих, так і для стохастичних систем, ніж наближення з використанням методу кореляційного аналізу. Однак для стохастичних систем запропонований метод є чутливіший до виду шуму, ніж при кореляційному аналізі.

Отже, запропоноване наближення з використанням масштабної функції для ідентифікації імпульсного відгуку є методом наближення, яке ґрунтується на багатороздільному аналізі. Результати моделювання свідчать, що цей метод має вищу точність ідентифікації для детермінованих і стохастичних систем.

1. *Eykhoff D. System-Identification-Parameter and State Estimation, John Wiley & Sons, Inc. 1974.* 2. *Ljung L. System Identification – User's Guide, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1987.* 3. *Наконечний А.Й. Теорія малохвильового (wavelet) перетворення та її застосування. Львів, 2001.*